

CHAPITRE VI

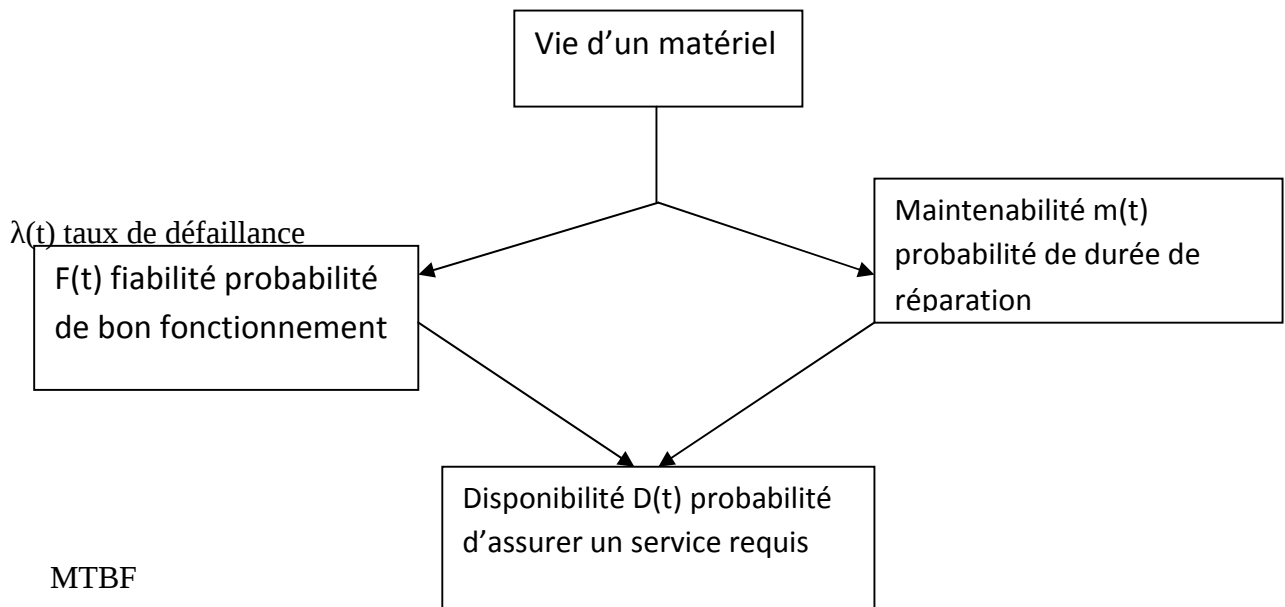
CONCEPT FMDS

(Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité et Sécurité)

VI-1 : GENERALITES

VI-1-1 Relation entre les différents paramètres de la FMD

(Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité)



$\lambda(t)$ taux de défaillance

MTBF

Moyenne des temps de bon

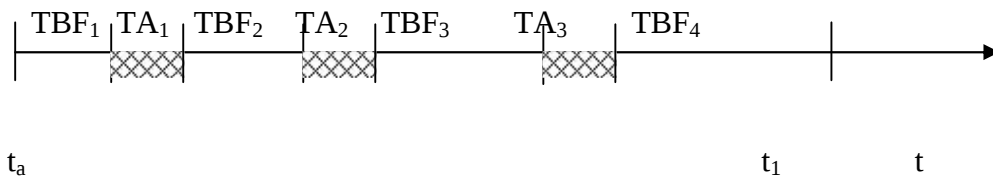
Fonctionnement.

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Ces trois concepts sont envisagés soit de façon prévisionnelle. (Avant usage) soit de façon opérationnelle (pendant ou après usages).

Les trois fonctions précédentes notées respectivement F(t). m(t). D(t) sont des fonctions du temps. Il apparaît indispensable de préciser la notion du temps en maintenance par référence à la norme x60-015.

La vie d'une machine

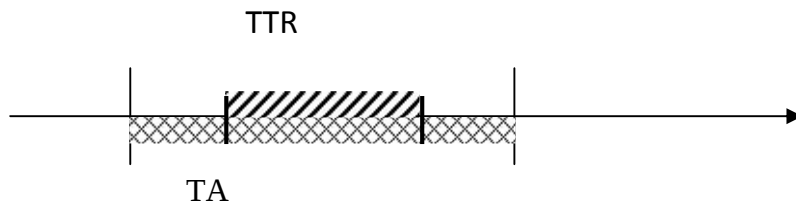


TBF : temps de bon fonctionnement

TA : temps d'arrêt

Ces durées peuvent être observées ou estimées.

Une partie (variable) des temps d'arrêt (TA) est constituée des TTR (temps techniques de réparation).



VI-1-2 : NOTIONS DE FIABILITE

VI-1-2-1 Généralités

La fiabilité caractérise l'aptitude d'un système ou d'un matériel à fonctionner sans incidents pendant un temps donné.

La non-fiabilité augmente les coûts d'après vente, application des garanties, frais judiciaires, etc. Construire plus fiable augmente les coût de conception et de production en pratique, le coût total d'un produit prend en compte ces deux tendances.

