

Corrigé de la Série N°2 (ING)

Exercice 1

1) le numéro atomique d'un élément chimique est défini par le nombre de protons et non par le nombre d'électrons car le nombre d'électrons peut varier en fonction des conditions chimiques comme dans le cas des ions, ce qui signifie que le nombre d'électrons n'est pas une caractéristique intrinsèque de l'élément lui-même. En revanche, le nombre de protons dans le noyau est une caractéristique fondamentale de chaque élément et il reste constant.

2)3)4)

	Nombre de masse A	Nombre de protons Z	Nombre de neutrons N	Nombre d'électrons	Nature de l'élément
1_1H	1	1	$N = A - Z$ 0	1	Atome neutre
2_1H	2	1	1	1	Atome neutre
${}^{80}_{35}Br$	80	35	45	35	Atome neutre
${}^{127}_{53}I$	127	53	74	53	Atome neutre
${}^{27}_{13}Al^{3+}$	27	13	14	$13 - 3e^-$ perdus= 10	Ion, cation
${}^{24}_{12}Mg$	24	12	12	12	Atome neutre
${}^{24}_{12}Mg^{2+}$	24	12	12	$12 - 2e^-$ perdus= 10	Ion, cation
${}^{32}_{16}S^{2-}$	32	16	16	$16 + 2e^-$ gagnés= 18	Ion, anion
${}^{12}_6C$	12	6	6	6	Atome neutre
${}^{13}_6C$	13	6	7	6	Atome neutre
${}^{14}_6C$	14	6	8	6	Atome neutre

5)les isotopes :

1_1H et 2_1H

${}^{12}_6C$, ${}^{13}_6C$ et ${}^{14}_6C$

Exercice 2

I- L'unité de masse atomique (uma) est la masse élémentaire de référence, elle est définie comme le 1/12^e de la masse de l'atome de carbone ${}^{12}C$. Elle est choisie de manière à avoir la même valeur numérique pour la masse de l'atome (en uma) et la masse d'1 mole d'atomes (en grammes).

$$1 \text{ u.} = \frac{1}{12} \times m({}^{12}C); \quad \text{or: } m({}^{12}C) = \frac{12}{N_A} = 12 / 6,3 \cdot 10^{23}$$

Donc:

$$1 \text{ u.} = \frac{1}{12} \times \frac{12}{N_A} = \frac{1}{N_A} = 1 / 6,3 \cdot 10^{23} = 1,6605 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

1) La composition des noyaux de radium et d'uranium.

Isotope	nombre de protons (Z)	nombre de neutrons (N = A - Z)
$^{226}_{88}\text{Ra}$	88	138
$^{235}_{92}\text{U}$	92	143

2) Le défaut de masse du noyau d'uranium en unité de masse atomique et en kilogramme.

$$\begin{aligned}\Delta m &= (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{noyau}} \\ \Delta m &= (92 \cdot 1,0076 + 143 \cdot 1,0089) - 234,9933 = 1,9786 \text{ u} \\ \Delta m &= 1,9786 \times 1,66 \cdot 10^{-27} = 3,3 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\end{aligned}$$

3) L'énergie de liaison par nucléon, en joule/nucléon et en MeV/nucléon de $^{235}_{92}\text{U}$.

$$E_l = \Delta m \cdot C^2 = 3,3 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 29,7 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$\frac{E_l}{A} (^{235}_{92}\text{U}) = \frac{E_l}{235} = \frac{29,7 \cdot 10^{-11}}{235} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucléon}$$

$$\frac{E_l}{A} (^{235}_{92}\text{U}) = \frac{1,26 \cdot 10^{-12}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,875 \text{ MeV/nucléon}$$

4) Comparaison de la stabilité des noyaux d'uranium et du radium.

$$\frac{E_l}{A} (^{226}_{88}\text{Ra}) = 7,66 \text{ MeV/nucléon}$$

$$\frac{E_l}{A} (^{235}_{92}\text{U}) > \frac{E_l}{A} (^{226}_{88}\text{Ra}) \text{ donc l'uranium est plus stable que le radium}$$

5) L'énergie libérée lors de la formation d'1g d'uranium.

$$\text{Energie libérée par un noyau d'uranium : } \Delta E = \Delta m \cdot C^2 = 29,7 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Energie libérée par 1 g d'uranium : 1g d'uranium contient N noyaux

$$N = m/N_A M$$

$$N = \frac{1}{235} 6,023 \cdot 10^{23} = 2,563 \cdot 10^{21} \text{ noyaux}$$

$$\Delta E = 29,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2,563 \cdot 10^{21} = 7,612 \cdot 10^8 \text{ KJ}$$

Exercice 3

I-

1- Définition : un isotope est un atome ou nucléide d'un même élément chimique. Il a le même nombre de protons Z et un nombre de masse A différent.

