

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderahmane MIRA - BEJAIA –

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique



Polycopié de cours

Régimes transitoires des systèmes électriques

Niveau: Master

Option: Réseaux Electriques et Haute Tension

Enseignant: Abdallah Medjdoub

Sommaire

Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Généralités sur les surtensions électriques.....	3
I.1 Phénomène transitoire.....	3
I.2 Surtensions.....	3
I.3 Origine des surtensions.....	4
I.3.1 Perturbations électromagnétiques.....	4
I.3.2 Défaut du réseau.....	5
I.3.3 Chute de foudre.....	5
I.3.3.1 Chute directe sur une ligne.....	5
I.3.3.2 Chute directe sur des masses métalliques.....	5
I.3.3.4 Effet sur les installations électriques.....	5
I.4 Classification des surtensions.....	6
I.4.1 Les surtensions temporaires.....	6
I.4.2 Les surtensions transitoires.....	6
I.4.2.1 Les surtensions de manœuvres.....	7
I.4.2.2 Surtension de foudre.....	8
I.5 Propagation des surtensions.....	9
Chapitre II: Analyse transitoire des circuits électriques.....	11
II.1. Introduction.....	11
II.2. Méthodes d'analyse transitoire des circuits électriques.....	12
II.2.1. Analyse des équations différentielles.....	12
II.2.2. Analyse par variables d'états.....	12
II.2.3. Analyse par la transformée de Laplace.....	13
II.2.4. Simulation numérique.....	13
II.3. Résolution des équations différentielles des circuits électriques.....	13
II.3.1. Introduction.....	13
II.3.2. Résolution de l'équation sans second membre.....	14
II.3.3. Solution générale de l'équation.....	14
II.3.4. Détermination des constantes.....	14
II.4. Modèle du premier ordre.....	14
II.4.1. Réponse d'un circuit RC à un échelon.....	15
II.4.2. Réponse d'un circuit RL à un échelon.....	17

II.4.3. Réponse d'un circuit RC à une excitation sinusoïdale	19
Chapitre III : Régime transitoire des lignes électriques	22
III.1 Introduction	22
III.2 Modélisation du phénomène transitoire	23
III.3 Propriétés des ondes de propagation de la tension et du courant dans une ligne	27
III.4 Comportement des ondes de courant et de tension en un point de jonction	29
III.4.1 Ondes incidente, transmise et réfléchie.	29
III.4.2 La continuité de la puissance au point de transition.....	30
III.4.3 Comportement des ondes de propagation du courant et de la tension à des points particuliers.	30
III.5 Schéma de Petersen	32
III.6 cas d'une ligne fermée sur une résistance R.....	34
III.7 Capacité en dérivation	35
III.8 : Oscillation des ondes mobiles	38
III.9 Diagramme de BEWLEY	40
III.10 : Principe de protection contre les surtensions par le parafoudre.....	42
III.11 Emplacement du parafoudre.....	43
III.12: Principe de fonctionnement du parafoudre par les ondes mobiles.....	43
Conclusion générale	46
Références bibliographiques	47

Introduction Générale

Ce cours constitue une introduction aux phénomènes transitoires électromagnétiques dans les réseaux électriques. Il débute par des rappels théoriques et des définitions des surtensions et se poursuit par l'analyse des circuits linéaires en régime transitoire. Le cas particulier des lignes est abordé avec plus de détails.

L'objectif de ce cours est d'apporter un outil d'analyse des réseaux électriques en régime transitoire.

Dans l'analyse d'un système électrique ou physique, une distinction est faite entre le régime permanent et le régime transitoire ou dynamique.

Un système électrique est dit être en régime permanent, lorsque les variables qui décrivent son comportement (tension, courant, etc..), sont soit invariables dans le temps (circuit DC) ou des fonctions périodiques du temps (circuit AC). Un système électrique est dit en régime transitoire quand les variables changent ou varient de manière non périodique.

Le régime transitoire disparaît dans le temps et un nouvel état d'équilibre apparaît. Donc le régime transitoire est le passage d'un état stable à un autre état stable.

L'analyse des transitoires électromagnétiques est un sujet important dans l'étude des réseaux électriques. Les phénomènes transitoires doivent être analysés dans les étapes de conception des réseaux pour assurer leur optimisation et garantir leur robustesse. L'optimisation implique une opération proche des limites techniques et une réduction des coûts. Robustesse sous entend continuité de service, fiabilité, sécurité et qualité. Par ailleurs, la compréhension des phénomènes transitoires est essentielle dans les analyses menées quand surviennent des défaillances d'équipement ou des fonctionnements anormaux.

Les surtensions dans un réseau électrique peuvent être engendrées par une large variété de facteurs comme les défauts, les manœuvres et la foudre. Dans les réseaux de transmission THT, les coups de foudre sont amortis en quelques microsecondes et les surtensions de manœuvre en quelques millisecondes. Par contre, les surtensions temporaires ont des durées relativement importantes avec différentes amplitudes et atténuations.

Un réseau électrique est caractérisé par la présence de multiples sources d'alimentation et de charges, reliés par un réseau maillé. Normalement, le réseau doit fonctionner dans un régime stationnaire et dans les limites d'exploitations normales. Cependant, le réseau est continuellement soumis à divers aléas qui peuvent perturber son fonctionnement normal.

Les dispositifs de protection des réseaux électriques à courant alternatif contre les surtensions sont généralement de deux types: l'éclateur et le parafoudre. Il est nécessaire, en revanche, d'utiliser des parafoudres dès que l'on veut réduire l'isolement des matériels ou améliorer la qualité de service. Ces dispositifs présentent de meilleures caractéristiques de protection, moyennant toutefois un coût plus élevé.

Un exemple sur le principe de fonctionnement d'un parafoudre à oxyde métallique (ZnO) est traité à la fin de ce cours.

La matière est présentée de façon concise et directe afin de se concentrer sur l'essentiel d'analyse des phénomènes transitoires dans les systèmes électriques.

Le premier chapitre présente des généralités sur les surtensions (origines, classification et propagation).

Dans le second chapitre, l'analyse transitoire des circuits électriques est étudiée et appliquée à des circuits du premier ordre. La méthode basée sur les équations différentielles est expliquée en détail permettant de l'utiliser dans diverses situations.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes transitoires dans les lignes de transport d'énergie électrique. La méthode basée sur la théorie des ondes mobiles est présentée en détail.

Chapitre I : Généralités sur les surtensions électriques

I.1. Phénomène transitoire

On définit par phénomène transitoire, l'évolution des surtensions entre deux états de fonctionnement permanent.

I.2. Surtension

On qualifie de surtension toute tension fonction du temps qui dépasse la tension crête de régime permanent à sa tolérance maximale.

On définit aussi une surtension comme une impulsion ou une onde de tension qui se superpose à la tension nominale du réseau. La figure I.1 Montre un exemple de surtension.

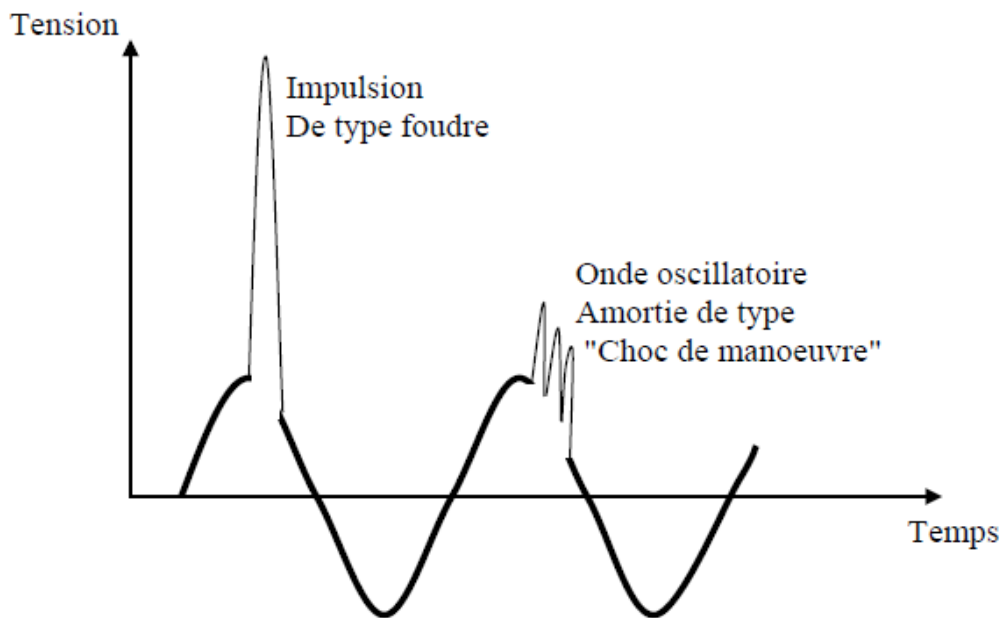


Figure I.1 : exemple de surtension

Sur cette courbe on voit deux types de surtensions caractérisées par une impulsion de type choc de foudre et une impulsion de type choc de manoeuvres.

Ce type de surtension est caractérisé par :

- Le temps de montée en (μs)
- Une pente S ($\text{kV}/\mu\text{s}$)

Une surtension perturbe les équipements et produit un rayonnement électromagnétique. En plus, la durée de la surtension (T) cause un pic énergétique dans les circuits électriques qui est susceptible de détruire des équipements, figure I.2.

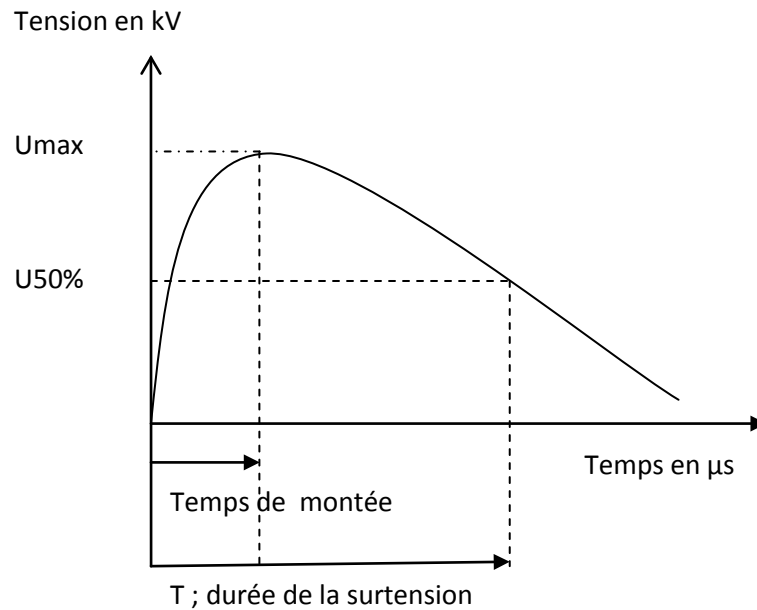


Figure I.2 : Caractéristiques d'une onde de surtension

I.3. Origine des surtensions

I.3.1. Perturbations électromagnétiques

On peut établir une liste d'appareils qui, lors de commutations, peuvent générer des surtensions de manœuvres. Nous ne citerons que quelques-uns de ceux créant des surtensions significatives :

- moteurs puissants
- générateurs à ultrasons
- soudure à arc
- four micro-ondes
- régulateurs à thyristors ou triacs
- variateurs de vitesse
- disjoncteurs
- transformateurs

Ces surtensions de « manœuvres » sont aussi appelées surtensions harmoniques car leur fréquence d'oscillation amortie est très souvent un multiple de la fréquence du réseau.

I.3.2. Défaut du réseau

Citons quelques types de défauts :

Arbre touchant une ligne, isolateur encrassé, défaut de connexion ou défaut de terre.

Ce type de surtension est dit à fréquence industrielle; surtensions à la même fréquence que le réseau (50, 60 ou 400 Hz) causées par un changement d'état permanent du réseau (suite à un défaut : défaut d'isolement, rupture conducteur neutre, ..).

En général, ceux-ci s'accompagnent d'une disjonction et d'un réenclenchement en charge du disjoncteur. Les surtensions sont alors dues principalement à des phénomènes de réflexion d'onde amplifiés par les charges résiduelles.

I.3.3. Chute de foudre

La foudre est un phénomène électrique à haute fréquence qui produit des surtensions sur tous les éléments conducteurs et particulièrement sur les câblages et les équipements électriques.

I.3.3.1. Chute directe sur une ligne

C'est un processus extrêmement rare. Les énergies développées sont telles que les conducteurs peuvent disparaître. Les dégâts sur les appareils de tête d'installation sont importants (compteurs, disjoncteurs).

I.3.3.2. Chute directe sur des masses métalliques

Ce cas est relativement fréquent, c'est le processus du paratonnerre sur une masse métallique avec des écoulements élevés à la terre. La surtension est créée, soit par le rayonnement électromagnétique du pylône, de la structure métallique ou éventuellement du paratonnerre, soit par la montée en potentiel de la masse métallique, soit par le champ magnétique rayonné par l'éclair.