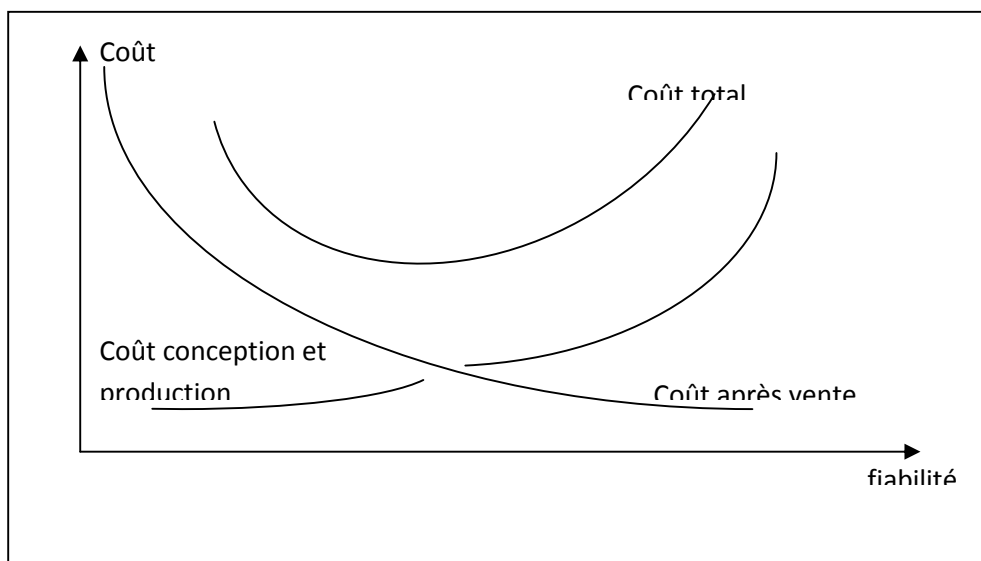


Figure VI-1 : Evolution des coûts en fonction de l'augmentation de la fiabilité

Remarques

- La fiabilité d'une machine a tendance à diminuer avec le nombre de chaque composant. Plus les composants sont nombreux ou complexes est plus la fiabilité est difficile à maîtriser.
- Une très haute qualité pour chaque composant n'entraîne pas nécessairement une grande fiabilité. Après assemblage les interactions qui se produisant diminuent la capacité de l'ensemble.
- Une grande fiabilité sous certaines conditions n'implique pas une grande fiabilité sous d'autres conditions.

VI-1-2-2- Définitions

1- Fiabilité (F) : c'est la probabilité ($0 \leq F \leq 1$) qu'a un produit d'accomplir de manière satisfaisante une fonction requise sous des conditions données et pendant une période de temps donnée.

2-Indicateurs de fiabilité (λ) et (MTBF)

Taux de défaillances ou taux d'avaries (λ) : il représente le pourcentage de défaillances pendant un temps donné.

$$\lambda = \frac{\text{Nombre total de défaillance pendant le service}}{\text{Durée totale de bon fonctionnement}}$$

Les unités sont : le nombre de défaillances par heure, le pourcentage de défaillance pour 1000 heures.

Remarque : la durée de bon fonctionnement est égal à la durée total en service moins la durée des défaillances.

Un produit ayant $10^{-7} < \lambda < 10^{-5}$ pour 1000 heures (ou $10^{-4} < \lambda < 10^{-2}$ par heure) présente un bon niveau commercial de fiabilité.

MTBF (Mean Time Between Failures) temps moyen entre défaillances.

$$\text{MTBF} = \frac{\text{Somme des temps de bon fonctionnement entre les n défaillances}}{\text{Nombre des temps de bon fonctionnement}}$$

3-Allures typiques du taux de défaillance λ

Plusieurs fonctions ou modèles statistiques peuvent être utilisés pour représenter $\lambda(t)$ qui peut être constant, croissant ou décroissant au cours du temps t . Pour la majorité des produits industriels, les variations de (λ) t au cours du temps (sortes de courbes en baignoire) présentent trois zones typiques.

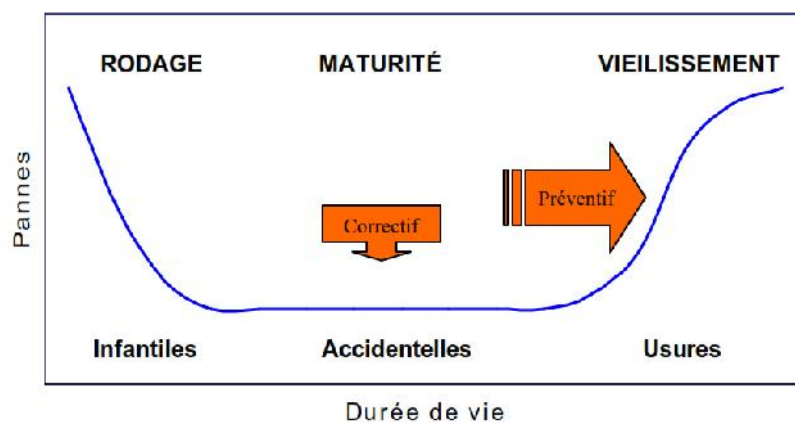
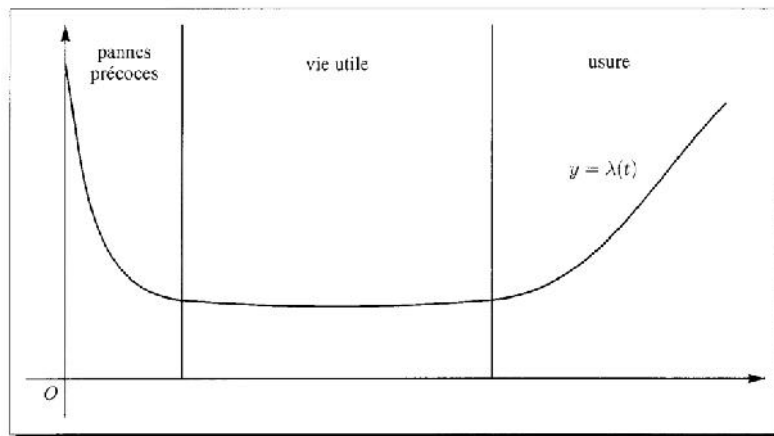