2- Calcul de l'abondance de $^{16}_8O$ et $^{18}_8O$:

$$M = \sum x_i M_i \text{ et}$$

$$\sum x_i = 100$$

Soit x l'abondance de $^{16}_8O$ et y l'abondance de $^{18}_8O$

Sachant que la somme des abondances doit être égale à 100% :

$$x + 0,037 + y = 100$$

La masse atomique moyenne de l'oxygène naturel peut s'exprimer comme suit :

$$x \times 15,9949 + 0,00037 \times 16,9991 + y \times 17,9994 = 15,9994$$

Nous avons donc un système de deux équations avec deux inconnues.

$$\text{Donc : } y = 100 - x - 0,037$$

Et on remplaçant y dans la deuxième équation :

$$x \times 15,9949 + 0,00037 \times 16,9991 + (100 - x - 0,037) \times 17,9994 = 15,9994$$

Après calcul, on obtient :

$$x = 99,757\%$$

$$y = 0,206\%$$

3- Énergie de liaison par nucléon

isotope	$m_{\text{réelle}}$ (uma)	$m_{\text{théo}}$ (uma)	Δm (uma)	ΔE (Mev)	$\Delta E / \text{nucléon}$ (Mev /nucléon)
$^{16}_8O$	15,9949	$8 \times (1,00727 + 1,00866) = 16,1274$	0,13254	123,65982	7,7287
$^{17}_8O$	16,9991	$(8 \times 1,00727) + (9 \times 1,00866) = 17,1361$	0,137	127,821	7,518
$^{18}_8O$	17,9992	$(8 \times 1,00727) + (10 \times 1,00866) = 18,14476$	0,14556	135,807	7,544

$$|\Delta m| = |m_{\text{réelle}} - m_{\text{théorique}}|$$

$$m_{\text{theo}} = (Z \times m_p + N \times m_n)$$

$$\Delta E = |\Delta m| \times 933 \text{ Mev et } \Delta E / \text{nucléon} = \Delta E / A$$

1. La composition du noyau des trois isotopes :

$$^{24}\text{Mg} : A = 24 ; Z = 12 ; N = A - Z = 24 - 12 = 12$$

$$^{25}\text{Mg} : A = 25 ; Z = 12 ; N = A - Z = 25 - 12 = 13$$

$$^{26}\text{Mg} : A = 26 ; Z = 12 ; N = A - Z = 26 - 12 = 14$$

2. Masse molaire atomique du magnésium naturel Mg (Z=12) :

$$\text{Soit : } M = \sum x_i M_i$$

$$\text{et } \sum x_i = x(^{24}\text{Mg}) + x(^{25}\text{Mg}) + x(^{26}\text{Mg}) = 1$$

M_i : nombre de masse et x_i la fraction molaire des isotopes.

$$x(^{26}\text{Mg}) = 0,113 \text{ et } M(^{26}\text{Mg}) \approx 26$$

$$x(^{25}\text{Mg}) = 0,101 \text{ et } M(^{25}\text{Mg}) \approx 25$$

$$x(^{24}\text{Mg}) = 1 - x(^{25}\text{Mg}) - x(^{26}\text{Mg}) = 1 - (0,101 + 0,113) = 0,786 \text{ et } M(^{24}\text{Mg}) \approx 24$$

$$M(\text{Mg}) = [x(^{24}\text{Mg}).M(^{24}\text{Mg})] + [x(^{25}\text{Mg}).M(^{25}\text{Mg})] + [x(^{26}\text{Mg}).M(^{26}\text{Mg})]$$

$$M(\text{Mg}) = (0,786 \times 24) + (0,101 \times 25) + (0,113 \times 26) = 24,3 \text{ g.mol}^{-1}$$