I.3.3.3. Effet sur les installations électriques

La foudre endommage particulièrement les installations électriques ou électroniques: les transformateurs, les compteurs électriques, les appareils électroménagers dans le résidentiel comme dans l'industrie.

Le coût de réparation des dommages causés par la foudre est très élevé. Mais il est très difficile d'évaluer les conséquences :

- des perturbations causées aux ordinateurs et aux réseaux de télécommunication,

- des défauts créés dans le déroulement de programme des automates ou dans les systèmes de régulation.

De plus les pertes d'exploitation peuvent avoir des coûts très supérieurs à ceux du matériel détruit.

I.4. Classification des surtensions

Selon leur durée d'application, les surtensions sont classées :

- Les surtensions transitoires de durée inférieure à 0,1s en 50Hz comprenant les ondes de foudre et de manœuvres.
- Les surtensions temporaires de durée supérieure à 0,1s de nature périodique ou oscillatoire.

I.4.1. Les surtension temporaires

Ces perturbations peuvent avoir des formes alternatives ou oscillatoires dont la durée est limitée au temps de fonctionnement des dispositifs de contrôle et de protection du réseau, elles se présentent soit à la fréquence industrielle, soit à d'autres fréquences plus élevées. Elles apparaissent lors de la modification brusque de la configuration du réseau ou lors d'un défaut à la terre. Parmi les causes on peut citer :

- Défauts entre phase et terre (déplacement du point du neutre);
- Déclenchement brusque d'une charge;
- Effet Ferranti provoqué par le fonctionnement à vide d'une ligne de grande longueur;
- Alimentation d'une charge capacitive au travers d'une impédance élevée ;
- Phénomène de ferrorésonance; etc.

Ces différentes causes peuvent coexister et en conséquence, les surtensions générées se superposent.

Les surtensions temporaires, ont une amplitude relativement non élevée ; elles sont de longue durée (quelques secondes) et de basse fréquence. En persistant sur le réseau pendant une période relativement longue, les surtensions temporaires peuvent être fatales pour les varistances ZnO qui ne seraient pas capables de dissiper l'énergie qui en résulte.

I.4.2. Les surtensions transitoires

Les ondes transitoires sont caractérisées par les paramètres suivants :

- Le temps de montée (T_{cr}) en μs

- La pente de montée mesurée en kV/ μ s ou en kA/ μ s
- La durée de la surtension (T_h) en μ s correspondant à la descente à mi-amplitude.

Les surtensions transitoires sont classées en fonctions de leur origine en surtensions atmosphériques (foudre) et en ondes de manœuvres. Elles se superposent à la tension nominale.

1.4.2.1. Les surtensions de manœuvres

Les manœuvres d'interrupteurs ou de disjoncteurs entraînent des changements dans la configuration électrique des réseaux. Ces changements provoquent des surtensions plus ou moins élevées:

- Coupure des courants de ligne à vide, des câbles à vide ou de batteries de condensateurs;
- Coupure des faibles courants inductifs ou magnétisants (transformateurs à vide ou chargés par des inductances shunts);
- Mise sous tension des lignes;
- Rétablissement d'une ligne après défaut.

Ces surtensions se caractérisent généralement par un échelon de tension d'une amplitude 1,3 à 3,4 fois la tension normale d'un réseau aérien et 2,2 à 3,5 fois celle d'un réseau de câbles, et une durée de quelques ms. Leurs fréquences s'échelonnent entre 50 Hz et 200 kHz. Les valeurs de surtension de manœuvres les plus élevées sont obtenues lors du réamorçage de disjoncteurs.

Les surtensions de manœuvres sont moins dangereuses que celles de foudre. Toutefois la grande énergie qui leur est associée à cause de leur longue durée peut provoquer dans les cas les plus extrêmes l'emballement thermique de la varistance.

La forme conventionnelle d'une surtension de manœuvres est dite 250/2500 μ s figure I.3.

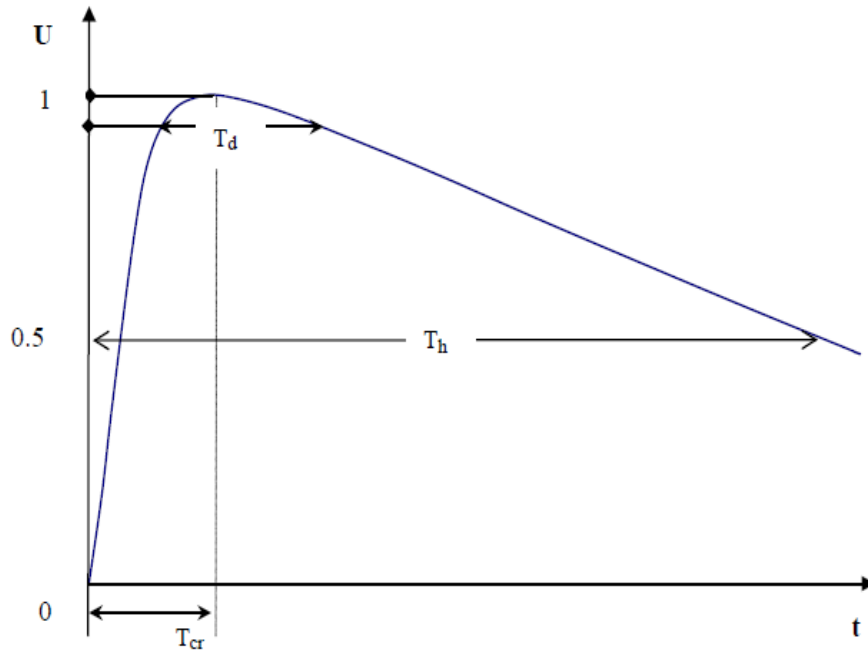


Figure I.3 : Choc de manœuvres normalisé

1.4.2.2. Surtension de foudre

Elles ont pour origine des décharges atmosphériques de foudre. Les surtensions engendrées se propagent guidées par la ligne avec des vitesses proches de la vitesse de la lumière.

Le courant de foudre peut s'écouler directement dans des circuits électriques provoquant des différences de potentiel en raison de l'impédance de ces derniers. Les tensions ainsi créées ont une valeur importante, voir très élevées susceptibles de provoquer l'amorçage des isolateurs, même pour des réseaux à haute tension. Les courants écoulés sont également très importants et ils provoquent des destructions thermiques des objets qu'ils parcourent. On ne peut plus dans le cas de ces coups de foudre directs parler de simples perturbations. Ces phénomènes sont très destructeurs et très dangereux pour les personnes, d'où la mise en œuvre de dispositifs de protection par des écrans, paratonnerre ou des câbles de garde qui dirigent ces courants de foudre vers des prises de terre au lieu de les laisser atteindre des circuits électriques sous tension.

La forme normalisée de l'onde de choc de foudre est représentée à la figure I.4.

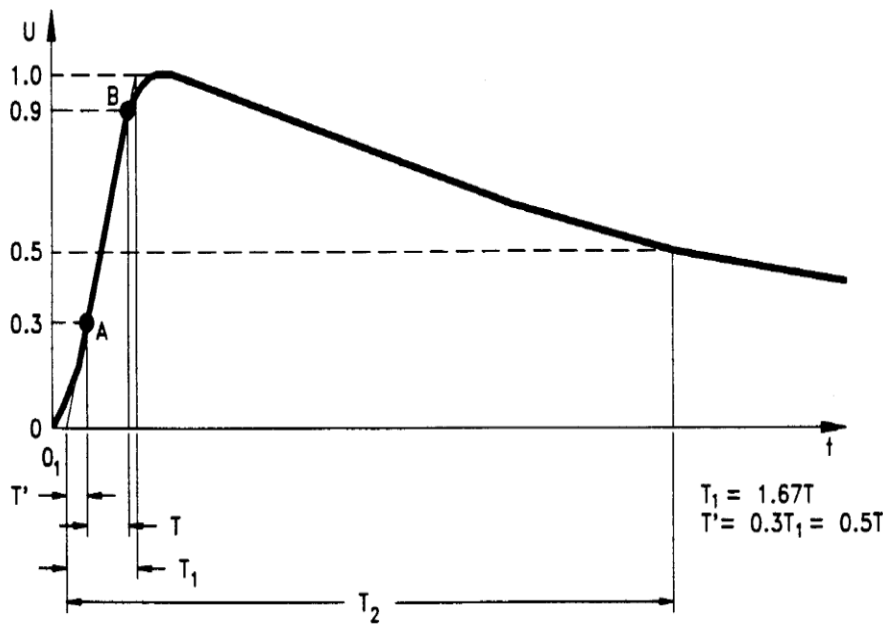


Figure I.4 : Choc de foudre normalisé.

I.5 Propagation des surtensions

Le mécanisme prédominant, de propagation des surtensions de commutation, est par conduction, puisqu'elles ont leur origine dans les réseaux d'alimentation électrique. C'est dans les décharges électriques atmosphériques où peut se manifester toute la gamme des formes de propagation. Par conséquent, on différencie les mécanismes suivants:

- Surtension conduite : La foudre peut avoir un impact direct sur les lignes électriques aériennes. La surtension se propage et arrive jusqu'à l'utilisateur, en dérivant à terre à travers ses équipements et en produisant des avaries à ces derniers.
- Surtension induite : Le champ électromagnétique provoqué par les décharges électriques, induit des courants transitoires dans les équipements à proximité, en les transmettant à l'intérieur des installations et en endommageant les équipements.
- Surtension par couplage capacitif : Il existe toujours un couplage capacitif, également appelé capacité parasite, entre n'importe quelle paire de conducteur. Plus la rapidité de la forme d'onde de tension impliquée est grande, plus les surtensions par couplage capacitif sont importantes.
- Augmentation du potentiel dans les prises de terre : Lorsqu'un coup de foudre atteint la terre, le courant de décharge peut élever le potentiel de terre à plusieurs milliers de

volts autour du point d'impact dans le terrain comme conséquence du courant qui se disperse.

Tout objet sur le terrain touché aura la tension associée à ce moment, ce qui peut être à l'origine d'une différence de potentiel dangereuse par rapport à d'autres points de l'installation. Il faut particulièrement prêter attention aux éléments métalliques enterrés, comme les canalisations et les prises de terre.

Chapitre II : Analyse transitoire des circuits électriques

II.1. Introduction

Dans l'analyse d'un système électrique ou physique, une distinction est faite entre le régime permanent et le régime transitoire ou dynamique.

Un système électrique est dit être en régime permanent, lorsque les variables qui décrivent son comportement (tension, courant, etc..), sont soit invariables dans le temps (circuit DC) ou des fonctions périodiques du temps (circuit AC). Un système électrique est dit en régime transitoire quand les variables changent ou varient de manière non périodique.

Le régime transitoire disparaît dans le temps et un nouvel état d'équilibre apparaît. Donc le régime transitoire est le passage d'un état stable à un autre état stable.

Les paramètres du circuit L et C sont caractérisés par leur capacité à stocker de l'énergie.

L'énergie du champ magnétique est : $Wl = \frac{1}{2} \Phi i = \frac{1}{2} Li^2$

L'énergie du champ électrique est : $Wc = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

Les sources de courant et de tension sont les éléments au travers desquels l'énergie est appliquée aux circuits. Ainsi, un système électrique comme un système physique est caractérisé par une quantité d'énergie. Sous les conditions d'un régime permanent, l'énergie stockée dans les différentes capacités et inductances et appliquée par une source continue est constante. Cependant, dans un circuit alternatif, l'énergie est périodiquement transférée entre le champ magnétique et le champ électrique. Lorsque se produit un changement soudain dans un circuit, il y a une redistribution d'énergie entre L et C et un changement dans l'état des sources, requit par les nouvelles conditions. Cette redistribution d'énergie ne peut avoir lieu instantanément mais nécessite un certain temps qui est la durée du régime transitoire. La principale raison de cette situation est qu'un changement instantané de l'énergie exigerait une puissance infinie.

En d'autres termes, suite à une commutation, interruption, court circuit ou tout autre changement brusque dans la structure d'un réseau, il y aura des phénomènes transitoires.

De façon générale, nous dirons qu'un régime transitoire est la phase qui sépare dans le temps deux phases de régime permanent distinct d'un système physique.

L'étude du régime transitoire est souvent nécessaire afin de déterminer si les tensions et les courants qui en découlent ne présentent pas des évolutions dangereuses. Dans le cas de transformateurs de distribution d'énergie, le courant de démarrage peut atteindre jusqu'à 20 fois la valeur nominale. Il est donc impératif de prévoir cette valeur pour y adapter les organes de protection. Il est donc utile de savoir prédéterminer ces régimes, au moins dans les cas assez simples.

Un circuit électrique, représenté par un schéma, est l'ensemble des éléments idéaux fonctionnellement connectés de façon à constituer le modèle mathématique d'un système électrique. Ce modèle permet de comprendre le fonctionnement du système électrique qu'il représente.

