

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

En situation d'incertitude, certains événements sont connus mais leur réalisation n'est pas certaine alors que d'autres sont inconnus. Dans le cas des premiers, il est possible de leur attribuer une probabilité d'occurrence parce qu'ils sont scientifiquement connus. La prévision des cash-flows peut être réalisé » à partir de plusieurs hypothèses relatives à l'environnement.

La notion d'incertitude présente deux formes (Barreau, Delahaye, 2004) :

- L'incertitude relative : la probabilité que tel évènement se produise est connue ;
- L'incertitude absolue : la probabilité que tel évènement se produise est inconnue.

1. *Evaluation des investissements en avenir aléatoire (probabilisable) :*

En matière d'investissement l'avenir probabilisable est une situation dans laquelle il est possible de déterminer toutes les valeurs que peut prendre le cash-flow relatif à un exercice donné et d'affecter une probabilité déterminée à chacune de ces valeurs (Barreau, Delahaye, 2006).

La prévision des cash-flows peut être réalisée à partir de plusieurs hypothèses relatives à l'environnement. Ainsi, généralement on établit une hypothèse optimiste, une hypothèse moyenne et une hypothèse pessimiste, et à chacune de ces hypothèses correspond une série de cash-flows à partir de laquelle on applique les différents critères d'évaluation.

Dans une telle situation plusieurs critères d'évaluation peuvent être utilisés.

1.1 *Le critère espérance- variance et écart type de la VAN :*

En avenir probabilisable il est possible de calculer l'espérance mathématique $E(VAN)$, la variance $V(VAN)$ et l'écart-type de la VAN d'un projet.

L'espérance mathématique peut alors représenter une mesure de la rentabilité du projet, tandis que la variance (ou l'écart-type) permettra plutôt d'apprécier le risque que représente le projet. Lorsque les variables (cash-flows) sont indépendants, l'espérance mathématique de la VAN est égale à la VAN des espérances mathématiques des cash-flows (Langlois, Mollet, 2011).

La décision d'investissement est fondée sur un arbitrage entre l'espérance mathématique et la variance de la VAN (Langlois, Mollet, 2011).

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

1.1.1 L'espérance mathématique de la VAN :

La VAN calculée en fonction de flux aléatoire, et elle-même une variable aléatoire caractérisée par son espérance mathématique et sa variance (ou son écart type). Le décideur cherche à maximiser l'espérance mathématique de la VAN et à minimiser la variance de la VAN (Synonyme de risque).

L'espérance mathématique de la VAN est donnée par la formule mathématique suivante :

$$E(VAN) = E(CF_1) (1+t)^{-1} + E(CF_2) (1+t)^{-2} + \dots + E(CF_n) (1+t)^{-n} - I \quad (\text{Piget, 2005})$$
$$= \sum_{i=1}^n E(CF_i) (1+t)^{-i} - I \quad (\text{Piget, 2005})$$

Avec, $E(I) = I$ (I est constante)

$$\text{ou : } E(CF_i) = \sum_{i=1}^n CF_i P(CF_i)$$

1.1.2 La variance de la VAN :

Disposant de l'espérance mathématique des gains du projet, on peut ensuite évaluer le risque par le calcul de la variance puis l'écart-type de la VAN.

La variance mathématique de la VAN est donnée par la formule suivante (Piget, 2005):

$$VAR(VAN) = VAR(CF_1)(1+t)^{-2} + \dots + VAR(CF_n)(1+t)^{-2n} - VAR(I)$$
$$= \sum_{i=1}^n VAR(CF_i) (1+t)^{-2i} - VAR(I)$$

Avec, $VAR(I) = 0$ (I est constante) et $VAR(CF_i) = \sum_{i=1}^n CF_i^2 P(CF_i) - [E(CF_i)]^2$

1.1.2 L'écart-type de la VAN :

L'écart type de la VAN est calculé à partir de la racine de la variance, il est donné par la formule suivante (Vernimmen, 2014) :

$$\delta(VAN) = \sqrt{VAR(VAN)}$$

Mais, le critère de l'espérance ne tient pas compte de la dispersion et donc du risque attaché à la distribution de probabilités. C'est pourquoi, le recours au calcul de la

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

variance permet de mesurer le risque du projet et de le comparer à la norme fixée en la matière.