Figure VI-2 : Courbe en baignoire

Zone 1 (Début de la vie du produit : Pannes précoces) : les défaillances sont dites de jeunesse (composants neufs avec défauts de fabrication. $\lambda(t)$ décroît avec le temps.

Zone 2 (Maturité ou pleine activité du produit : Vie Utile) : $\lambda(t)$ est sensiblement constant. C'est le domaine des défaillances imprévisibles ou aléatoires.

Zone 3 (Vieillesse du produit : Usure) : les défaillances sont dues à l'âge ou à l'usure des composants. $\lambda(t)$ croît avec le temps du fait de la dégradation du matériel (usure mécaniques, fatigue, dérive des composants électroniques...). Les lois de fiabilité utilisables sont : loi

normale, Gamma, log normale ou Weibull. La durée de vie usuelle d'un produit s'arrête au début de la zone 3.

Remarque : Dans le cas des équipements mécaniques $\lambda(t)$ la courbe est légèrement croissante dans la zone 2 par rapport à celle des équipements électroniques.

VI-1-3 Maintenabilité et maintenance

VI-1-3-1 Définitions

a) maintenance : cette fonction consiste à faire revenir (dépannage ou réparation) ou à maintenir (action préventive) tout dispositif dans son état de fonctionnement normal. Elle s'exprime au moyen de la maintenabilité.

b) maintenabilité : Elle traduit la probabilité de remettre un système en état de fonctionner, en un temps donné, dans des conditions données et en retrouvant la fiabilité initiale. Elle s'exprime à l'aide du **MTTR**. Augmenter la maintenabilité d'un produit c'est le rendre le plus facilement réparable.

c). Indicateurs ou critères de maintenabilité (MTTR) et (μ)

MTTR (**Mean Time To Repair**) moyenne des temps de réparation

$$MTTR = \frac{\text{Somme des temps de Réparation}}{\text{Nombre de Réparation}} = \text{Temps moyen d'une réparation}$$

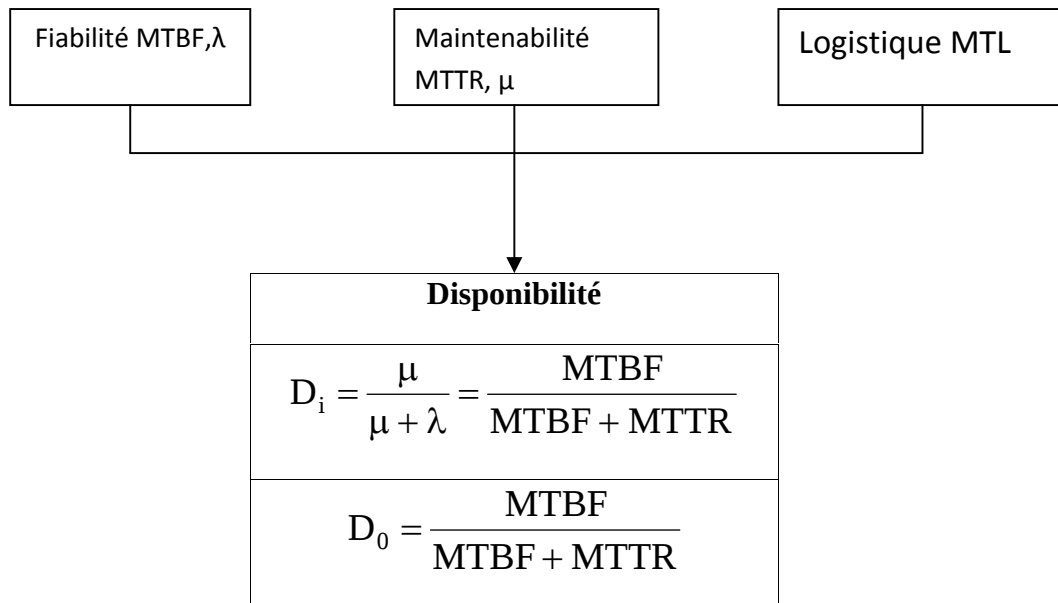
d). Taux de réparation (μ) :

Si μ est constant au cours du temps alors $\mu = 1/MTTR$

VI-1-4 : Disponibilité

Elle traduit l'aptitude d'un dispositif à être en état de fonctionner dans des conditions données. Elle met en évidence l'aptitude à la réparation d'un dispositif en mesurant l'efficacité de la maintenance.