Dans ce chapitre, les méthodes d'analyse transitoire des circuits électriques sont présentées. La méthode d'analyse utilisant les équations différentielles est étudiée et appliquée à des circuits du 1^{er} ordre et du 2^{ème} ordre.

II.2. Méthodes d'analyse transitoire des circuits électriques

Pour étudier la réponse d'un circuit électrique suite à l'application d'une excitation, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

II.2.1. Analyse des équations différentielles : Il s'agit d'établir une équation différentielle qui relie la réponse y à l'excitation x .

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

Où les coefficients a_n, \dots, a_1, a_0 et b_m, \dots, b_1, b_0 sont des constantes.

La résolution de cette équation différentielle donnera la réponse y .

II.2.2. Analyse par variables d'états : Pour cette analyse on établit les équations d'état du circuit qui sont des équations différentielles, du premier ordre, écrites sous forme matricielle :

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Où x : vecteur d'état = $[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

y : vecteur d'état = $[y_1, y_2, \dots, y_n]^T$

u : vecteur d'état = $[u_1, u_2, \dots, u_n]^T$

A : matrice $n.n$

B : matrice $n.p$

C : matrice $m.n$

D : matrice $m.p$

Ces équations relient les sorties y et les excitations.

Les résolutions des équations d'état donnera les sorties y .

II.2.3. Analyse par la transformée de Laplace : La transformation de Laplace permet de transformer les éléments électriques ainsi que les tensions et les courants du domaine temporel « t » au domaine fréquentiel « s », qui sont des équations algébriques. La résolution de ces équations donnera la réponse Y dans le domaine « s ». La transformation inverse de Laplace permet de retrouver la réponse y dans le domaine temporel.

II.2.4. Simulation numérique : la simulation numérique de circuits électriques consiste en la résolution numérique des équations nodales à l'aide de programmes de saisie de schéma.

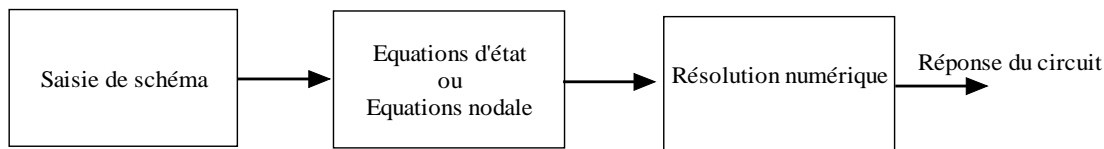


Figure II.1: Simulation numérique de circuits électriques

II.3. Résolution des équations différentielles des circuits électriques

II.3.1. Introduction : Les relations COURANTS/TENSIONS utilisables lors des régimes transitoires sont forcément les relations générales des dipôles. Ces relations, qui utilisent les dérivées des courants et tensions, font des équations de mailles ou de nœuds des circuits, des équations différentielles. Pour résoudre un régime transitoire il est donc nécessaire de savoir résoudre une équation différentielle.

Une équation différentielle à coefficients constants de la fonction inconnue s se présente Comme suit :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 = f(t)$$

n : est le degré de l'équation, f : forme le second membre de l'équation.

La méthode permettant de résoudre ces équations se déroule en 3 étapes :

II.3.2. Résolution de l'équation sans second membre :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 = 0$$

On obtient la fonction Sssm dans laquelle existent une ou plusieurs constantes d'intégration.

II.3.3. Solution générale de l'équation :

$S_{gen} = S_{ssm} + S_{part}$, où S_{part} représente la solution particulière de l'équation, c'est-à-dire, une fonction quelconque qui vérifié l'équation.

En électrotechnique, il est toujours possible de trouver cette solution particulière puisque le système est réel et qu'il est toujours possible de déterminer son régime permanent. Ce dernier satisfera toujours à l'équation différentielle.

En retiendra donc que, S_{part} : solution de l'équation en régime permanent.

II.3.4. Détermination des constantes : Cette étape est possible en utilisant les conditions initiales ou finales des grandeurs.

II.4. Modèle du premier ordre

Un circuit du premier ordre est un circuit dont la réponse y et l'excitation x sont reliées par une équation différentielle du 1^{er} ordre.

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t)$$

II.4.1. Réponse d'un circuit RC à un échelon :

Considérons le circuit RC montré à la figure II.2.

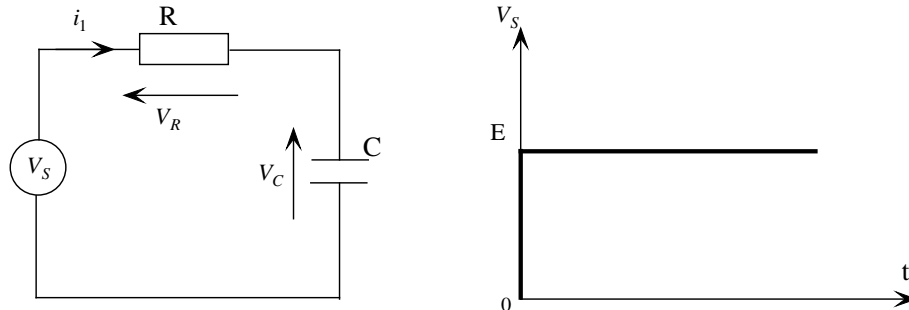


Figure II.2 : Circuit RC excité par une source échelon

Initialement les tensions et les courants dans le circuit sont nuls (avant l'instant $t=0$).

La source de tension $V_S = Eu(t)$, qui représente une source de tension continue E appliquée à $t=0$, est l'excitation du circuit.

Le courant i_1 et les tensions V_R et V_C sont les réponses du circuit.

Dans le cas du circuit RC, la tension V_C aux bornes du condensateur est la variable considérée.

L'équation d'équilibre du circuit est :

$$V_R + V_C = V_S \quad (\text{II.1})$$

Soit :

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = Eu(t) \quad (\text{II.2})$$

Cette équation différentielle à comme second membre une fonction qui est discontinue à $t=0$.

Par conséquent, nous allons considérer deux intervalles distincts : $t < 0$ et $t > 0$.

- Pour $t < 0$, le circuit est au repos ; donc $V_C = 0$
- Pour $t > 0$, V_C est la solution de l'équation différentielle suivante :

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = E \quad (\text{II.3})$$

La solution de cette équation est la somme de deux termes $S_{gen} = S_{ssm} + S_{part}$,

Ou bien : $V_C = V_{Cs} + V_{Cp}$

Où

V_{Cs} : est la solution particulière

V_{Cp} : est la solution de l'équation homogène :

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = 0 \quad (\text{II.4})$$

La solution particulière de l'équation (1.3) et $V_{Cp} = E$ (conditions finales)

La solution de l'équation homogène est de la forme : $V_{Cs} = Ae^{S_1 t}$, où A et S_1 sont des constantes à déterminer .

La constante S_1 peut être déterminée en remplaçant $V_{Cs} = Ae^{S_1 t}$ dans l'équation (II.4).

$$RC \frac{d[Ae^{S_1 t}]}{dt} + Ae^{S_1 t} = 0$$

Soit : $RCS_1 + 1 = 0$

Cette équation est dite équation caractéristique du circuit.

La solution $S_1 = -\frac{1}{RC}$ s'appelle la fréquence naturelle du circuit.

On définit la quantité $\tau = \frac{1}{|S_1|} = RC$, qui a comme dimension « seconde », comme la constante de temps du circuit.

La solution pour V_C pour l'intervalle $t > 0$ est :

$$V_C = E + Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

La constante A est déterminée par la condition initiale de V_C .

à l'instant $t=0$, V_C est continue et sa dérivée $\frac{dV_C}{dt}$ est discontinue.

Alors, nous avons $V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0$

En remplaçant $t=0$ dans l'expression de :

$V_C = E + Ae^{-\frac{t}{RC}}$, on obtient : $E + A = 0$ d'où $A = -E$.

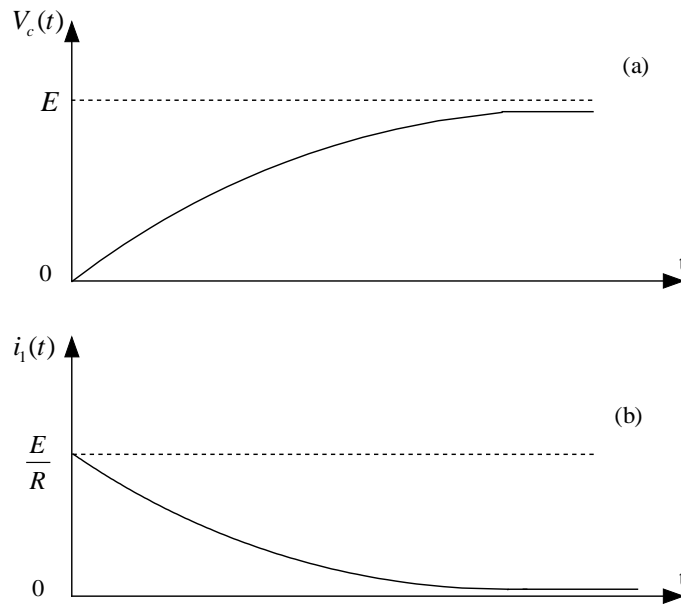
Finalement la solution pour tout t est :

$$V_C = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

Le courant i_1 peut être calculé à partir de V_C :

$$i_1 = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} \left[E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) u(t) \right] = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} u(t)$$

Les variations de la tension aux bornes du condensateur et du courant dans le condensateur sont représentées à la figure II.3.



(a) : tension aux bornes du condensateur

(b) : courant dans le condensateur

Figure II.3 : Réponse d'un circuit RC à un échelon

II.4.2. Réponse d'un circuit RL à un échelon : soit le circuit RL montré à la figure II.4

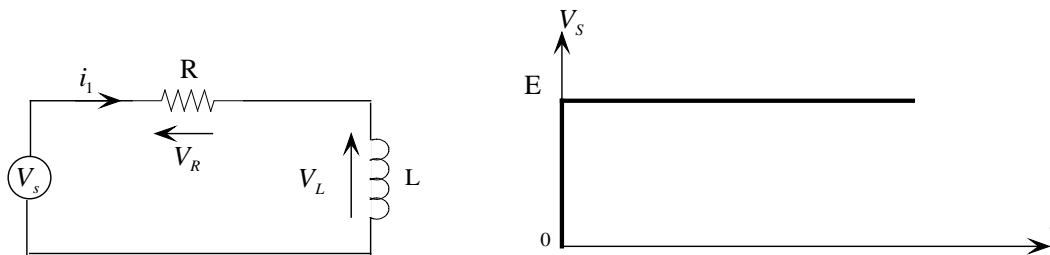


Figure II.4 : Circuit RL excité par une source échelon

Nous allons procéder de la même manière que dans le cas d'un circuit RC.

Dans le cas du circuit RL, le courant i et les tensions V_R et V_L sont les réponses du circuit. La variable à considérer est le courant i_1 dans l'inductance L .

L'équation d'équilibre du circuit est : $V_R + V_L = V_s$

$$\text{Ou bien : } L \frac{di_1}{dt} + Ri_1 = Eu(t) \quad (\text{II.5})$$

La résolution de cette équation différentielle peut être effectuée de façon identique au cas précédent avec les conditions initiales :

$$i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0$$

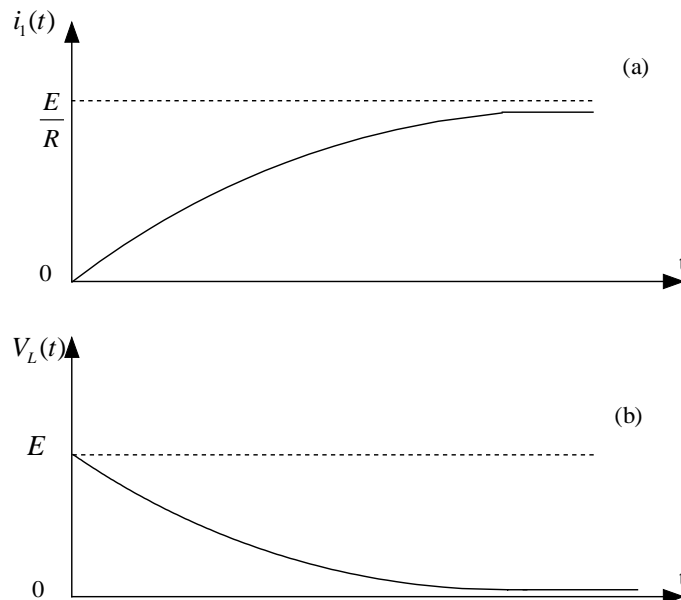
On obtient la réponse du courant i_1 pour tout temps :

$$i_1 = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) u(t)$$

La tension aux bornes de l'inductance est :

$$V_L = L \frac{di_1}{dt} = E e^{-\frac{R}{L}t} u(t)$$

Les variations du courant et de la tension dans l'inductance sont représentées à la figure II.5.