Si la variance ou l'écart-type est supérieur à cette norme, le projet peut être rejeté. Entre plusieurs projets, on est finalement amené à comparer les différentes espérances mathématiques en tenant compte du risque lié à ces projets.

Quand deux projets nécessitent un investissement différent, on calcule le coefficient de variation. Qui est défini par $V = \frac{\delta(VAN)}{E(VAN)}$

Plus ce rapport appelé coefficient du risque est bas, plus le risque relatif du projet est faible.

Exemple d'application :

Soit le projet A présentant les caractéristiques suivantes :

Capital investi : 1 000 000 DA

Taux d'actualisation : 10%

Durée de vie de projet : 2ans

On suppose que les cash-flows sont indépendants les uns des autres, les CF sont donnés en milliers de dinars.

Année 1		Année 2	
CF ₁	P(CF ₁)	CF ₂	P(CF ₂)
650	0,4	560	0,5
700	0,3	660	0,3
750	0,3	750	0,2

Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de la VAN ?

Solution :

Calculons d'abord l'espérance mathématique de la VAN, les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Tableau n° 06 : Calcul de E(CF₁) et E(CF₂)

CF ₁	P(CF ₁)	CF ₁ x P(CF ₁)	CF ₂	P(CF ₂)	CF ₂ P(CF ₂)
650	0,4	260	560	0,5	280
700	0,3	210	660	0,3	198

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

750	0,3	225	750	0,2	150
E(CF₁)= 695			E(CF₂)= 628		

Source : fait par nos soins à partir des données de l'exercice d'application.

$$E(VAN) = (1,1)^{-1} 695 + (1,1)^{-2} 628 - 1\ 000$$

$$E(VAN) = 150,483$$

Passons maintenant au calcul de la variance et l'écart type de la VAN.

Tableau n° 07 : Calcul de V(CF₁) et V(CF₂)

CF ₁ ²	P(CF ₁)	CF ₁ ² P(CF ₁)	CF ₂ ²	P(CF ₂)	CF ₂ ² P(CF ₂)
422 500	0,4	169 000	313 600	0,5	156 800
490 000	0,3	147 000	435 600	0,3	130 680
562 500	0,3	168 750	562 500	0,2	112 500
		Σ= 484 750			Σ= 399 980

Source : fait par nos soins à partir des données de l'exercice d'application.

$$V(CF_1) = 484\ 750 - (695)^2 = 1\ 725$$

$$V(CF_2) = 399\ 980 - (628)^2 = 5\ 596$$

$$V(VAN) = (1,1)^{-2} 1\ 725 + (1,1)^{-4} 5\ 596$$

$$V(VAN) = 5\ 390,093$$

$$\delta(VAN) = 73,417$$

1.2 Décision séquentielles et arbre de décision :

Lorsque le projet implique plusieurs décisions d'investissement qui se succèdent dans le temps, on représente l'ensemble des décisions et des événements par un arbre de décision.

L'arbre de décision est un graphe établi lorsque l'entreprise est confrontée à des décisions multiples et séquentielles en matière d'investissement, il représente la succession des décisions et des événements.