Une haute disponibilité exige une excellente fiabilité (peu de défaillance), une bonne maintenabilité (une grande rapidité ou de remise en état) et une bonne logistique de maintenance (bonnes procédures d'entretien et de réparation, des moyens en personnel, des stocks de composants).



VI-1-4-1 : Définitions

a) Taux de disponibilité (D)

$$D = \frac{\text{Temps d'utilisation et temps d'attente}}{\text{Temps d'utilisation et temps d'attente} + \text{Temps de maintenance}}$$

b) Disponibilité intrinsèque D_i

Elle exclut la maintenance préventive, les délais logistiques (attentes fournitures...) et les délais administratifs.

$$D_i = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

c) Disponibilité opérationnelle D_0

Elle prend en compte les délais logistiques avec le MTL (Moyenne des Temps Logistiques de maintenance).

$$D_0 = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR + MTTL}$$

VI-2 : ETUDE DES MODELES DE FIABILITE

VI-2-1 : Définition et généralité :

D'après la norme AFNOR x 60 – 501 : « la fiabilité est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité que ce dispositif accomplisse un fonction requise dans des conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminée ». Cette probabilité est généralement notée $R(t)$ (probabilité de bon fonctionnement), il symbole $R(t)$ vient du mot anglais, « Reliability ». On trouve généralement deux types de fiabilité celle estimée au début par le constructeur du bien appelée « fiabilité prévisionnelle » et celle réelle obtenue après une suite de défaillances potentielles appelée « fiabilité opérationnelle ».

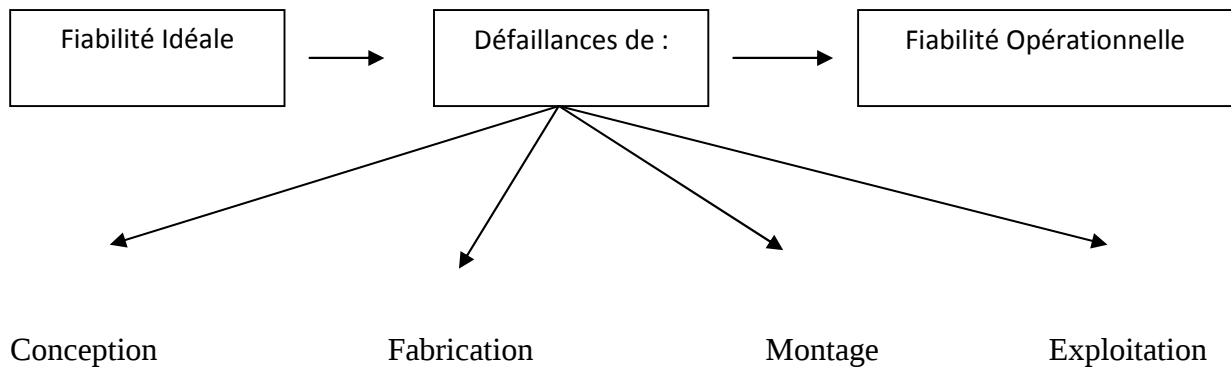


Figure VI-3 : Type de fiabilité

VI-2-2 : Fonction de défaillance : Fonction de fiabilité

On appelle fonction de défaillance la fonction F définie pour tout $t \geq 0$ par : $F(t) = P(T \leq t)$: Le nombre $F(t)$ représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard dans la population ait une défaillance avant l'instant t :

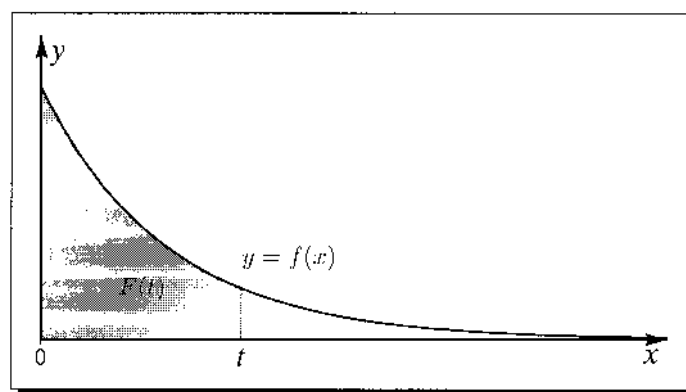


Figure VI-4 : Fonction de défaillance

Cette fonction nous amène naturellement une fonction associée : la fonction de fiabilité R définie pour tout $t \geq 0$ par : $R(t) = 1 - F(t)$.

Le nombre $R(t)$ représente la probabilité qu'un dispositif choisis au hasard dans la population n'ait pas de défaillance avant l'instant t .