(a) : Courant dans l'inductance

(b) : Tension aux bornes de l'inductance

Figure II.5: Réponse d'un circuit RL à un échelon

II.4.3. Réponse d'un circuit RC à une excitation sinusoïdale : considérons le circuit RC montré dans la figure II.6.

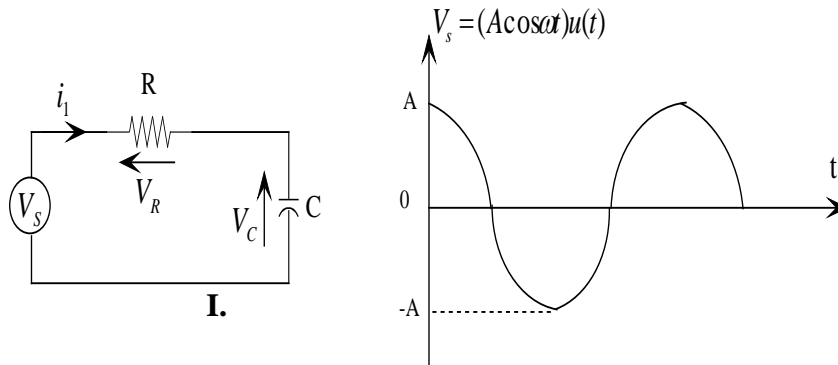


Figure II.6: Circuit RC excité par une source sinusoïdale

Initialement le circuit est au repos; à $t=0$, on applique brusquement une fonction sinusoïdale

$$V_s = (A \cos \omega t) u(t)$$

L'équation différentielle qui décrit le comportement du système est :

$$RC \frac{dV_c}{dt} + V_c = V_s = (A \cos \omega t) u(t) \quad (\text{II.6})$$

Exprimons V_s comme la partie réelle d'une fonction exponentielle complexe. Soit :

$$V_s = A \cdot \text{Re} \{ e^{j\omega t} u(t) \}$$

L'équation (II.6) devient :

$$RC \frac{dV_c}{dt} + V_c = A \cdot \text{Re} \{ e^{j\omega t} u(t) \} \quad (\text{II.7})$$

Pour résoudre cette équation, nous allons procéder comme suit :

$$RC \frac{dV_x}{dt} + V_x = e^{j\omega t} u(t) \quad (\text{II.8})$$

La tension V_c sera obtenue ensuite par la relation suivante : $V_c = A \cdot \text{Re} \{ V_x \}$

Solution pour V_x :

Pour $t < 0$: $V_x = 0$

Pour $t > 0$: V_x est la solution de : $RC \frac{dV_x}{dt} + V_x = e^{j\omega t}$

V_x sera la somme de la solution particulière et de la solution homogène

$$V_x = V_{xs} + V_{xp}$$

- La solution particulière V_{xp} est :

$$V_{xp} = B e^{j\omega t} \text{ où } B \text{ une constante.}$$

il vient alors : $RC \frac{d(B e^{j\omega t})}{dt} + B e^{j\omega t} = e^{j\omega t}$

$$(RCj\omega + 1) B e^{j\omega t} = e^{j\omega t}$$

$$\text{Alors : } B = \frac{1}{RCj\omega + 1}$$

- La solution homogène V_{xs} (sans second membre)

$$RC \frac{dV_{xs}}{dt} + V_{xs} = 0$$

$$\text{Nous avons : } V_{xs} = D e^{S_1 t}$$

Où : D est une constante à déterminer par la condition initiale.

S_1 est la fréquence naturelle du circuit, racine de l'équation caractéristique :

$$RCS_1 + 1 = 0 \quad \text{donc} \quad S_1 = -\frac{1}{RC}$$

Il vient alors, pour $t > 0$, la solution V_x est : $V_x = D^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RCj\omega + 1} e^{j\omega t}$

A $t=0$, la variable V_x est continue : $V_x(0^+) = V_x(0^-) = 0$

$$\text{Alors, on aura : } D^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RCj\omega + 1} = 0$$

$$\text{On déduit : } D^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{1}{RCj\omega + 1}$$

La solution V_x pour tout temps s'écrit :

$$V_x = \frac{1}{RCj\omega + 1} \left(e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{RC}} \right) u(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}} e^{-j\phi} \right) \left(e^{j\omega t} - e^{-\frac{t}{RC}} \right) u(t)$$

Avec $\varphi = \arctg(RC\omega)$

En définitif, la solution V_c est donnée par :

$$V_c = A. Re\{V_x\} = \frac{A}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}} \left[\cos(\omega t - \varphi) - \cos\varphi e^{-\frac{t}{RC}} \right] u(t)$$

En conclusion, la réponse d'un circuit du 1^{er} ordre à une excitation brusque appliquée à $t=0$ est constituée de deux parties distinctes : la réponse particulière et la réponse homogène.

- La réponse particulière est de même nature que l'excitation.
- La réponse homogène est déterminée uniquement par la nature du circuit et est appelé aussi réponse naturelle.

Chapitre III : Régime transitoire des lignes électriques

III.1. Introduction

Les phénomènes transitoires dans les réseaux électriques sont causés par les manœuvres, les défauts et les autres perturbations comme la foudre. Ils impliquent une gamme de fréquence de zéro à quelques MHz. La précision des résultats de simulation obtenus par les analyseurs transitoires de réseaux ou par les calculs informatiques dépend de la représentation des composants du réseau ainsi que des données d'entrée disponibles. Des représentations valables sur toute la gamme de fréquence de 0 (courant continu) à 50 MHz ou plus sont pratiquement impossibles pour tous les composants d'un réseau. C'est pourquoi il faut examiner en détail les caractéristiques physiques d'un élément spécifique d'un réseau qui ont un effet décisif sur la partie du phénomène transitoire présentant un intérêt.

Les principales méthodes de calcul des régimes transitoires dans un réseau électrique sont regroupées en trois grandes familles :

- Les méthodes basées sur la théorie des ondes mobiles (initialement cette méthode est développée par Bergeron - méthode des caractéristiques)
- Les méthodes utilisant les transformations de Fourier ou de Laplace (transformation dans le domaine fréquentiel utilisant les théorèmes de convolution)
- Les méthodes aux différences finies.

Des études de perturbations transitoires sur un système de transmission ont montré que ces changements sont suivis par la naissance d'ondes qui se propagent de part et d'autre du point de défaut. Par exemple, lorsqu'un coup de foudre tombe sur un conducteur de ligne, l'onde de tension induite tend à se diviser en deux ondes se propageant dans des directions opposées.

Quand une onde de surtension atteint un transformateur de puissance, par exemple, elle provoque une répartition des contraintes, qui n'est pas uniforme et peut conduire à la rupture du système d'isolation.

Pour étudier le comportement des lignes de transport d'énergie intégrées dans un réseau, nous allons considérer le modèle d'une ligne à constantes réparties. L'analyse transitoire, comme le comportement en régime permanent, doit être basée sur des équations aux dérivées partielles.

III.2. Modélisation du phénomène transitoire

Considérons le modèle à constantes réparties de la ligne présentée à la figure III.1

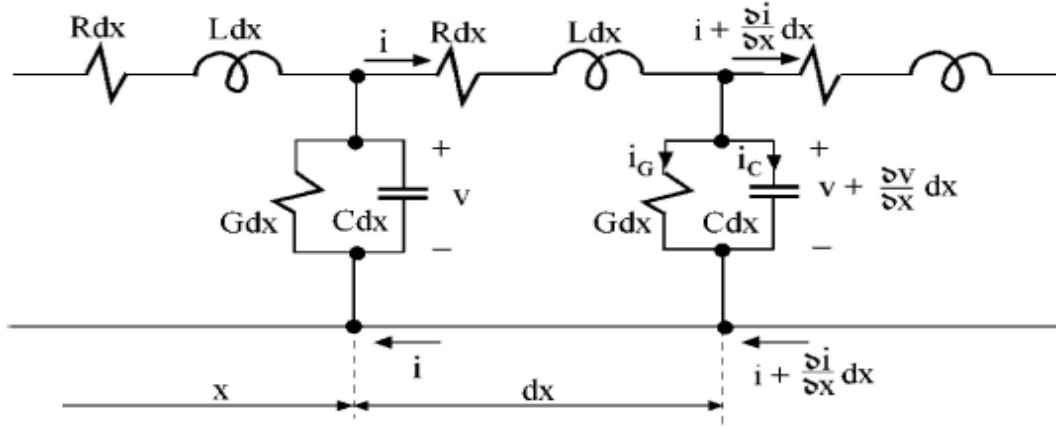


Figure III.1 : Modèle de la ligne à constantes réparties

Avec : Rdx , Ldx , Gdx et Cdx respectivement, la résistance, l'inductance, la conductance et la capacité d'un tronçon de ligne de longueur dx .

Soit x la distance de la source à la section considérée de la ligne; V et i la tension et le courant au début de la section dx et $V + (\partial V / \partial x) dx$ et $i + (\partial i / \partial x) dx$ à la fin de la section dx .

Notez que la tension et le courant dans une ligne de transmission en transitoire sont des fonctions de deux variables x et t . Nous pouvons maintenant écrire deux équations pour cette section par application de deux lois de Kirchhoff:

$$v = \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) + Rdx i + Ldx \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{III.1}$$

$$i = \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) + Gdx \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) + Cdx \frac{\partial}{\partial t} \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \right) \quad \text{III.2}$$

En combinant les termes similaires et en divisant par dx , on obtient un système d'équation différentielle aux dérivées partielles suivant :

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R i + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{III.3}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G v + C \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{III.4}$$

Ces Equations sont dites les équations de la télégraphie dans la physique classique et équations d'ondes dans le cas d'une ligne sans pertes ($R=G=0$).

La solution de ces équations avec les conditions initiales et aux limites connues permet d'obtenir le courant de ligne et de la tension en tout point de la ligne en fonction du temps et de la distance.

L'influence de la résistance R et de la conductance G par rapport à L et C dans les lignes de transmission est négligeable (signaux à haute fréquence ou en présence de phénomènes transitoires). En outre, comme le temps de propagation des ondes est relativement faible, l'influence des pertes est à peine significative. Donc, pour simplifier l'analyse, la ligne sera supposée sans pertes. Les équations précédentes deviennent :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{III.5}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C \frac{\partial v}{\partial t} \quad \text{III.6}$$

A noter que le signe moins dans les équations est due au fait que la tension V et le courant i diminuent à mesure que x augmente (le sens de propagation de V et i le long de la ligne).

La dérivée par rapport à x de l'équation III.5 et par rapport à t de l'équation III.6 donne :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -L \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} \quad \text{III.7}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = -C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{III.8}$$

En remplaçant l'équation III.7 dans III.8 pour éliminer la variable courant, on obtient l'équation de propagation de la tension:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \text{III.9}$$

De la même façon, la variable tension peut être éliminée et on obtient l'équation de propagation du courant :

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad \text{III.10}$$

Les équations III.9 et III.10 sont dites équations d'onde, elles sont identiques pour le courant et la tension. Quand une de ces fonctions est connue, l'autre peut être déterminée en utilisant soit l'équation III.5 ou III.6.

La solution des équations d'onde peut être déterminée de manière intuitive. En faisant attention au fait que les dérivées secondes de la tension v et du courant i , par rapport à t et x , doivent être directement proportionnelle, la solution peut être toute fonction de variable t et x indépendante de la forme : $w_{1,2} = x \mp c t$ III.11

Une des méthodes les plus adaptées pour solutionner ces équations est la méthode de séparation de variables.

La solution de l'équation III.9 est de la forme :

$$v(x, t) = v_1 + v_2 = f_1(x - ct) + f_2(x + ct) \quad \text{III.12}$$

Qui satisfait l'équation III.9.

Afin d'assurer cette cohérence et déterminer le sens de la constante c , nous substituons une des fonctions (équation III.12), par exemple f_1 , dans l'équation III.9. Sa première dérivée par rapport à x est:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\partial f_1}{\partial w_1} \cdot \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial f_1}{\partial w_1} \quad \text{III.13}$$

Et la seconde dérivée est :

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f_1}{\partial w_1^2} \quad \text{III.14}$$

La première dérivée de l'équation III.12 par rapport à t est :

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial f_1}{\partial w_1} \cdot \frac{\partial w_1}{\partial t} = \frac{\partial f_1}{\partial w_1} (-c) \quad \text{III.15}$$

La seconde dérivée est :

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial w_1^2} \quad \text{III.16}$$

En remplaçant les équations III.14 et III.16 dans l'équation III.9, on obtient :

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial w_1^2} = LC \cdot c^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial w_1^2}$$

Or cette égalité est vérifiée si la quantité $LC \cdot c^2 = 1$, ou bien $c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (m/s)

Par conséquent, la constante c a les dimensions de mètres par seconde et représente la vitesse de propagation de l'onde de tension et du courant le long de la ligne. De même, on peut montrer que le deuxième terme (f_2) dans l'équation III.12 satisfait à l'équation III.9 avec la même signification de la constante c .