1.2.1 Construction de l'arbre de décision :

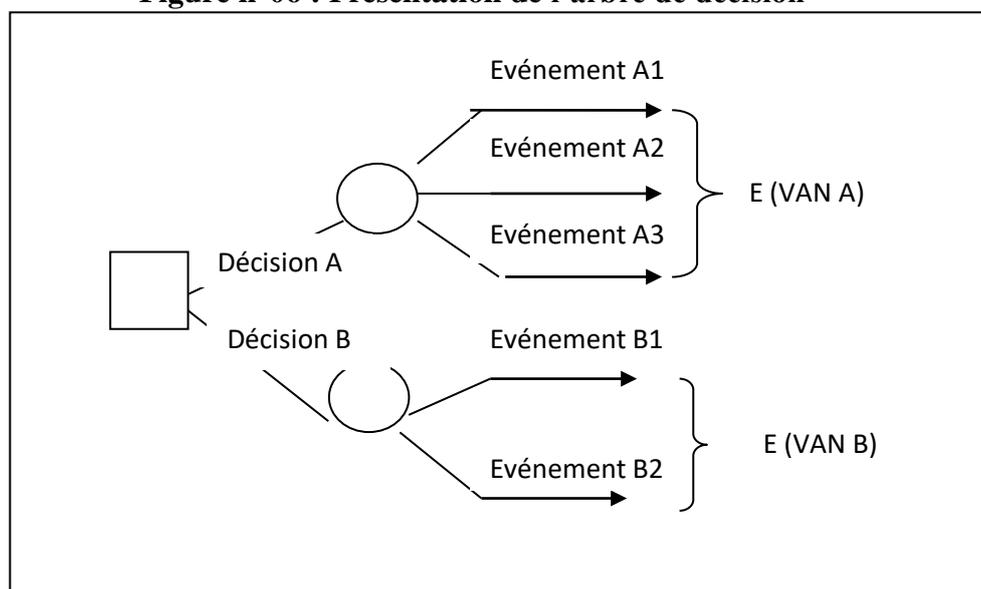
Dans un arbre de décision on distingue des sommets ou nœuds, des nœuds de décisions et des nœuds d'événements (Gardès, 2006).

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

- **Nœuds de décision** : représente un choix entre plusieurs décisions, il est figuré par un carré. Chaque décision conduit à un nœud d'événements.
- **Nœuds d'événement** : représente une alternative entre plusieurs événements, il est figuré par un cercle. A chaque événement sont attachées une VAN et une probabilité.

La somme des probabilités affectées aux événements d'un nœud égal 1, pour chaque nœud, on calcule l'espérance mathématique et la variance de la VAN.

Figure n°06 : Présentation de l'arbre de décision



Source : Barreau , Delahaya, 2006.

Exemple d'application :

Une entreprise doit choisir entre 2 projets, évalués sur une durée de 4 ans, en tenant comptes des 2 événements suivants :

- E1 : l'activité reste stable ou en légère progression (probabilité : 0,6).
- E2 : l'activité a tendance à régresser (probabilité 0,4).

Projet 1 :

Investissement limité au départ, avec extension éventuelle au bout d'un : investissement de 6 000 000 DA à la date 0 et de 3 000 000DA à la date 1 si l'hypothèse E₁ est vérifiée.

Cash-flow estimé à la fin de la 1^{er} année et de 2 000 000 DA, les Cash-flows annuels sont les suivants :

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

- Si extension : 3 500 000 DA si E1 et 3 000 000 DA si E2 ;
- Si non extension : 2 300 000 DA si E1 et 2 000 000 DA si E2.

Si à la date 1, l'hypothèse E1 n'est pas vérifiée, cash-flows annuels prévus : 2 000 000 DA.

Projet 2 :

Investissement global dès le départ : I = 8 000 000 DA. Cash-flows annuels prévus : 2 800 000 DA si E1 et 2 500 000 DA si E2.

- Déterminez le choix à faire (Taux d'actualisation 10%).

Solution :

Analyse des nœuds décisionnels :

D2 : Calculons la VAN à la date 1 :

Le cas extension :

$$VAN = 3\,500 \frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1} \times 0,6 + 3\,000 \frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1} \times 0,4 - 3\,000 = \mathbf{5\,206,61}$$

Le cas de non extension :

$$VAN = 2\,300 \frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1} \times 0,6 + 2\,000 \frac{1-(1,1)^{-3}}{0,1} \times 0,4 = \mathbf{5\,421,34}$$

On doit renoncer à l'extension (la branche correspondante est éliminée- entourée en pointillés sur le schéma).