Exercice 4

1. Calcul de l'énergie de liaison par nucléon :

$$E_{\text{liaison}} = |\Delta m| . C^2$$

$$\Delta m = (m(\text{noyau}) - m(\text{nucléons}))$$

a) Fer

$$\Delta m = 55,9388 - (26 \times 1,0076 + 30 \times 1,0089) = -0,5258 \text{ u} = -0,8728 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(\text{Fe}) = |-0,8728 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 7,855 \times 10^{-11} \text{ J} = 4,909 \times 10^8 \text{ eV} =$$

$$490,9 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de Fe : } E(\text{Fe}) = E_{\text{liaison}} / A$$

$$E(\text{Fe}) = 490,9 / 56 = 8,76 \text{ MeV / nucléon}$$

b) Uranium

$$\Delta m = 235,0706 - (92 \times 1,0076 + 143 \times 1,0089) = -1,9013 \text{ u} = -3,1561 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(\text{U}) = |-3,1561 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 28,405 \times 10^{-11} \text{ J} = 1775,33 \text{ MeV}$$

$$E(\text{U}) = 1775,33 / 235 = 7,55 \text{ MeV / nucléon}$$

c) Deutérium ^2_1H ou D

Exercice 5

$$\Delta m = 2,0142 - (1,0076 + 1,0089) = -0,00234 \text{ u} = -0,00388 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}}(^2_1\text{H}) = |0,00388 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 0,0349 \times 10^{-11} \text{ J} = 2,18 \text{ MeV}$$

$$E(^2_1\text{H}) = 2,18 / 2 = 1,09 \text{ MeV / nucléon}$$

2) $E(\text{Fe}) > E(\text{U}) > E(^2_1\text{H})$, ce résultat indique que le noyau de l'atome de Fer 56 est plus stable que l'uranium et le deutérium.

1. La masse atomique moyenne :

$$\text{Soit : } M = (\sum x_i M_i) / 100$$

$$M = [(57,42 \times 121) + (42,57 \times 123)] / 100 = 121,8393 \text{ uma}$$

$$M(\text{Mg}) = (0,786 \times 24) + (0,101 \times 25) + (0,113 \times 26) = 24,3 \text{ g.mol}^{-1}$$

2.a- La composition du noyau des trois isotopes :

$$^{210}_{85}\text{At} : A = 210 ; Z = 85 ; N = 210 - 85 = 125$$

$$^{212}_{85}\text{At} : A = 212 ; Z = 85 ; N = 212 - 85 = 127$$

b- Calcul de l'abondance de chaque isotope :

$$^{210}_{85}\text{At} : A_1 = 210 ; x_1 = ?$$

$$^{212}_{85}\text{At} : A_2 = 212 ; x_2 = ?$$

$$\text{On a : } M = (\sum x_i M_i) / 100 \text{ et } \sum x_i = x_1 + x_2 = 100$$

$$\text{Donc : } x_1 = 90,15 \% \text{ et } x_2 = 9,85 \%$$

Exercice 6

I-1- La trajectoire des ions dans l'analyseur étant circulaire, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= \vec{F}_c \\ qvB &= m \frac{v^2}{R} \Rightarrow qB = m \frac{v}{R} \end{aligned}$$

$$\text{Avec: La masse d'un seul atome: } m = \frac{M}{N_A}$$

$$\text{donc: } qB = \frac{M v}{N_A R}$$

Les ions $^{20}\text{Ne}^+$ de masse atomique M_1 ($A_1=20$) et de charge $q=e$, décrivent une circonférence de rayon R_1 : $R_1 = \frac{M_1 v}{N_A q B}$

- les ions $^{21}\text{Ne}^+$ de masse atomique M_2 ($A_2=21$) et de charge $q=e$ décrivent une circonférence de rayon R_2 : $R_2 = \frac{M_2 v}{N_A q B}$

$$R_2 - R_1 = \frac{d}{2}$$

$$\frac{d}{2} = R_2 - R_1 = \frac{M_2}{N_A q B} v - \frac{M_1}{N_A q B} v = \frac{v}{N_A e B} (M_2 - M_1)$$

$$\frac{v}{N_A e B} (M_2 - M_1) = \frac{d}{2} \Rightarrow v = \frac{N_A e B d}{2(M_2 - M_1)}$$

Application numérique :

$$v = \frac{N_A e B d}{2(M_2 - M_1)} = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 0,2 \times 3 \cdot 10^{-2}}{2 \times (21 - 20) 10^{-3}} = 2,89 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

II-

1. Calculer les abondances relatives des isotopes ^{21}Ne et ^{22}Ne

Nous savons que :

- La masse atomique moyenne du néon naturel est 20,1713 uma
- ^{21}Ne représente 90,92%.
- Notons x l'abondance relative de ^{21}Ne et y l'abondance de ^{22}Ne .