La fonction i du courant peut être déterminée en utilisant les équations III.5 et III.13, soit :

$$\frac{\partial f_1}{\partial w_1} = -L \frac{\partial i_1}{\partial t}$$

Après intégration par rapport à la variable t

$$\int \frac{\partial f_1}{\partial w_1} dt = -L \int \frac{\partial i_1}{\partial t} dt$$

Donne : $[1/(-c)]f_1 = Li_1$ comme $\frac{\partial w_1}{\partial t} = -c = \text{const}$

On obtient : $i_1 = \frac{1}{cL} f_1(x - ct) = \frac{1}{Z_c} v_1$ avec : $Z_c = c \cdot L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Z_c est l'impédance caractéristique d'une ligne de transmission sans pertes.

En suivant le même raisonnement on obtient l'expression de i_2 :

$$i_2 = -\frac{1}{cL} f_2(x - ct) = -\frac{1}{Z_c} v_2$$

L'expression du courant total est : $i(x, t) = \frac{1}{Z_c} [f_1(x - ct) - f_2(x + ct)] = i_1 + i_2$

La solution des équations de propagation du courant et de la tension sont :

$$v(x, t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct) = v_1 + v_2$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_c} [f_1(x - ct) - f_2(x + ct)] = i_1 + i_2$$

Ces solutions correspondent à des ondes de tension et de courant se déplaçant à la vitesse c dans la ligne, pour f_1 dans le sens des z positifs (onde progressive), pour f_2 dans le sens des z négatifs (onde régressive).

III.3. Propriétés des ondes de propagation de la tension et du courant dans une ligne de transmission.

Le comportement des fonctions $v(x,t)$ et $i(x,t)$ peut être illustré en sélectionnant des points particuliers sur l'onde et suivre sa propagation à des instants différents. Prenons l'argument de v_1 ou i_1 constant, pour le point A, $v_1=0$, figure III.2 (a)

$$w_A = x - vt = \text{const}$$

Ceci montre que quand t augmente, x augmente aussi, donc $\Delta x = c\Delta t$ et ce point particulier A, a parcouru une distance Δx , comme le montre la figure III.2 (a). Ainsi, la représentation de v_1 en fonction du temps figure III.2 (a) en trait continu, montre que cette onde se déplace dans le sens positif des ($+ X$) (trait discontinue). Par conséquent, les ondes v_1 et i_1 sont dites des ondes incidentes.

De la même façon, on peut vérifier pour v_2 et i_2 en gardant,

$$w_B = x + vt = \text{const} \quad , \text{ que lorsque } x \text{ augmente le temps } t \text{ diminue, donc } \Delta x = -c\Delta t$$

Ceci montre pour un point particulier (B) de l'onde v_2 montrée à la figure III.2 (c), semble se déplacer dans le sens négatif des ($-X$). Ainsi, les ondes v_2 et i_2 sont dites des ondes réfléchies. Dans les deux cas considérés, la constante c représente la vitesse de propagation de l'onde de tension et du courant.

Dans les lignes de transmission sans pertes ($R=G=0$), les ondes de tension et de courant se propagent sans déformation ni atténuation pour l'onde incidente et l'onde réfléchie figure III.2 (b) et (d).

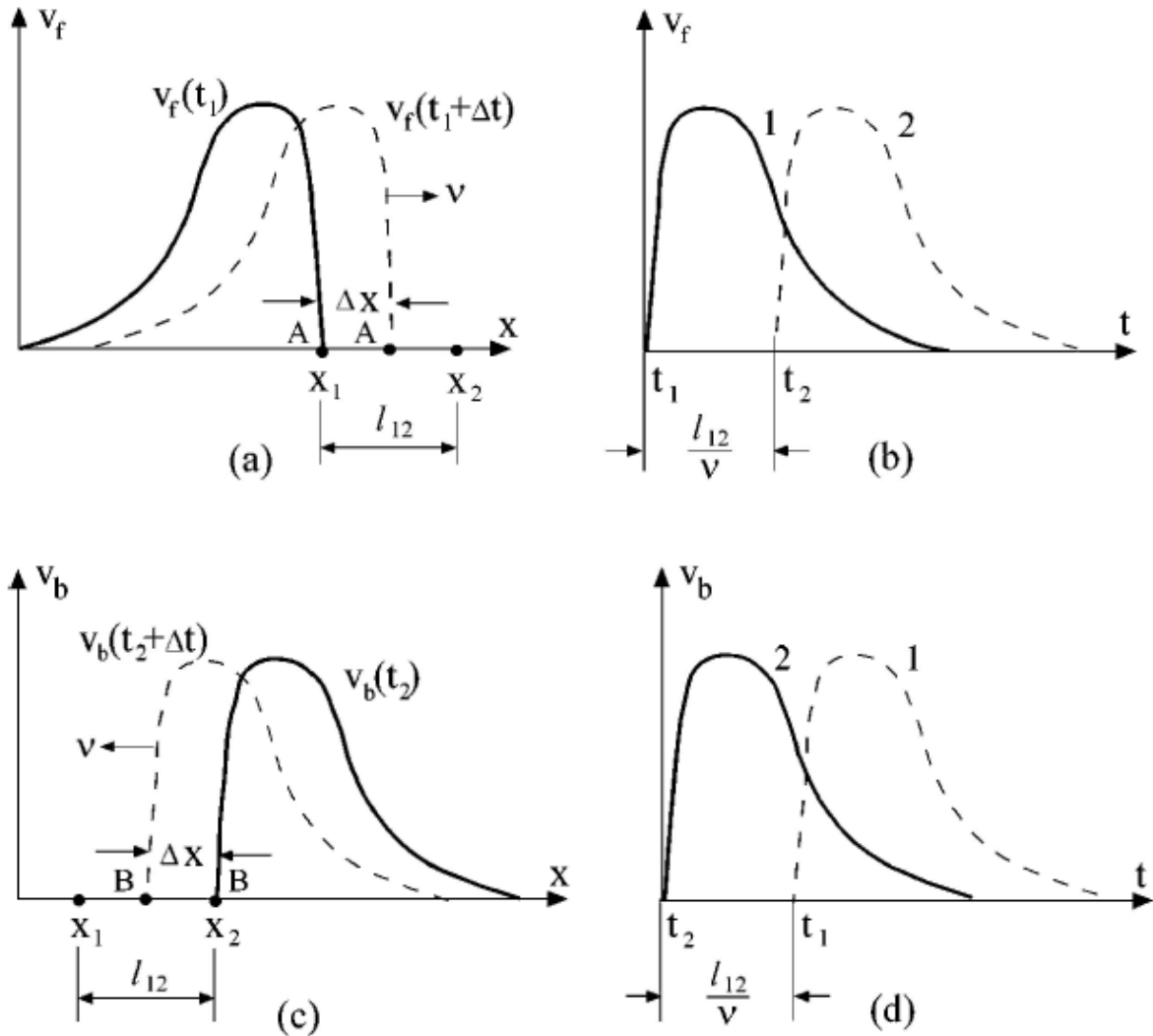


Figure III.2 Onde de tension fonction de la distance de propagation x et du temps t :
 (a) et (b) ondes incidentes, (c) et (d) ondes réfléchies.

En conclusion, il faut mentionner que, en tout point de la ligne y compris les points de discontinuité (extrémité de la ligne, point de connexion de deux lignes), les valeurs instantanées des tensions et courants sur la ligne peuvent s'exprimer par les relations suivantes :

$$v = v_1 + v_2$$

$$i = i_1 + i_2$$

Avec :

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_c} \quad \text{et} \quad I_2 = -\frac{V_2}{Z_c}$$

III.4. Comportement des ondes de courant et de tension en un point de jonction

III.4.1. Ondes incidente, transmise et réfléchi.

Un point de transition est un point de changement de l'impédance caractéristique de la ligne (jonction de deux lignes, jonction d'une ligne aérienne et d'un câble souterrain, un point de court circuit ou d'ouverture de la ligne). Quand une onde incidente atteint un point de transition, une partie de l'onde est réfléchi et une autre partie est transmise vers l'autre section de la ligne.

Considérons le passage d'une onde mobile d'une ligne d'impédance caractéristique Z_1 vers une ligne d'impédance caractéristique Z_2 (Figure III.3)

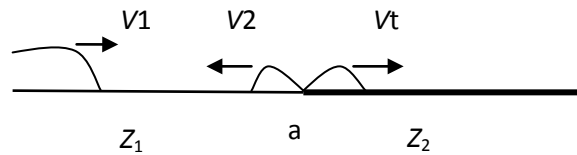


Figure III.3 : Schéma de principe

Au point de transition (a) et compte tenu du principe de continuité du potentiel et du courant de part et d'autre du point (a) on a :

$$v_1 + v_2 = v_t$$

$$i_1 + i_2 = i_t$$

Les ondes incidentes v_1 et i_1 sont reliées par la relation : $\frac{v_1}{i_1} = Z_1$

Les ondes transmises v_t et i_t sont reliées par la relation : $\frac{v_t}{i_t} = Z_2$

Les ondes réfléchies v_2 et i_2 sont reliées par la relation : $\frac{v_2}{i_2} = -Z_1$

A partir des relations précédentes on obtient les expressions des ondes transmises et réfléchies des courants et tensions :

$$v_2 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} v_1 \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} i_1 = -v_2/Z_1$$

$$v_t = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} v_1 \quad \text{et} \quad i_t = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} i_1 = v_t/z_2$$

$$\rho = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} \quad \text{est le coefficient de réflexion}$$

$$\alpha = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} \quad \text{est le coefficient de transmission}$$

III.4.2. La continuité de la puissance au point de transition

La puissance du côté de la réflexion de l'onde a pour expression :

$$P_A = (v_1 + v_2)(i_1 + i_2) = \left(\frac{2z_2}{z_1 + z_2} v_1 \right) \left(\frac{2z_1}{z_1 + z_2} i_1 \right)$$

La puissance du côté de la transmission de l'onde a pour expression :

$$P_B = (v_2)(i_2) = \left(\frac{2z_2}{z_1 + z_2} v_1 \right) \left(\frac{2z_1}{z_1 + z_2} i_1 \right)$$

$P_A = P_B$ Ainsi la continuité de la puissance au point de jonction (transition) est vérifiée.

III.4.3. Comportement des ondes de propagation du courant et de la tension à des points particuliers.

a) Point de transition ouvert (cas d'une ligne ouverte à son extrémité).

Nous avons dans ce cas $z_2 = \infty$, la limite de l'expression de l'onde de tension transmise $v_t = v_1 + v_2$ quand z_2 tend vers l'infinie égale à $2v_1$.

De même pour le courant résultant sur la ligne du côté réfléchi, $i_1 + i_2 = 0$. L'onde résultante est la superposition de deux ondes de même amplitude et de sens opposé.

Sur la figure III.4 on donne une représentation des ondes de courant et de tension dans le cas de la déconnexion d'une charge d'impédance Z_L connectée à une source de tension V_s d'impédance interne Z_s à travers une ligne d'impédance caractéristique Z_c .

V_s et I_L : ondes incidentes, V_b et i_b : ondes réfléchies

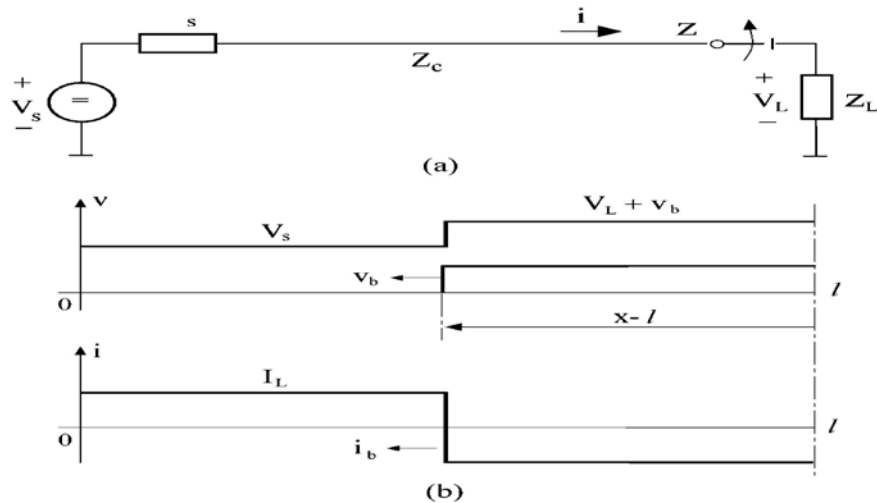


Figure III.4 : Propagation d'ondes dans le cas d'une déconnexion de la charge (a), diagramme des courants et tensions (b).

b) Point de transition en court circuit (cas d'une ligne à extrémité en court circuit)

Dans ce cas nous avons $z_2 = 0$, et la tension sur la partie réfléchiée de la ligne $v_t = v_1 + v_2 = 0$, puisque dans ce cas $v_2 = -v_1$ ou bien le coefficient de réflexion $\rho = (-1)$ et $\alpha = 0$.