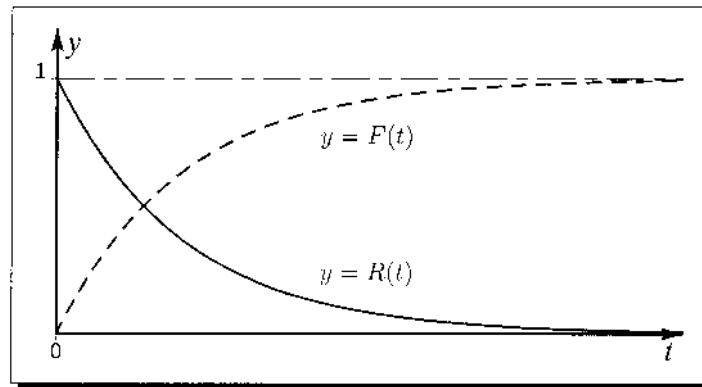


Figure VI-5 : Fonction de fiabilité

VI-2-3 : Expression mathématique de la fiabilité :

Un dispositif, mis en service pour la première fois, tombera inévitablement en panne à un instant T , non connu à priori, T est une variable aléatoire de fonction de répartition $F(t)$

* $F(t)$ est la probabilité pour que le dispositif soit en panne à l'instant t_i : $F(t_i) = \text{Prob}(T < t_i)$

* $R(t_i)$ est la probabilité de bon fonctionnement à l'instant t_i : $R(t_i) = \text{Prob}(T > t_i)$

Donc : $F(t_i) + R(t_i) = 1$ Ou : $\int_0^i F(ti)dt + \int_0^\infty R(ti) = 1$

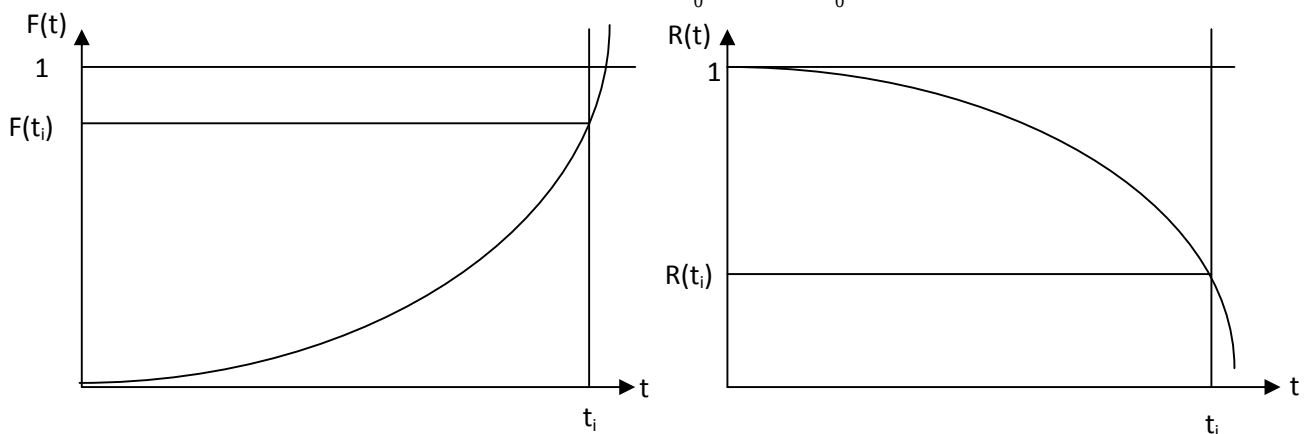


Figure : VI-6 : Schémas de $F(t)$ et de $R(t)$

Par hypothèse on dit que : $\lambda(t)dt = \{f(t+dt) - F(t)\} / R(t)$

C'est la probabilité conditionnelle entre t et $(t + dt)$, notons que $\lambda(t)$ est aussi appelé fonction de hasard $h(t)$. ($F(t=0)=0$), on obtient :

$$\int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t \frac{dF(t)}{1-F(t)} \Rightarrow -\int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t \frac{-dF(t)}{1-F(t)} = \left[\ln(1-F(t)) \right]_0^t = \ln[1-F(t)]$$

$$\text{Donc } e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = 1 - F(t) \Rightarrow F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad \text{Sachant que } R(t)=1-F(t)$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad \text{et sachant que } \lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \Rightarrow f(t) = \lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

Ces formules sont les lois fondamentales liées à la fiabilité, elles permettent de tracer expérimentalement la fiabilité d'un matériel en fonction du temps, ainsi que la détermination du taux de défaillance $\lambda(t)$.

La moyenne des temps de bon fonctionnement MTBF correspond à l'expérience mathématique de la variable aléatoire T : $MTBF = E(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f(t) dt$

$$\text{On peut démontrer par intégrale par partie que : } MTBF = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t) dt$$

Pour étudier la fiabilité, il est plus pratique d'utiliser un modèle et de vérifier ensuite sa validité par le test d'adéquation. Nous allons dans ce chapitre présenter deux modèles (bien qu'ils existe beaucoup d'autre), l'un utilisé dans le cas particulier où le taux de défaillance est constant appelé « Modèle exponentiel » le deuxième certainement le plus utilisé, peut s'adapter aux différents cas du taux de défaillance appelé « Modèle de Weibull ».