Nous avons les équations suivantes :

$$x + y = 100 - 90,92 = 9,08$$

- Pour la masse atomique moyenne :

$$\frac{90,92 \cdot 20 + x \cdot 21 + y \cdot 22}{100} = 20,1713$$

$$1818,4 + x \cdot 21 + y \cdot 22 = 2017,13$$

$$x \cdot 21 + y \cdot 22 = 2017,13 - 1818,4 = 198,73$$

Nous avons donc le système d'équations :

$$\begin{cases} \bullet & x + y = 9,08 \\ \bullet & 21x + 22y = 198,73 \end{cases}$$

Substituons $y = 9,08 - x$ dans la deuxième équation :

$$21x + 22(9,08 - x) = 198,73$$

Cela donne :

$$21x + 199,76 - 22x = 198,73$$

$$-x + 199,76 = 198,73, \quad -x = 198,73 - 199,76 = -1,03$$

Abondances relatives :

- $^{21}\text{N}=1,03\%$, $^{22}\text{Ne}=8,05\%$

2) Masse molaire du néon naturel

- La masse molaire (en g/mol) est numériquement égale à la masse atomique moyenne en uma :

$$M_{\text{Ne}}=20,1713 \text{ g/mol}$$

3) Énergie de liaison du noyau ^{20}Ne

La masse de ^{20}Ne est donnée comme 19,9924 uma. La masse théorique d'un noyau de ^{20}Ne se calcule avec :

$$\text{Masse théorique} = Z \cdot m_p + N \cdot m_n$$

Où $Z=10$ (protons) et $N=10$ (neutrons).

$$\text{Masse théorique} = 10 \cdot 1,00727 + 10 \cdot 1,00866 = 10,0727 + 10,0866 = 20,1593 \text{ uma}$$

L'énergie de liaison peut être calculée par la différence de masse :

$$\Delta m = 20,1593 - 19,9924 = 0,1669 \text{ uma}$$

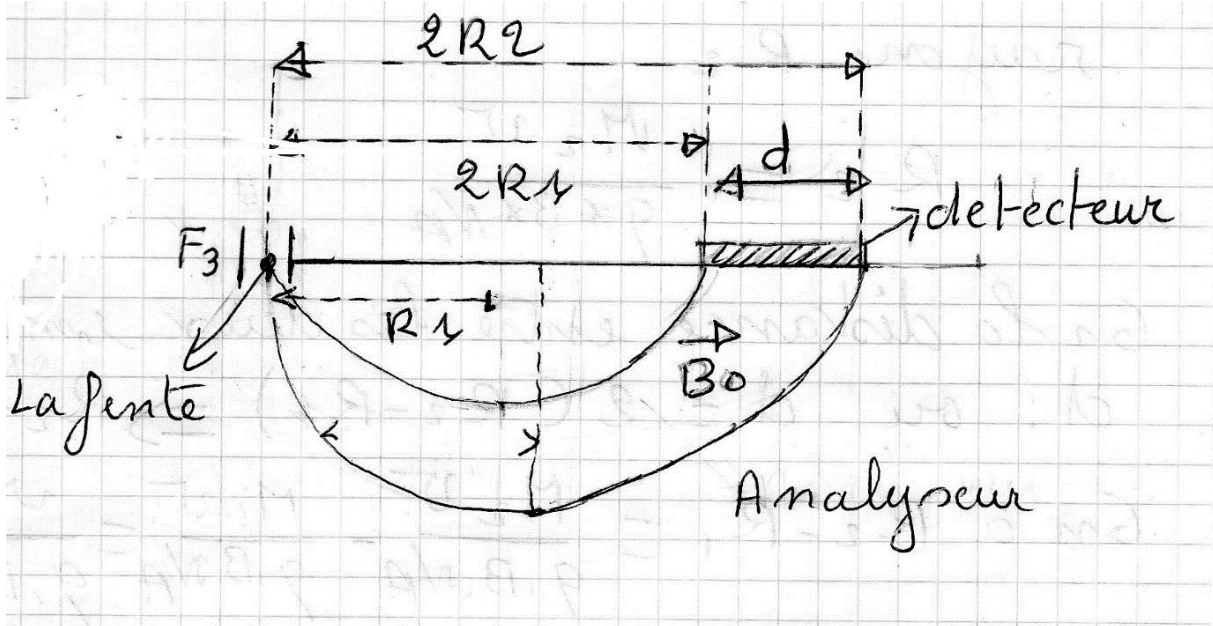
Pour convertir cette perte de masse en énergie, on utilise la relation :

$$E = \Delta m \cdot c^2 \quad \text{avec } 1 \text{ uma} = 931,5 \text{ MeV}$$

$$\text{Ainsi :} \quad E = 0,1669 \cdot 931,5 \approx 155,79 \text{ MeV}$$

III-

1) Représenter le schéma correspondant.



2) Calculer R_1 et R_2 et déduire la distance (d) entre les deux points d'impact des deux ions sur la plaque photographique.