La figure III.5 donne les diagrammes des courants et tension dans le cas d'une ligne à extrémité en court circuit.

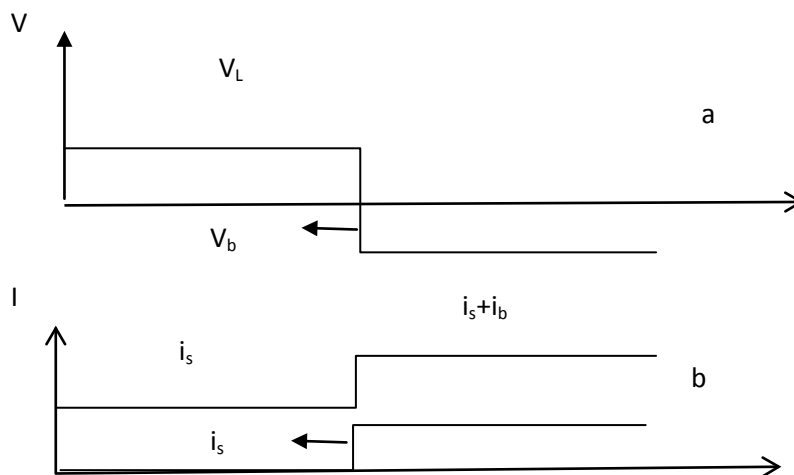


Figure III.5 : Diagrammes des courants et tensions dans le cas d'un court circuit

Dans le cas d'un court circuit, au point du défaut, l'onde de tension réfléchiée est de même amplitude que l'onde incidente et de sens opposé, la résultante est une onde nulle qui se

propage du point de défaut vers la source et le courant est une onde qui vaut 2 fois le courant incident.

Il n'y a qu'un seul cas où une tension appliquée à l'entrée de la ligne n'est jamais perturbée par une réflexion parasite : c'est celui où le coefficient de réflexion est nul. Dans ce cas $Z_1 = Z_2$. Un cas pratique est celui, par exemple, où un câble BNC (coaxial) est branché en sortie d'un générateur, et le relie à une platine de montage. L'impédance caractéristique d'une ligne coaxiale étant souvent de 50Ω , si on veut limiter les réflexions parasites au niveau du branchement sur la platine de montage, réflexions qui pourraient nuire à la « propreté » du signal délivré, il est nécessaire que l'impédance d'entrée de celui-ci soit égale à 50Ω (adaptation d'impédance).

III.5. Schéma de Petersen

a) Considérons le cas de la jonction de deux lignes, comme le montre la figure III.6.

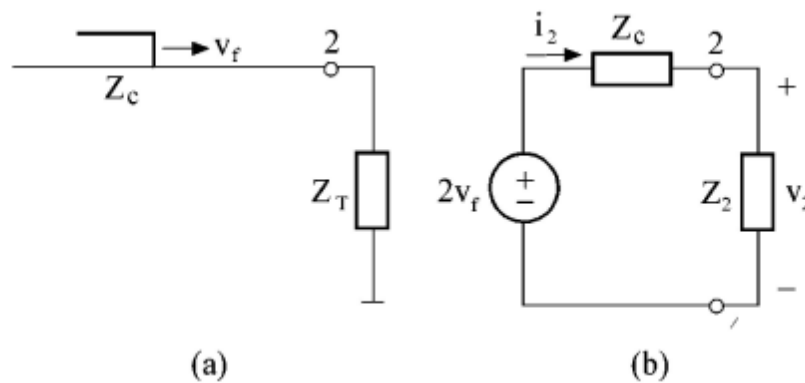


Figure III.6 : Jonction de deux lignes : (a) représentation des lignes, (b) schéma équivalent

Le passage de l'onde incidente v_f de la ligne d'impédance Z_c vers la ligne d'impédance Z_T (figure III.6 (a)) et l'expression de l'onde de tension transmise V_t est donnée par la relation :

$$v_t = \frac{2z_t}{z_c + z_t} v_f = \alpha v_f$$

Où α est le coefficient de transmission de l'onde de tension.

Cette relation montre que la tension à la réception v_t peut être obtenue à partir du schéma équivalent de la figure III.6 (b) où les deux lignes sont représentées par leurs impédances

connectées en série et le circuit est alimenté par une tension qui vaut deux fois la tension incidente (diviseur de tension).

b) Cas d'une jonction de trois lignes (figure III.7)

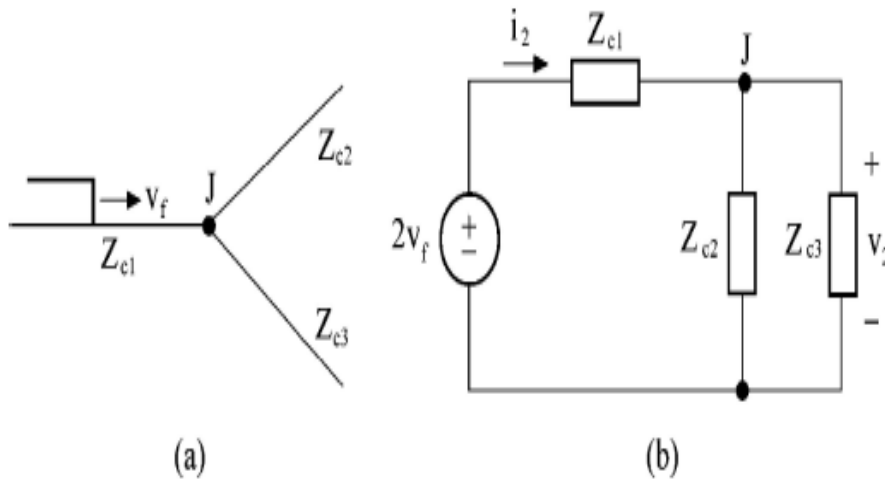


Figure III.7 : Jonction de trois lignes : (a) représentation des lignes, (b) schéma équivalent

Le concept du circuit équivalent peut être utilisé pour tout type de discontinuité.

Sur la figure III.7 (a) est représenté le cas d'une jonction de trois lignes de transmission, le schéma équivalent est représenté sur la figure III.7 (b), où les deux lignes du coté transmission sont représentées par leurs impédances caractéristiques en parallèle.

L'expression de l'onde de tension transmise est donnée par la relation :

$$v_t = \frac{Z_{eq}}{Z_{c1} + Z_{eq}} 2v_f$$

Où $Z_{eq} = \frac{Z_{c2}Z_{c3}}{Z_{c2} + Z_{c3}}$

Dans le cas d'une jonction à plusieurs lignes : $Z_{c1}, Z_{c2}, Z_{c2}, \dots, Z_{cn}$.

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_{c3}} + \dots + \frac{1}{Z_k} + \frac{1}{Z_n}$$

$$v_{t2} = v_{t3} = \dots = v_{tn} = \frac{Z_{eq}}{Z_{c1} + Z_{eq}} 2v_f$$

III.6. cas d'une ligne fermée sur une résistance R.

La figure III.8 montre l'analyse d'une propagation d'onde dans le cas où la ligne est fermée sur une résistance R de valeur supérieure à Z_c .

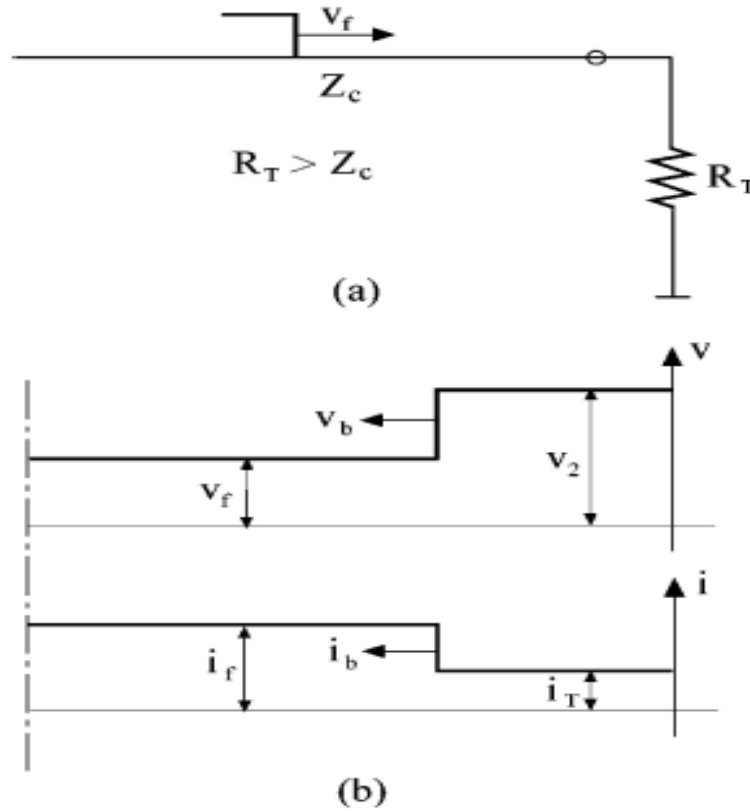


Figure III.8 : Diagramme des tensions et courants d'une ligne fermée sur une résistance

$$R_T > z_c$$

L'onde réfléchie est déterminée par le coefficient de réflexion, soit :

$$v_b = \rho v_f = \frac{R_T - z_c}{R_T + z_c} v_f$$

Le coefficient de réflexion ρ peut être positif ou négatif selon les valeurs relatives de R_T et Z_c .

($\rho=0$) $R_T = Z_c$ cas d'une ligne fermée sur son impédance caractéristique).

L'expression du courant réfléchi est : $i_b = -(v_b/z_c)$

La tension transmise v_t et le courant transmis i_t à la réception sont :

$$v_t = v_b + v_f \quad \text{et} \quad i_t = i_b + i_f$$

La figure III.8 (b), montre les diagrammes des courants et tension dans le cas d'une ligne fermée sur une résistance $R_T > z_c$. Ainsi, on voit que v_b est positif alors que i_b est négatif. L'onde résultante sur la ligne de transmission est caractérisée par une augmentation de la tension et une réduction du courant.

Dans le cas où $R_T < z_c$, l'onde résultante à l'extrémité de la ligne est caractérisée par réduction de la tension et une augmentation du courant.

III.7. Capacité en dérivation

La figure III.8 montre deux lignes connectées en série et une capacité en parallèle à la jonction des deux lignes.

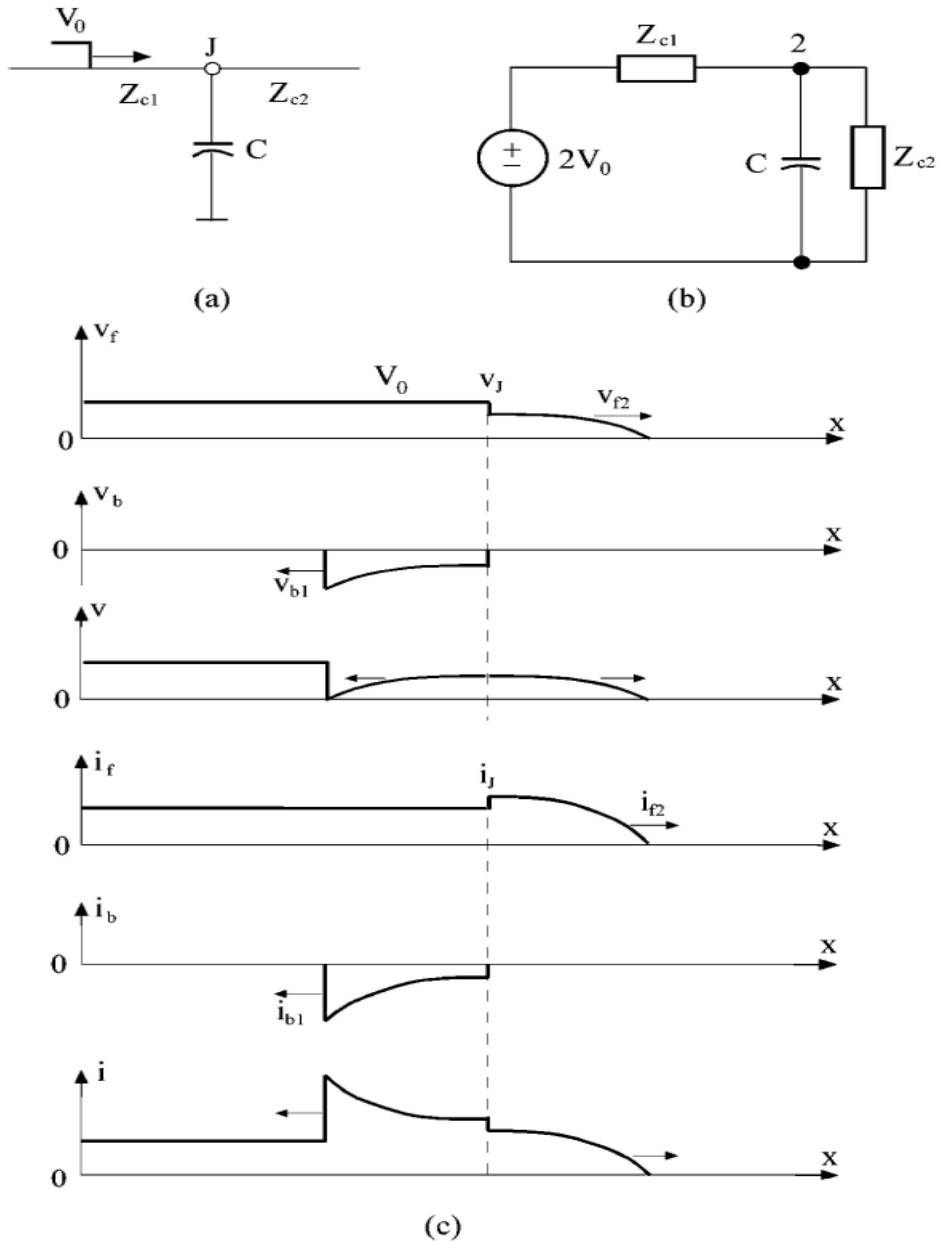


Figure III.8 : Diagrammes des courants et tensions dans le cas d'une capacité en parallèle entre deux lignes.

