

Interrogation N°01 - Physique 1

Exercice01:

On considère les vecteurs :

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} ; \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} ; \vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k}$$

1. Calculer leur module.
2. Calculer les composantes des vecteurs : $\vec{U} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$; $\vec{V} = \vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C}$
3. Déterminer les vecteurs unitaires portés par le vecteur $\vec{A}$.
4. Calculer $\vec{A} \cdot \vec{B}$ et $\vec{B} \wedge \vec{C}$.
5. Calculer le produit mixte $\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C})$ et le double produit vectoriel $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C})$.
6. Calculer l'angle α que fait le vecteur $\vec{A}$ avec les axes Ox .
7. Calculer l'angle β entre les deux vecteur $\vec{A}$ et $\vec{B}$.

Exercice02:

Un point matériel M est animé d'un mouvement rectiligne suivant l'axe(OX). Son équation horaire est :

$$x(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$$

1. Déterminer les expressions de la vitesse et de l'accélération du point matériel.
2. Déterminer les instants où le point matériel s'arrête.
3. Déterminer les périodes durant lesquelles le point matériel se déplace vers les x positifs et négatifs.
4. Déterminer les périodes pendant lesquelles le mouvement de ce point matériel est accéléré ou retardé.

Ex 01

ING

$$\begin{aligned} 1) \quad \|\vec{A}\| &= \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14} \\ \|\vec{B}\| &= \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{17} \\ \|\vec{C}\| &= \sqrt{4^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{34} \end{aligned}$$

$$2) \quad \vec{u} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$3) \quad \vec{u} = \frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} = \frac{2}{\sqrt{14}} \vec{i} + \frac{3}{\sqrt{14}} \vec{j} - \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{k}$$

$$4) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = -2$$

$$\vec{B} \wedge \vec{C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 2 \\ 4 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{B} \wedge \vec{C} = \vec{i}((-2)(-3) - (-3)(2)) + \vec{j}((3)(-3) - (4)(2)) + \vec{k}((3)(-3) - (4)(-2))$$

$$\vec{B} \wedge \vec{C} = \vec{i}(6 + 6) - \vec{j}(-9 - 8) + \vec{k}(-9 + 8)$$

$$\vec{B} \wedge \vec{C} = 12\vec{i} + 17\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 17 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \times 12 + 3 \times 17 + 1$$

$$= 24 + 51 + 1$$

$$= 66.$$

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 12 & 17 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i} ((3)(-1) - (17)(-1)) - \vec{j} (2(-1) - (12)(-1)) + \vec{k} (2(17) - 12(3)).$$

$$= \vec{i} (-3 + 17) - \vec{j} (-1 + 12) + \vec{k} (34 - 36)$$

$$= \vec{i} (14) - \vec{j} (11) + \vec{k} (-2).$$

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = 14\vec{i} - 11\vec{j} - 2\vec{k}.$$

$$6) \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{C}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{C}\|} = \frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$7) \cos \beta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} = \frac{-2}{(\sqrt{14})(\sqrt{17})}.$$

Exo 2:

$$1) x(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 18t + 12$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 12t - 18$$

2) le mobile s'arrête

$$v = 0 \rightarrow 6t^2 - 18t + 12 = 0$$

$$\Delta = 36$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{18-6}{12} = 1s \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_2 = \frac{18+6}{12} = 2s \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} v > 0 \rightarrow t \in [0, 1[\cup]2, \infty[\text{ x positif} \\ v < 0 \rightarrow t \in]1, 2[\end{cases}$$

$$4) a = \frac{dv}{dt} = 12t - 18 \rightarrow t = \frac{3}{2}$$

$$a < 0 \rightarrow t \in]0, 3/2[\text{ et } a > 0 \rightarrow t \in]\frac{3}{2}, +\infty[$$

t		1	$\frac{3}{2}$	2
v	+	-	-	+
a	-	-	+	+
a.v	-	+	-	+