D1 : investir 6 000 000 DA ou 8 000 000 DA

➤ I = 6 000 000 DA

$$E(VAN) = 5421,34 + 2000 (1,1)^{-1} \times 0,6 + 2000 \frac{1-(1,1)^{-4}}{0,1} \times 0,4 - 6\,000 = \mathbf{583,90}$$

➤ I = 8 000 000 DA

$$E(VAN) = 2800 \frac{1-(1,1)^{-4}}{0,1} \times 0,6 + 2500 \frac{1-(1,1)^{-4}}{0,1} \times 0,4 - 8\,000 = \mathbf{495,24}$$

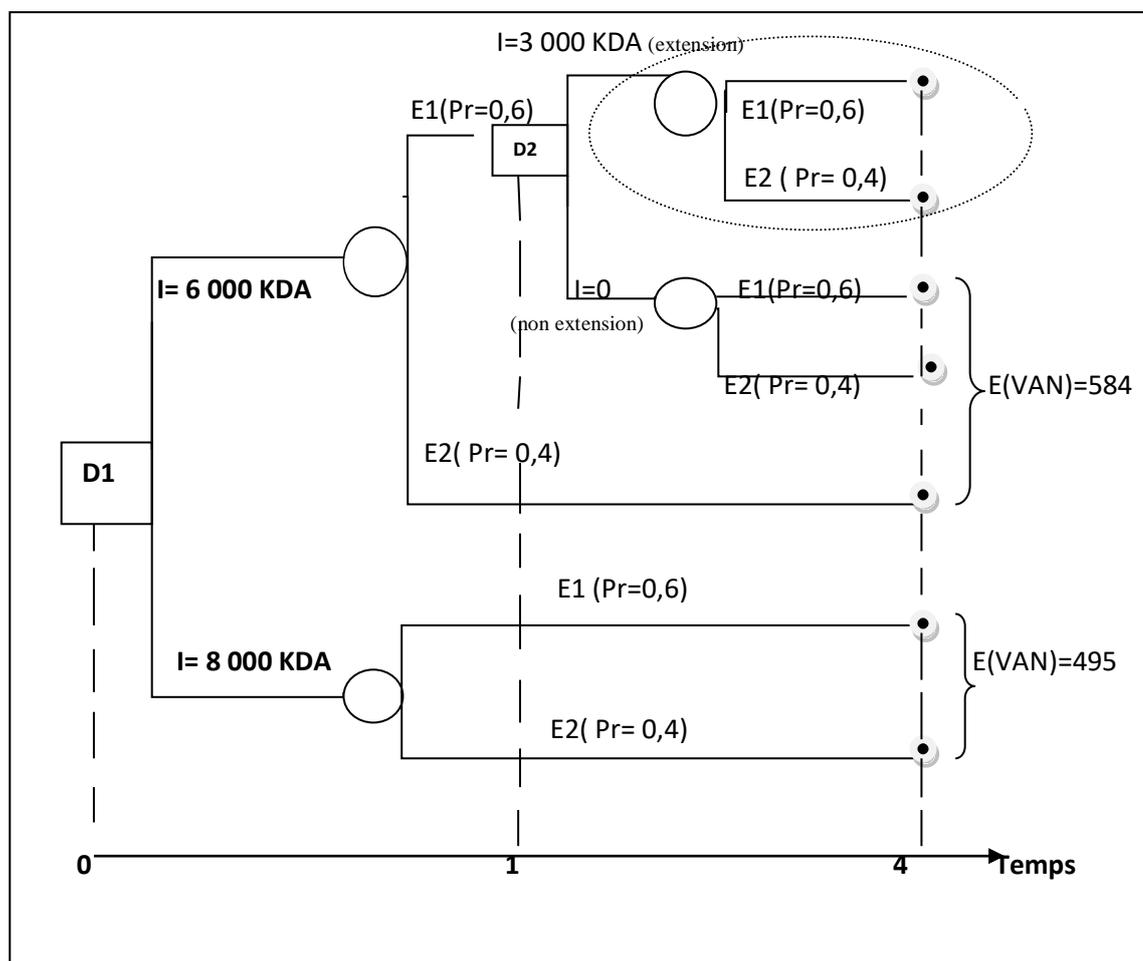
Décision :