A partir du schéma équivalent montré à la figure II.8 (a) on peut écrire le système d'équation suivant :

$$2V_0 = z_{c1}i + v_{f2} \quad (1)$$

$$i = \frac{v_{f2}}{z_{c2}} + c \frac{dv_{f2}}{dt} \quad (2)$$

De (1) et (2) on obtient :

$$\frac{dv_{f2}}{dt} + \frac{z_{c1}+z_{c2}}{cz_{c1}z_{c2}}v_{f2} = \frac{2V_0}{cz_{c1}}$$

C'est une équation différentielle du premier ordre, la résolution de cette équation avec les conditions initiales : à $t=0$, $v_{f2}=0$, donne :

$$v_{f2} = \frac{2z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}}V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

L'expression de l'onde de tension réfléchie v_b est :

Nous avons au point de jonction : $v_{b1} + V_0 = v_{f2}$ alors $v_{b1} = v_{f2} - V_0$

$$v_{b1} = \left[\alpha V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - V_0 \right] = V_0(\alpha - 1) - \alpha V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Les coefficients ρ et α représentent respectivement le coefficient de réflexion et de transmission, les indices 1 et 2 sont liés au milieu de propagation de l'onde.

Ici l'expression de v_{f2} est la même que l'expression de v_c .

La figure III.8 (c) montre les diagrammes des tensions et des courants, les expressions de ces diagrammes sont résumées comme suit :

La répartition de la tension sur la ligne de départ est :

$$v_{f2}(x, t) = \frac{2z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}}V_0 \left(1 - e^{-\frac{(t-x/c)}{\tau}}\right)$$

L'onde réfléchie se propageant le long de la ligne est :

$$v_{b1}(x, t) = \rho V_0 - \alpha V_0 e^{-(t-x/c)/\tau}$$

Les ondes de propagation du courant ont la même forme que celles de la tension et leurs valeurs sont liées à la tension par les impédances caractéristiques des lignes.

III.8. Oscillation des ondes mobiles

Soit une ligne de transmission d'impédance caractéristique Z_c connectée entre un générateur d'impédance interne Z_s et une charge d'impédance Z_L . On suppose que $Z_c = Z_s = Z_L$, figure III.9.

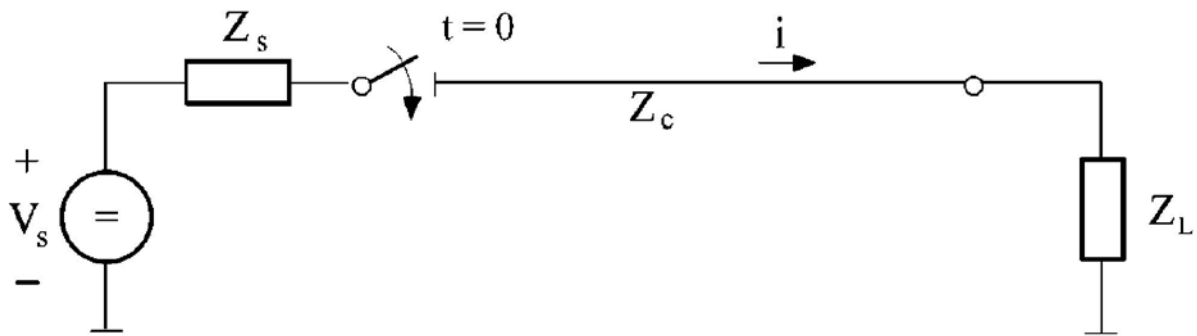


Figure III.9 : Schéma de principe sur les oscillations d'ondes

La première onde mobile transmise à la ligne (un échelon de tension $U(t)$ sera :

$$v_{f1}(0, t) = \alpha V_s = \frac{Z_c}{Z_c + Z_s} V_0 U(t)$$

Où $U(t)$ est un échelon de tension. La première onde de réflexion apparaît une fois l'onde incidente a atteint le point de réception.

On définit : α Coefficient de transmission de la source vers la ligne (Obtenu par la relation du diviseur de tension).

ρ_s : Coefficient de réflexion de la source

ρ_r : Coefficient de réflexion de la charge

$$v_{b1}(l, t) = \rho_r v_{f1} = \alpha \rho_r V_0 U(t - t_r)$$

Avec $t_r = l/c$ est le temps de propagation de l'onde depuis $x=0$ jusqu'à $x=l$

La seconde onde incidente apparait après que l'onde réfléchie ait atteint le point de connexion avec la source. En fait, il s'agit d'une onde réfléchie par la source avec le coefficient ρ_s .

Elle a pour expression :
$$v_{f2}(0, t) = \alpha \rho_r \rho_s V_0 U(t - 2t_r)$$

De la même manière on obtient la seconde onde réfléchie par la charge.

$$v_{b2}(l, t) = \alpha \rho_s \rho_r^2 V_0 U(t - 3t_r)$$

Pour la k ème onde incidence, $k > kt_r$

$$v_{f,k}(x, t) = (\rho_s \rho_r)^{k-1} \alpha V_0 U\left(t - 2(k-1)t_r - \frac{x}{c}\right)$$

$$v_{b,k}(x, t) = (\rho_s \rho_r)^{k-1} \rho_r \alpha V_0 U\left(t - (2k-1)t_r - \frac{x}{c}\right)$$

Les ondes de courant sont reliées aux ondes de tension par l'impédance caractéristique de la ligne. Soit :

$$i_{f,k} = \frac{v_{f,k}}{Z_c}, \quad i_{b,k} = -\frac{v_{b,k}}{Z_c}$$

Ainsi, la réponse complète consiste en une série infinie d'ondes de courant et de tension qui se superposent successivement en se propageant de la source vers la charge et de la charge vers la source.

Chacune des ondes incidentes et réfléchies peuvent être traitées comme une progression géométrique décroissante de raison $\rho_s \rho_r$ et de premier terme αV_0 et $\alpha \rho_r V_0$ respectivement.

La valeur finale de la tension sur la ligne (quand $t \longrightarrow \infty$) peut être exprimée comme la somme de ces deux progressions.

$$\text{Soit : } v(x, t) = \frac{\alpha V_0}{1 - \rho_s \rho_r} + \frac{\alpha \rho_r V_0}{1 - \rho_s \rho_r} = V_0 \frac{z_T}{z_s + z_T}$$

Ce ci est l'expression de la tension à la réception en régime permanent.

III.9 Diagramme de BEWLEY

La tension peut être déterminée à un instant t et à une distance x donnés graphiquement en utilisant le diagramme de Bewley. Ce diagramme permet de donner une représentation graphique de la propagation d'une onde de tension ou de courant au moment de sa transmission ou sa réflexion à partir de l'extrémité de la ligne, figure III.10.

Sur ce diagramme, la distance entre le point d'émission et le point de réflexion est représentée par une ligne horizontale et le temps est représenté par les deux lignes verticales (t_r est le temps mis par l'onde pour parcourir la longueur totale de la ligne).

$$x = c \cdot t_r, \quad \text{où} \quad c = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Avec c_0 la vitesse de propagation dans le vide, $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$

Les lignes diagonales en zigzag représentent l'onde pendant ses réflexions entre les deux points de discontinuité. La valeur de chaque onde est notée sur la ligne correspondante. Chaque réflexion est déterminée en multipliant l'onde incidente par le coefficient de réflexion approprié.

La tension en un point de coordonnées (x,t) le long de la ligne, peut être déterminé en traçant une ligne verticale à partir du point considéré et sommer tous les termes supérieurs au point correspondant à l'intersection de la diagonale et la droite verticale figure III.10.

Pour exemple, la valeur de la tension à $t = 4.5 t_r$ et $x = \frac{1}{4} l$ est :

$$v(0.25 l, 4.5 t_r) = \alpha V_0 (1 + \rho_r + \rho_r \rho_s + \rho_s \rho_r^2 + \rho_s^2 \rho_r^2)$$

A partir du diagramme de Bewley, on peut représenter graphiquement les tensions au point $x = 0$ et $x = l$ en fonction du temps de propagation de l'onde $t = 1 t_r$ jusqu'au temps $n \cdot t_r$ donnant le régime permanent. Ceci en fixant $x = 0$ et variant $t = t_r$ jusqu'à $n \cdot t_r$ et puis $x = l$ et $t = t_r$ jusqu'à $n \cdot t_r$ et on somme la valeur de la tension en chaque point considéré.

$$\rho_s = \frac{z_s - z_c}{z_s + z_c}$$

$$\rho_r = \frac{z_r - z_c}{z_r + z_c}$$

$X=0$

Distance, x \longrightarrow

$X=l$

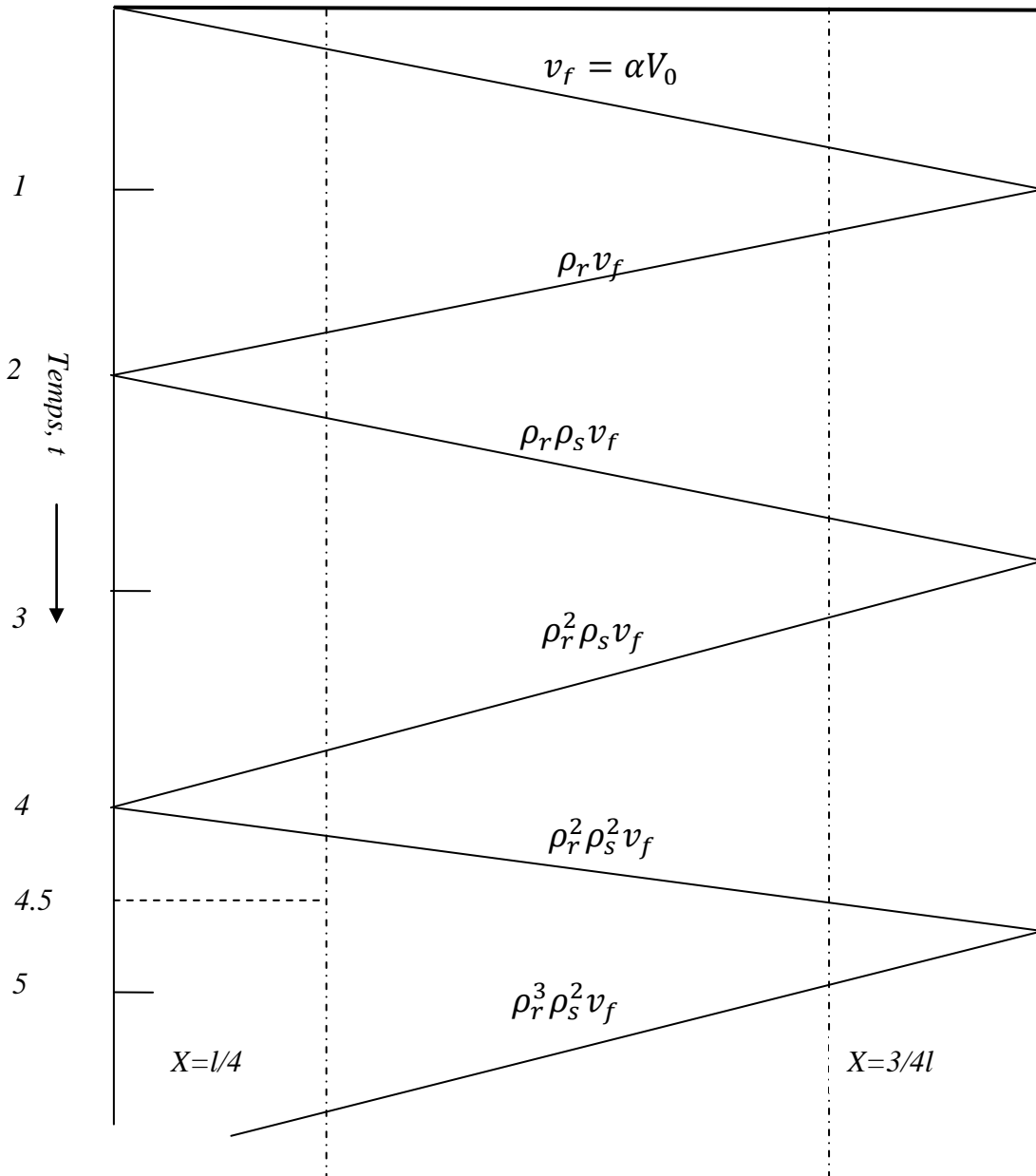


Figure II.10 : Digramme de Bewley

III.10. Principe de protection contre les surtensions par un parafoudre

Le parafoudre est un appareil de protection électronique qui se comporte comme une impédance variable en fonction de la tension à ses bornes :

- en fonctionnement normal (pas de coup de foudre) le parafoudre est vu comme un circuit ouvert par le reste de l'installation (tension nominale du réseau aux bornes du parafoudre (impédance infinie).
- au moment du coup de foudre, le parafoudre devient passant (augmentation importante et rapide de la tension ; impédance nulle). Le rôle du parafoudre est alors double:
 - écouler la surintensité (sans qu'elle traverse les récepteurs)
 - limiter la surtension (afin de ne pas "claquer" les récepteurs).

