

Interrogation N°1

Dimanche 17 Novembre 2024

Durée : 15 mn

Nom : Prénoms : *Corrige!* Groupe : B1

Exercice

La fréquence de vibration d'une goutte d'eau peut s'écrire sous la forme : $f = k R^\alpha \rho^\beta \tau^\gamma$ où k est une constante sans dimension. R est le rayon de la goutte, ρ sa masse volumique. τ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur. Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres α , β et γ .

Réponses

Dans le système International (S I) on a :

$$[f] = T^{-1}, [k] = 1, [R] = L, [\rho] = ML^{-3}$$

$$[\tau] = MT^{-2}$$

Donc, comme cette équation est homogène :

$$[f] = [k R^\alpha \rho^\beta \tau^\gamma] = [k] \cdot [R]^\alpha [\rho]^\beta [\tau]^\gamma$$

$$\Rightarrow T^{-1} = 1 \cdot (L)^\alpha (ML^{-3})^\beta (MT^{-2})^\gamma$$

$$\Rightarrow T^{-1} = M^{\beta+\gamma} L^{\alpha-3\beta} T^{-2\gamma}$$

$$\Rightarrow M^0 L^0 T^{-1} = M^{\beta+\gamma} L^{\alpha-3\beta} T^{-2\gamma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta + \gamma = 0 \\ \alpha - 3\beta = 0 \\ -1 = -2\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = 1/2 \\ \beta = -1/2 \\ \alpha = -3/2 \end{cases}$$

$$\text{Donc } f = k \cdot R^{-3/2} \cdot \rho^{-1/2} \cdot \tau^{1/2} = k \sqrt{\frac{\tau}{\rho R^3}}$$

$$f = k \sqrt{\frac{\tau}{\rho R^3}}$$