On doit réaliser un investissement de 6 000 000 DA à la date 0, sans extension à la date 1.

Voir l'arbre de décision figer 7.

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

Figure n° 07 : Présentation de l'arbre de décision



Source : fait par nos soins à partir des données de l'exercice d'application.

2. Evaluation des investissements en avenir incertain :

Lorsque l'investisseur ne peut attribuer des probabilités objectives aux différentes issues possibles pour ses projets, il n'a comme recours que les critères subjectifs. En se basant sur son expérience et sur son intuition, l'investisseur peut attribuer une probabilité subjective aux différentes situations et à leurs conséquences. Son choix dépendra ensuite de son attitude face au risque perçu.

Dans une situation d'incertitude absolue, le problème à résoudre consiste à déterminer parmi un ensemble de projets d'investissement, celui qui doit être retenu (ou d'établir un classement de ces projets).

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

2.1 Critères de choix en avenir incertain :

L'avenir est incertain lorsqu'on n'a aucune idée de la probabilité des résultats futurs, La théorie des jeux propose plusieurs critères d'aide à la décision suivant l'attitude des dirigeants face au risque.

2.1.1 Le critère de Laplace :

Ce critère n'est autre que celui de l'espérance mathématique de la VAN, il consiste donc à effectuer une simple moyenne arithmétique des revenus espérés, associés pour chaque action aux divers états de la nature, puis à retenir l'action dont la moyenne est la plus élevée (toutes les situations étant équiprobables) (Vernimmen, Quiry, 2008).

Exemple :

Un constructeur automobile doit choisir entre trois projets :

- Projet A : investir dans un modèle économique;
- Projet B : investir dans une berline moyenne;
- Projet C : investir dans une berline de luxe;
- Projet D : poursuivre la production des modèles actuels.

Selon l'état de la conjoncture, les VAN prévues pour les projets respectifs sont les suivantes :

<i>Les projets</i>	<i>Basse conjoncture</i>	<i>Conjoncture moyenne</i>	<i>Haute conjoncture</i>
<i>Projet A</i>	1000	1300	1200
<i>Projet B</i>	800	1400	1500
<i>Projet C</i>	-100	500	2000
<i>Projet D</i>	1100	1000	400

Le constructeur ne sait pas quelle est la probabilité des trois états de la conjoncture, la probabilité implicite de chaque état de la nature est de $\frac{1}{3}$.

$$\text{Projet A : moy(VAN)} = 1000 \times \frac{1}{3} + 1300 \times \frac{1}{3} + 1200 \times \frac{1}{3} = 1167$$

$$\text{Projet B : moy(VAN)} = 800 \times \frac{1}{3} + 1400 \times \frac{1}{3} + 1500 \times \frac{1}{3} = \mathbf{1233}$$

$$\text{Projet C : moy(VAN)} = -100 \times \frac{1}{3} + 500 \times \frac{1}{3} + 2000 \times \frac{1}{3} = 800$$

$$\text{Projet D : moy(VAN)} = 1100 \times \frac{1}{3} + 1000 \times \frac{1}{3} + 400 \times \frac{1}{3} = 833$$

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

Le projet **B** est le meilleur selon le critère de Laplace, il donne la moyenne arithmétique des résultats prévisionnels la plus élevée, c'est-à-dire investir dans une berline moyenne.