Les parafoudres à oxydes métalliques sans éclateurs emploient, en tant que partie active, une varistance céramique composée, pour la plus grande partie, d'oxyde de zinc (ZnO). La figure III.11 illustre schématiquement la courbe caractéristique courant-tension d'une telle varistance de parafoudre. On a choisi pour les abscisses une échelle logarithmique. Si le courant est multiplié par 10^7 , la tension aux bornes de la varistance n'est multipliée que par 2 environ.

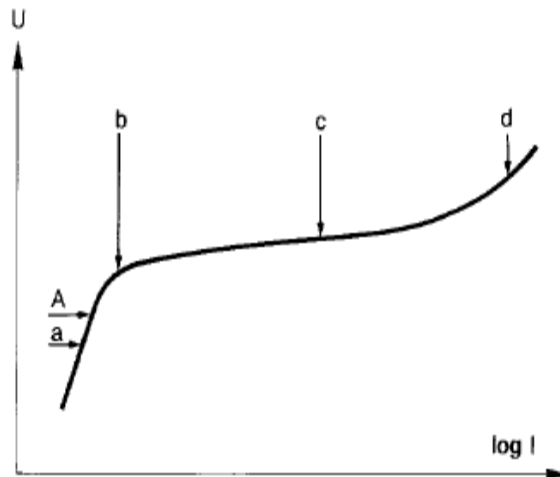


Figure III.11 : Courbe caractéristique courant tension d'une varistance à oxydes métalliques.

- a-** Partie inférieure linéaire
- b-** Coude
- c-** Partie fortement non linéaire
- d-** Partie supérieure linéaire
- A-** Point de fonctionnement (tension appliquée en permanence)

Un parafoudre sans éclateurs est dimensionné de manière que la tension qui peut être appliquée en permanence à ses bornes se trouve, environ, au point A de la courbe caractéristique de la figure III.11. Dans ces conditions, il s'écoule un courant à prédominance capacitive. Si la tension aux bornes augmente à cause d'une surtension, le parafoudre passe dans la plage conductrice. La composante ohmique du courant, jusqu'ici très petite, augmente rapidement pendant que la composante capacitive n'augmente que très peu. A la tension appelée de référence, qui se trouve au-dessus du coude de la courbe, il ne passe plus qu'un courant pratiquement ohmique (a). Ceci s'applique aussi à la partie non linéaire (c) ainsi qu'à la zone (d).

III.11. Emplacement du parafoudre

Les parafoudres seront toujours placés le plus près possible des installations à protéger, ou aux jonctions lignes aériennes-câbles.

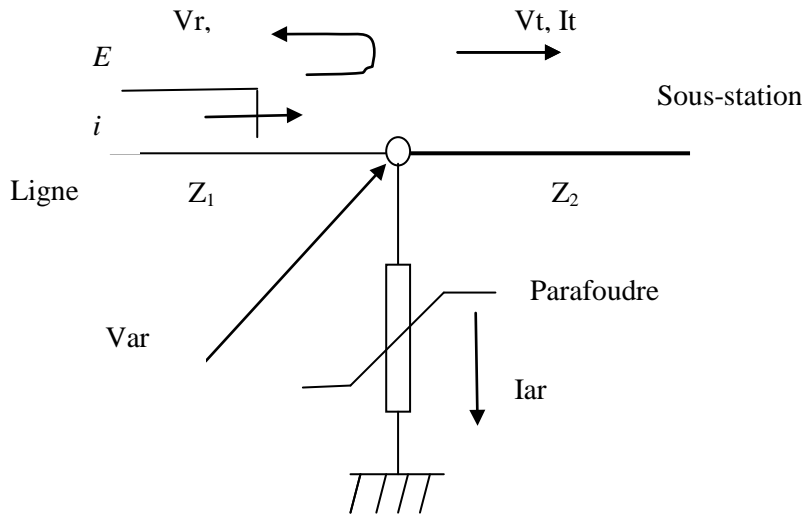
Les parafoudres doivent être placés au voisinage immédiat des alternateurs et des transformateurs. En effet, du fait qu'ils présentent une grande impédance, il y aura réflexion et donc augmentation locale de la tension. La combinaison des ondes peut conduire à des ventres et des nœuds. Un parafoudre placé à quelques dizaines de mètres peut très bien se trouver dans un nœud et ne jamais amorcer.

Dans les grands postes, on aura même intérêt à placer plusieurs parafoudres sur les mêmes barres.

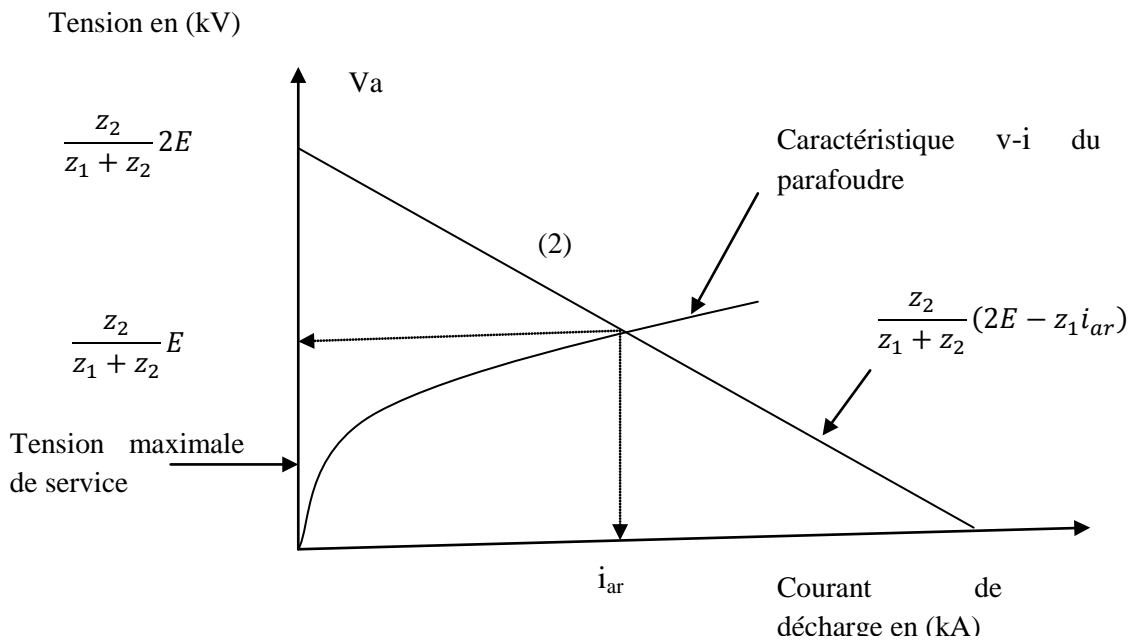
III.12. Principe de fonctionnement du parafoudre par les ondes mobiles

Les parafoudres sont des dispositifs essentiels pour protéger les postes et les équipements de la station contre les surtensions de foudre. La capacité de protection contre les surtensions détermine les niveaux d'isolation requis du réseau électrique.

Nous examinons d'abord les principes fondamentaux du parafoudre donné à la figure III.12. Dans la figure III.12 (a), le parafoudre est installé au point «a», qui est un point de transition créé par l'impédance du parafoudre.



(a)



(b)

Figure III.12 : Principe de protection des surtensions par un parafoudre

Maintenant, l'onde incidente de surtension E se propage de Z_1 vers Z_2 en passant par le point « a » et puis vers une sous station (poste). Le comportement des ondes mobiles au point a peut être décrit par les équations suivantes :

$$E + v_r = v_{ar} = v_t$$

$$i - i_r = i_t + i_{ar}$$

Avec :

E : onde de surtension incidente

V_{ar} et I_{ar} tension et courant du parafoudre au point a

$$E = z_1 i, \quad v_r = z_1 i_r, \quad v_t = z_2 i_t, \quad v_{ar} = z_{ar} i_{ar}$$

Z_{ar} : Impédance non linéaire du parafoudre

V_t, I_t : ondes de tension et de courant transmises à la sous station

Z_1 : impédance caractéristique de la ligne de transmission

Z_2 : impédance caractéristique du poste

La relation entre la tension du parafoudre V_{ar} et le courant du parafoudre I_{ar} est montrée par la courbe non linéaire de la figure III.12 (b) qui représente la caractéristique (i,v) du parafoudre.

Eliminant V_r et I_r dans les équations ci-dessous et après transformation, on obtient :

$$v_{ar} = v_t = \frac{z_2}{z_1 + z_2} (2E - z_1 i_{ar})$$

Cette équation est représentée par la droite (2) de la figure III.12 (b). La tension du parafoudre V_{ar} et le courant I_{ar} sont donnés par l'intersection de la caractéristique (i,v) et la droite (2).

Sans la présence du parafoudre, la tension au point « a » aura pour valeur $Z_2/(Z_1+Z_2) \cdot 2E$.

Alors : V_{ar} aura pour valeur E pour $Z_1=Z_2$, et au maximum $2E$ pour $Z_2= \infty$ (ca de l'ouverture de la ligne). Toutefois, si un parafoudre avec une caractéristique (i,v) appropriée est installé au point « a », l'onde de surtension V_{ar} peut être réduite à une valeur inférieure à la tension de l'onde incidente et qui sera compatible avec la tension d'isolement du poste à protéger.

Conclusion générale

Ce document constitue un support aux étudiants pour la compréhension et la maîtrise des phénomènes transitoires dans les réseaux électriques. Dans les systèmes électriques une différence nette entre l'état d'équilibre et le comportement transitoire est faite. Cette différence est basée sur le concept que le comportement à l'état stable est normal alors que les transitoires découlent d'un défaut.

Le fonctionnement de la plupart des circuits électroniques (tels que les oscillateurs, condensateurs de commutation, redresseurs, circuits résonnants etc.) est basé sur leur comportement transitoire et donc les transitoires ici peut être considéré comme « souhaitable ». Toutefois, les transitoires dans les systèmes d'alimentation sont considérés comme complètement « indésirables » et devraient être évités. Quand ils se produisent, dans certaines situations très critiques, ils peuvent entraîner des ruptures d'alimentation.

La connaissance des phénomènes à l'origine de ces perturbations permet l'analyse, la modélisation et la mise en place des dispositifs de protection contre les phénomènes transitoires dans les réseaux électriques.

Références bibliographiques

- [1] **ARIEH L. SHENKMAN, TRANSIENT ANALYSIS OF ELECTRIC POWER CIRCUIT HANDBOOK, HOLON ACADEMIC INSTITUTE OF TECHNOLOGY, SPRINGER REVUE, NETHERLANDS, 2005.**
- [2] **HOANG LE-HUY, CIRCUITS ELECTRIQUE, LES PRESSES DE L'UNIVERSITE DE LAVAL, CANADA, 2004.**
- [3] **YOSHIHIDE HASE, POWER SYSTEMS ENGINEERING, BRITISH LIBRARY CATALOGUING IN PUBLICATION DATA, USA**
- [4] **SCHNEIDER ELECTRIC, GUIDE DE LA PROTECTION CONTRE LES SURTENSIONS, EDITION 2014.**
- [5] **ELECTRIC POWER GENERATION, TRANSMISSION, AND DISTRIBUTION, LEONARD L. GRIGSBY, UNIVERSITY OF CALIFORNIA, DAVIS, 2006.**
- [6] **HAGER, LA PROTECTION DU MATERIEL ELECTRIQUE ET ELECTRONIQUE CONTRE LES EFFETS INDIRECTS DE LA FOUDRE, GUIDE TECHNIQUE PARAFoudre, ZD234D-99.**
- [7] **PUBLICATION ABB, CH-HS 1061 87 F "PARAFoudRES TYPE MWE, MWL ET MWM")**