$^{20}\text{Ne}^+$ $m_1=19,9924 \text{ uma}$, $^{21}\text{Ne}^+$ $m_2= 20,9939 \text{ uma}$, $V = 10^4 \text{ m/s}$

Pour $^{20}\text{Ne}^+$:

Masse : $1 \text{ uma} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$m_1 = 19,9924 \text{ uma} = 19,9924 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3.31 \times 10^{-26} \text{ kg}$

Charge $q = 1^e$

$B = 0,1 \text{ T}$

$$R_1 = \frac{20,9939 \times 1,66 \times 10^{-26} \cdot 10^4}{1,602 \times 10^{-19} \cdot 0,1}$$

Calculons R_1 :

$R_1 \approx 20,74 \times 10^{-3} \text{ m}$

Pour $^{21}\text{Ne}^+$:

Masse $m_2 = 20,9939 \text{ uma} = 20,9939 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3.486 \times 10^{-26} \text{ kg}$

•

$$R_2 = \frac{3,486 \times 10^{-26} \cdot 10^4}{1,602 \times 10^{-19} \cdot 0,1}$$

$R_2 \approx 21,781 \times 10^{-3} \text{ m}$

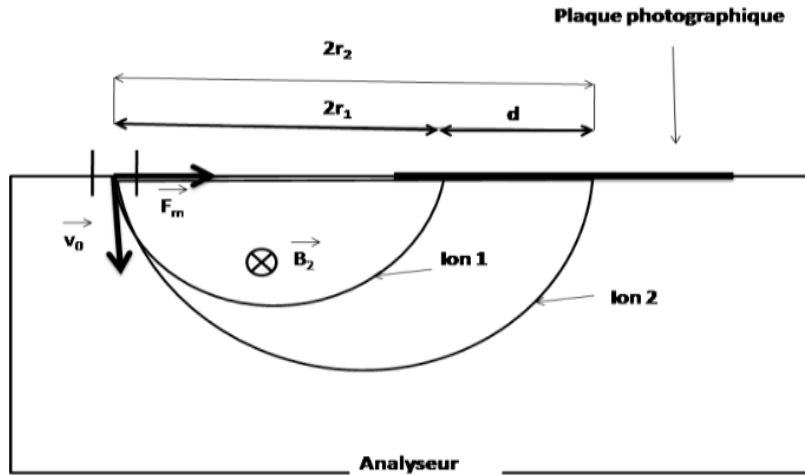
Distance d :

La distance entre les deux points d'impact est :

$d = 2R_2 - 2R_1 \approx (21,781 - 20,74) \times 10^{-3} = 2,08 \times 10^{-3} \text{ m}$

Exercice 7

1.a) Représentation des trajectoires des ions dans l'analyseur



b) Dans le filtre de vitesse, la force électrostatique et la force magnétique sont opposées et égales.

$$|\vec{F}_e| = |(\vec{F}_m)|$$

$$qE = qv_0B_1 \text{ soit } v_0 = \frac{E}{B_1}$$

Les ions qui pénètrent donc dans l'analyseur ont tous la même vitesse V_0 .

2. Rayon des ions dans l'analyseur : la trajectoire des ions dans l'analyseur étant circulaire, on peut écrire :

$$|(\vec{F}_m)| = qv_0B_2 = m \frac{v_0^2}{r}$$

$$\text{soit } r = \frac{mv_0}{qB_2}$$

$$\text{Ou encore } r = \frac{ME}{2eB^2N_A}$$

$$\text{Avec } M = mN_A, v_0 = \frac{E}{B_1}; B = B_1 = B_2 \text{ et } q = 2e$$

Les rayons des trajectoires semi-circulaires sont :

-Pour l'ion 1 : ${}^6\text{Li}^{++}$

$$r_1 = \frac{M_1E}{2eB^2N_A}$$

$$r_1 = \frac{2408.6.10^{-3}}{2.1,610^{-19}.(0,05)^2 6,023.10^{23}} = \mathbf{3.10^{-2}m}$$

-Pour l'ion 2 : ${}^7\text{Li}^{++}$

$$r_2 = \frac{M_2 E}{2eB^2 N_A}$$

Application numérique :

$$r_2 = \frac{2408.7.10^{-3}}{2.1,610^{-19}.(0,05)^2 6,023.10^{23}} = \mathbf{3,5.10^{-2}m}$$

3. Distance d des deux points d'impact :

-Elle est donnée par : $d=2r_2 - 2r_1 = 2(3,5.10^{-2} - 3.10^{-2}) = 10^{-2} \text{ m.}$