2.1.2 Le critère de Maximin (critère de Wald) :

Le critère de Maximin (maximum des minima) consiste à déterminer la VAN la plus faible de chaque projet et à choisir le projet pour lequel cette VAN la plus faible est la plus grande (Vernimmen, Quiry, 2008).

C'est un critère de prudence qui tente de minimiser les pertes éventuelles en prenant le résultat minimum le plus élevé.

Exemple :

Appliquons le critère de Maximin à l'exemple précédent.

Projet A : VAN minimum = **1000**

Projet B : VAN minimum = 800

Projet C : VAN minimum = -100

Projet D : VAN minimum = 400

Selon le critère de Maximin le projet **A** est retenu.

2.1.3 Le critère de Minimax Regret (critère de Savage) :

Le critère de Minimax regret correspond à la psychologie d'un décideur prudent qui cherche à limiter son manque à gagner possible. Le critère du Minimax Regret consiste (Houdayer, 2000) :

- a) à identifier, pour chaque état de la nature le projet qui donnerait le meilleur résultat si cet état de la nature se réalisait ;
- b) à calculer, pour chaque état de la nature supposé réalisé, les manques à gagner (ou regrets) qui résulteraient de l'adoption des autres projets que celui identifié au 1 ; on obtient ainsi une matrice des regrets ;
- c) à déterminer, pour chaque projet, le regret maximal (max) ;
- d) à choisir le projet pour lequel le regret maximal est minimal (Minimax).

Exemple d'application :

Appliquons le critère de Minimax regret à l'exemple précédent.

Construisons la matrice des regrets.

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

Tableau n°08 : présentation de la matrice des regrets

Projet A	1100-1000=100	1400 – 1300 = 100	2000 – 1200 = 800
Projet B	1100- 800= 300	1400 – 1400 = 0	2000 – 1500 = 500
Projet C	1100 – (-100) = 1200	1400 – 500 = 900	2000 – 2000 = 0
Projet D	1100 – 1100 = 0	1400 – 1000 = 400	2000 – 400 = 1600

Source : fait par nos soins à partir des données de l'exercice d'application.

Les max de regrets de chaque projets sont : 800, 500, 1200, 1600. Le minimax est 500. Il appartient au projet **B** qui est le meilleur projet selon le critère de Minimax Regrets.

2.1.4 Le critère de Hurwicz :

Le critère de Hurwicz consiste à calculer, pour chaque projet, une moyenne arithmétique pondérée (H) du meilleur résultat (M) et du résultat le moins bon (m). Les coefficients de pondération sont α pour M, et $(1 - \alpha)$ pour m. ils sont compris entre 0 et 1. On donne au coefficient α une valeur proche de 1 quand le décideur est audacieux et une valeur proche de 0 quand il est prudent (Langlois, Mollet, 2011).

La moyenne arithmétique pondérée (H) est donnée par la formule suivante :

$$H = \alpha M + (1 - \alpha)m$$

Le projet retenu est celui pour lequel H est maximal.

Exemple d'application :

Appliquons le critère de Hurwicz à l'exemple précédent dans deux hypothèses : celle où $\alpha=0,2$ (cas du décideur prudent) et celle où $\alpha=0,7$ (cas d'un décideur plutôt audacieux).

Tableau n° 09 : application du critère de Hurwicz

				$\alpha=0,2$	$\alpha=0,7$
Projet A	1000	1300	1200	0,2 1300+ 0,8 1000= 1060	0,7 1300+ 0,3 1000= 1210
Projet B	800	1400	1500	0,2 1500 + 0,8 800= 940	0,7 1500 + 0,3 800= 1290
Projet C	-100	500	2000	0,2 2000+ 0,8 (-100)= 320	0,7 2000+ 0,3 (-100)=1370
Projet D	1100	1000	400	0,2 1100+ 0,8 400 = 540	0,7 1100 + 0,3 400 = 890

Source : fait par nos soins à partir des données de l'exercice d'application.