VI-2-4 : MODELES DE FIABILITE :

VI-2-4-1 : Modèle Exponentiel :

Il est appliqué dans le cas où le taux de défaillance est constant (période maturité) voir courbe en baignoire. On peut donc calculer l'allure de la fonction de fiabilité $R(t)$ par :

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad \text{il vient avec } \lambda \text{ constant : } R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$\text{La densité de probabilité des défaillances } f(t) \text{ est } f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d(1-R(t))}{d(t)} = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

La fonction de réparation $\gamma(t)$: $F(t) = 1 - e^{-\lambda t} = \int_0^t f(t) dt$ Le taux de défaillance est donnée

par : $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = \text{constant}$: L'espérance mathématique : $E(t) = \text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$

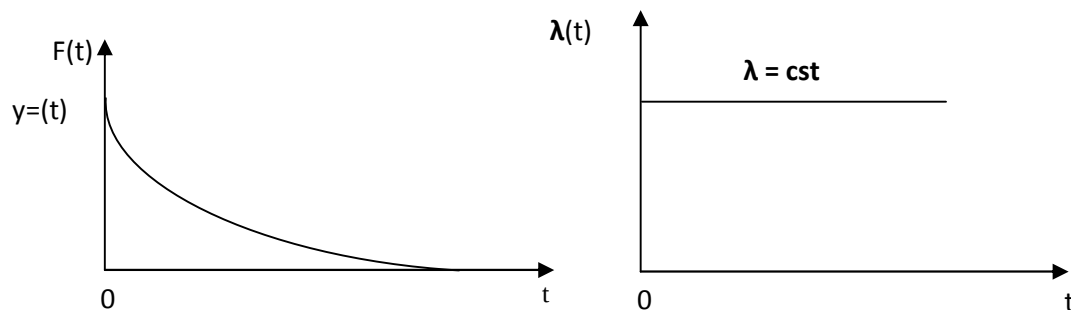


Figure VI-7 : Allure des courbes de $F(t)$ et de $\lambda(t)$

VI-2-4-2 : Modèle de Weibull :

Présentation de la méthode :

Le modèle de Weibull est très souple car la loi est à trois paramètres (β , δ , η) qui permettent d'ajuster correctement tous les résultats expérimentaux, contrairement au modèle exponentiel. La loi de Weibull couvre le cas où le taux de défaillance est variable et permet de s'ajuster aux périodes de jeunesse et aux différentes formes de vieillissement. Son utilisation implique des résultats d'essais sur échantillons ou la saisie des résultats en fonctionnement (TBF), ils permettent donc d'estimer la fonction de réparation $F(t)$ et de fiabilité $R(t)$.

La détermination des trois paramètres de la loi de Weibull permet à partir des tables (voir annexes), d'évaluer la MTBF et l'écart type. Par ailleurs, la connaissance du paramètre de forme (β) permet de déterminer la période de vie du matériel.

EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES :

1- **Expression de la densité de probabilité $F(t)$:** elle est donnée par :

$$f(t) = \frac{b}{h} \left(\frac{t-g}{h} \right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-g}{h} \right)^b}$$

Où : β : est appelé paramètre de forme $\beta > 0$

η : est appelé paramètre d'échelle $\eta > 0$

γ : est appelé paramètre de position $-\infty < g < +\infty$

2- **Expression de la fonction de répartition $F(t)$:**

Elle est donnée par : $F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-g}{h} \right)^b}$

3- Expression de la fiabilité $R(t)$:

Elle est donnée par : $R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t-g}{h}\right)^b}$

4- Expression du taux de défaillance $\lambda(t)$:

Elle est donnée par : $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{b}{h} \left(\frac{t-g}{h}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-g}{h}\right)^b}}{e^{-\left(\frac{t-g}{h}\right)^b}} = \frac{b}{h} \left(\frac{t-g}{h}\right)^{b-1}$

Cas particulier : Dans le cas où $\beta = 1$ et $\gamma = 0$, on retrouve la distribution exponentielle (λ constant), dans ce cas :

$$\lambda(t) = \frac{1}{h} = \frac{1}{MTBF}$$

5- Exploitation du coefficient de forme β :

Si $\beta < 1 \Rightarrow \lambda(t)$ décroît avec le temps (période de jeunesse)

Si $\beta = 1 \Rightarrow \lambda(t)$ est constant (période de maturité)

Si $\beta > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ qui croît avec le temps (période de vieillesse)

Dans le cas où $\beta > 1$, on peut procéder à une analyse plus fine.

Si $1,5 < \beta < 2,5 \Rightarrow$ il s'agit du phénomène d'usure, de corrosion ...etc.

6- L'espérance mathématique et l'écart type

$$E(t) = g + hr \left(1 + \frac{1}{b}\right)$$

μ : Symbole d'une fonction eulérienne :

Donc : $MTBF = A\eta + \gamma$

L'écart type : $S = \sqrt{v(t)}$ où $v(t)$ est donnée par : $V(t) = h^2 t \left(1 + \frac{2}{b}\right) - h^2 \left[t \left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2$

Où $V(t) = h^2 \left[t \left(1 + \frac{2}{b}\right) - \left[t \left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2\right]$ donc : $h = \sqrt{t \left(1 + \frac{2}{b}\right) - \left[t \left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2}$

En posant le terme $t \left(1 + \frac{2}{b}\right) - \left[t \left(1 + \frac{1}{b}\right)\right]^2 = B$, on obtient : $S = h.B$

