

Nom et prénom:

groupe:

Exercice 1

I. Vérifiez la cohérence dimensionnelle des équations suivantes :

1. La Relation d'Einstein

$$E = mc^2$$

2. L'énergie potentielle

$$E = mgh$$

Où E , m , g et h sont respectivement une énergie, une masse, une accélération et une hauteur.

II. Etablir l'équation aux dimensions de la constante de gravitation G , sachant que la force gravitationnelle appliquée entre deux planètes est donnée par $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$, F la force, m_1 et m_2 la masse de la planète 1 et 2 et d la distance entre les deux planètes. Quelle est son unité en SI.

Exercice 2

On considère, dans un repère cartésien orthonormé $\mathcal{R}(Oxyz)$, les trois vecteurs suivants :

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k} ; \vec{V}_2 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} ; \vec{V}_3 = 5\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

- 1- Calculer leurs modules.
- 2- Représenter le vecteur $\vec{V}_1$.
- 3- Calculer les composantes du vecteur $\vec{U} = \vec{V}_1 - 2\vec{V}_2 + 3\vec{V}_3$.
- 4- Déterminer la composante du vecteur unitaire porté par le vecteur $\vec{V}_1$.
- 5- Calculer le produit scalaire $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ et en déduire l'angle formé par ces deux vecteurs.
- 6- Calculer le produit vectoriel $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ et en déduire l'aire du parallélogramme formé par ces deux vecteurs.

correction

Exo 1:

1) Vérifier la cohérence dimensionnelle

$$\text{on a } E = mc^2 \rightarrow [E] = [mc^2] \rightarrow [E] = [m][c]^2$$

Le premier terme (à gauche) représente la dimension de l'énergie

la dimension de l'énergie peut être obtenue partir de la relation physique de l'énergie cinétique

$$E = E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{On a : } \begin{cases} [v] = L T^{-1} \\ [m] = [M] \end{cases} \rightarrow [v]^2 = L^2 T^{-2}$$

$$\left[\frac{1}{2}\right] = 1$$

la dimension de l'énergie $[E] = [E_c] = M L^2 T^{-2}$ ①

la dimension du 2^{ème} terme (à droite)

$$[m][c]^2 = M (L T^{-1})^2 = M L^2 T^{-2} \quad \text{②}$$

Now remarque que ① et ② ont les même dimension, Alors est homogénéité.

$$2) \quad E = m g h$$

$$[E] = [m g h] = [m][g][h]$$

$$\begin{cases} [m] = [M] \\ [g] = L T^{-2} \end{cases}$$

$$[h] = L$$

$$[m][g][h] = M L^2 T^{-2} \quad \text{--- (1)}$$

$$[E] = M L^2 T^{-2} \quad \text{--- (2)}$$

Donc, l'éq est homogène.

$$\begin{aligned} \text{II: } F &= G \frac{m_1 m_2}{d^2} \rightarrow G = \frac{F d^2}{m_1 m_2} \rightarrow [G] = \frac{[F][d]^2}{[m_1][m_2]} \\ &= \frac{M L T^{-2} L^2}{M M} = M^{-1} L^3 T^{-2} \end{aligned}$$

$$F = ma \rightarrow [F] = [m][a] = M L T^{-2}$$

$$\text{Donc: } [G] = \frac{M L T^{-2} L^2}{M M} = M^{-1} T^{-2} L^3$$

Donc SI : $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

Unité

Exo 2 :

$$\begin{aligned} 1) \quad \|\vec{V}_1\| &= \sqrt{41} \\ \|\vec{V}_2\| &= \sqrt{29} \\ \|\vec{V}_3\| &= \sqrt{35} \end{aligned}$$

2) présentation $\vec{V}_1$

$$3) u = \vec{V}_1 - 2\vec{V}_2 + 3\vec{V}_3$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -13 \\ 21 \end{pmatrix}.$$

$$\vec{u} = 14\vec{i} - 13\vec{j} + 21\vec{k}.$$

$$4) \vec{v}_1 = \frac{\vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|} = \frac{3}{\sqrt{41}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}}\vec{j} + \frac{4}{\sqrt{41}}\vec{k}$$

$$5) \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = -22 = \|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\| \cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2)$$

$$\cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{\|\vec{v}_1\| \|\vec{v}_2\|} = -\frac{22}{\sqrt{1189}}.$$

$$6) \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 20\vec{j} + 17\vec{k}$$

$$S = \|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2\| = \sqrt{612} \text{ u.s}$$