Pour $\alpha = 0,2$

Le projet **A** est préférable pour le décideur prudent.

Pour $\alpha = 0,7$

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

Le projet C est préférable pour le décideur audacieux.

2.1.5 Le critère de MAXIMAX (*maximum des maximums*):

C'est le critère du décideur optimiste, non averse au risque, qui privilège le gain (au détriment de la sécurité). Il consiste à sélectionner les gains les plus élevés de chacune des stratégies, et on choisit le résultat maximum le plus élevé (Houdayer, 2000).

Exemple d'application :

Appliquons le critère de Maximax à l'exemple précédent :

Projet A : VAN maximum = 1300

Projet B : VAN maximum = 1500

Projet C : VAN maximum = **2000**

Projet D : VAN maximum = 1100

Le maximum des VAN est 2000. Il appartient au projet C qui est le meilleur projet selon le critère de Maximax.

Récapitulons les choix opérés par les divers critères sur notre exemple, les résultats obtenus sont les suivantes :

Tableau n° 10 : Récapitulatif des résultats obtenus par les différents critères

<i>Critères</i>	<i>Choix optimales</i>
<i>Laplace</i>	B
<i>Wald (Maximin)</i>	A
<i>Savage (minimax regret)</i>	B
<i>Hurwicz</i>	Varie selon le degré d'optimisme ➤ A pour le décideur prudent. ➤ B pour le décideur audacieux.
<i>Maximax</i>	C

Source : fait par nos soins à partir des résultats obtenus précédemment.

On constate que le choix dépend du critère utilisé. Ces critères conduisent à des choix différents, car ils sont personnels et dépendent des appréciations des individus. Bref, quelle que soit la situation, l'utilisation des critères de choix ne peut pas prévaloir dans la décision en raison de leur fiabilité. Tout aussi importantes sont l'expérience du décideur, de son équipe et les impératifs stratégiques.

Chapitre III : Critères de sélection des projets d'investissements en avenir incertain

Conclusion :

En matière d'investissement l'avenir probabilisable est une situation dans laquelle il est possible de déterminer toutes les valeurs que peut prendre le cash-flow relatif à un exercice donné et d'affecter une probabilité déterminée à chacune de ces valeurs.

Quand l'univers est probabilisable, l'investisseur peut comparer les espérances mathématiques et les écarts-type de la VAN de chaque projet. L'espérance mathématique peut alors représenter une mesure de la rentabilité du projet, tandis que la variance (ou l'écart-type) permettra plutôt d'apprécier le risque que représente le projet. Lorsque le projet implique plusieurs décisions d'investissement qui se succèdent dans le temps, l'investisseur peut représenter l'ensemble des décisions et des événements par un arbre de décision.

Lorsqu'on n'a aucune idée de la probabilité des résultats futurs, l'avenir devient incertain, dans ce cas il existe plusieurs critères d'aide à la décision suivant l'attitude des dirigeants face au risque.

Dans un avenir incertain l'investisseur a recours à des critères subjectifs, et le choix final dépend largement de l'attitude de l'investisseur par rapport au risque. Parmi les attitudes possibles, l'investisseur peut, par exemple, retenir l'action dont la moyenne arithmétique des revenus espérés associée pour chaque action est la plus élevée (**Laplace**), ou retenir le projet qui offre le résultat minimum le plus élevé (**Maximin**), ou celui qui offre le plus petit des résultats les plus élevés (**Minimax**), ou encore calculer le « regret » attaché à chaque projet (**critère de Savage**), ou celui qui offre le résultat maximum le plus élevé (**Maximax**), ou encore calculer une moyenne arithmétique pondérée du meilleur résultat et du résultat le moins bon, et retenir par la suite le projet pour lequel cette moyenne est maximale (**critère de Hurwicz**).