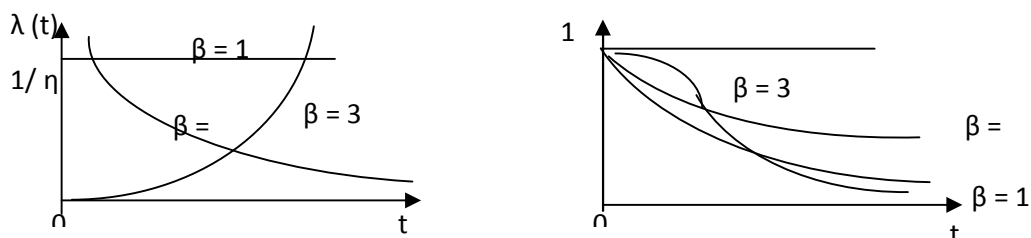


Figure VI-8 : Allures de $\lambda(t)$ et de $R(t)$ pour différentes valeurs de β

Estimation des paramètres de loi de Weibull :

Un des problème essentiel de la loi de Weibull est l'estimation des paramètres (β , η , γ), pour cela nous disposons de deux méthodes ; la première est entièrement par calcul, qui fait intervenir des équations différentielles difficiles à résoudre, de ce fait, elle est peut utilisée. L'autre méthode est graphique, elle utilise un papier à échelle fonctionnelle dit papier de Weibull ou graphique d'Allen plait.
Cette méthode est la plus utilisée.

1. Papier d'Allen plait : Figures VI-8 et VI-9
2. Papier d'Allen plait comporte 4 axes :

Sur A, nous trouvons t ;

Sur B, nous trouvons $F(t)$ en %

Sur a, nous trouvons $\ln(t)$

Sur b, nous trouvons $1 / (1-F(t))$

Il porte également un référentiel secondaire ($X.Y$) qui permet de déterminer β par : $Y = \beta.X$
On les expressions de $F(i)$ seront données plus loin dans le chapitre

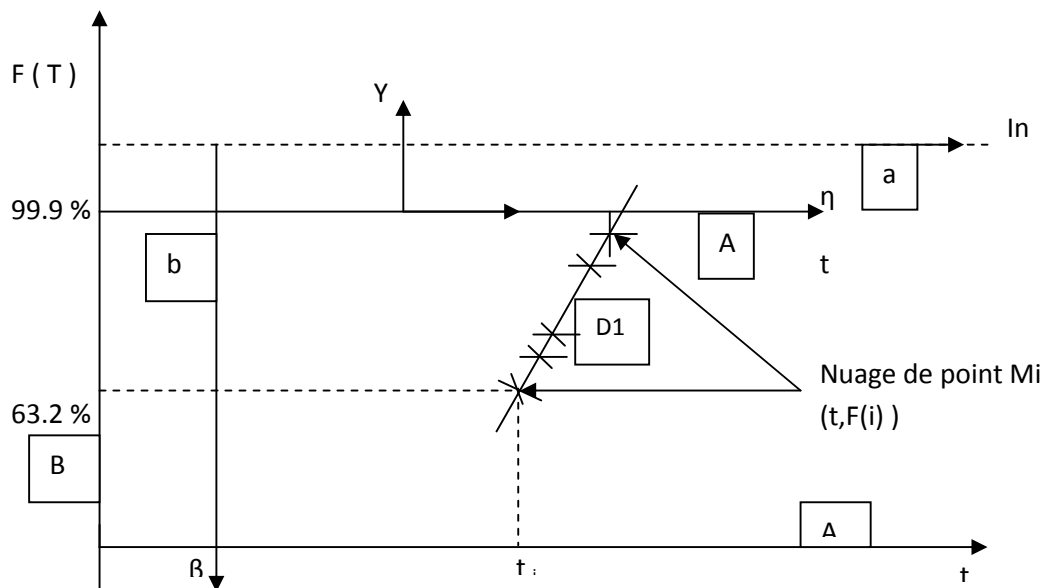


Figure VI-9 : Présentation du papier d'Allen plait

Cas où $\gamma = 0$

1. Calcul de β

Dans ce cas le nuage des points forme une droite D1

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad \text{Donc : } \ln\left(\frac{1}{1-F(t)}\right) = \ln\left(e^{\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}\right) \text{ puis :}$$

$$\text{LnLn}\left(\frac{1}{1-F(t)}\right) = \text{Ln}\left(\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right) = \beta \text{Ln}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right) = \beta \text{Ln}(t-\gamma) - \beta \text{Ln}\eta$$

On pose $X = \text{Ln}(t - \eta)$ et $Y = \text{LnLn}\frac{1}{1-F(t)}$ Donc $C = -\beta \text{Ln}\eta$

On obtient : $Y = \beta \cdot X + C$ (relation linéaire entre X et Y) dont β est la pente de la droite D1 obtenue par les points $M_i (t_i, F(i))$.

Au point $t=\eta=1$, qui est l'origine du repère (X,Y), $\text{Ln } \eta = 0$ donc $C = 0$. Donc β est la pente de la droite D2/D1 passant par l'origine de (X,Y) et qui coupe l'axe b en un point égale à β .

2- Intérêt de détermination de β :

Il permet d'obtenir la forme de la courbe du taux de défaillance aux différentes périodes de la vie d'un matériel, on peut l'utiliser comme un outil de diagnostic des modes de défaillance. β est un nombre sans dimension.

3- Calcul de η :

C'est le paramètre d'échelle, il se lit à l'intersection de la droite tracée et de la ligne 63,2 %. En effet, pour l'ordonnée $Y=0$ on a $F(t) = 63,2 \%$.

$$Y = \text{LnLn}\frac{1}{1-f(t)} = 0, \text{ ce qui donne :}$$

$$\text{Ln}\frac{1}{1-F(t)} = 1 (\text{Ln} = 0) \text{ et } 1 - F(t) = e^{-1}, \text{ donc : } F(t) = 1 - e^{-1} = 1 - 0,368 = 0,632$$

(63,2 %.) D'où pour $Y=0$, $\beta \text{Ln}\eta$ ce qui donne $X=\eta$ Comme $X=\eta$ on a $t=\eta$

η est la valeur lue directement sur le graphique d'Allen plait pour l'ordonnée 63,2 %. Car l'échelle des abscisses est en $\text{Ln } t$. L'unité de η est l'unité de temps.

La figure Suivante montre un exemple de détermination de η et de β dans le cas ou $y=0$

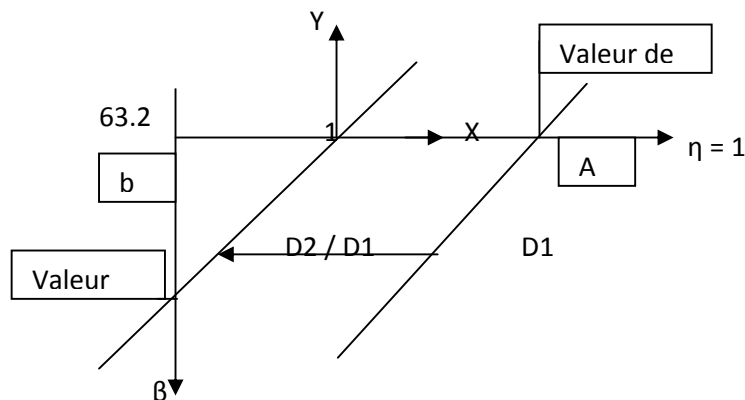
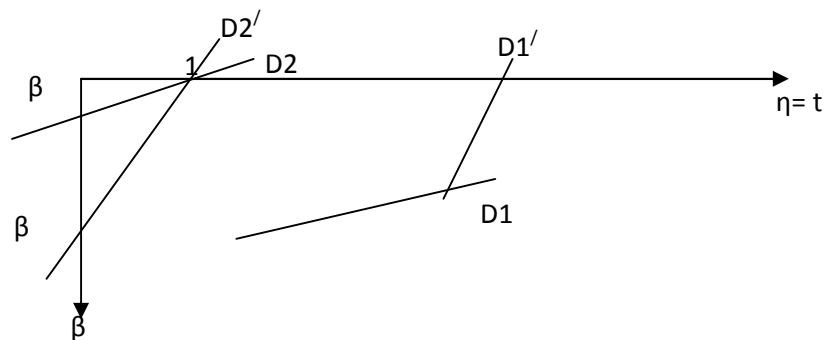


Figure VI-10: Détermination des paramètres β et η sur la papier d'Allen plait dans le cas où $\gamma=0$

Un cas particulier de la loi de Weibull est celui où le nuage de points met en évidence deux droites, c'est à dire deux populations correspondant a deux modes de défaillances successifs et différents.

Exemple :



Dans cet exemple, on déduit qu'il s'agit de défaillances de jeunesse dues à un mauvais montage ($\beta=0.4$), suivie de défaillances dues à l'usure ($\beta=3.5$).

Cas ou $\gamma \neq 0$:

Si le nuage de point fait apparaître une courbure telle que l'ajustement par une droite ne peut se faire qu'avec un mauvais indice de corrélation.

Une première méthode consiste à translater tous les point en ajoutant ou retranchant à leurs ***** une même valeur (qui sera γ) jusqu'à ce que le nuage de points translaté soit ajustable par une droite D1.

Le redressement de la courbe peut se faire par tâtonnement par translation de plusieurs point de valeur γ

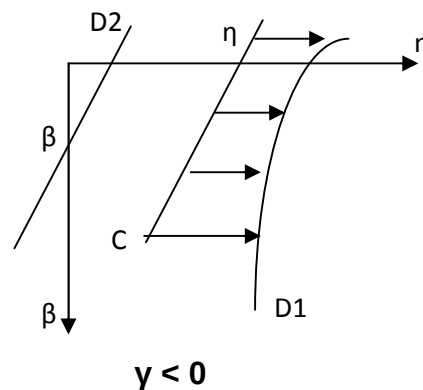
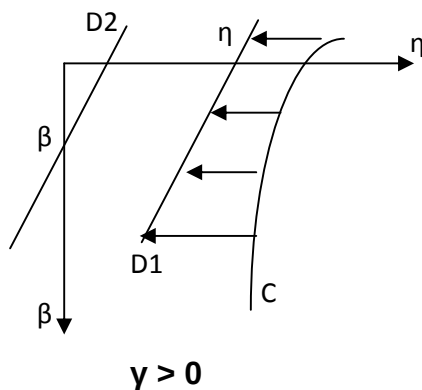
Croissantes, jusqu'au redressement jugé.

Il peut se faire suivant la formule suivante :

$$g = \frac{t_2^2 - t_1 \cdot t_3}{2t_2 - t_1 - t_3}$$

Mode opératoire :

Nous prenons trois points a_1, a_2 et a_3 de la courbe C1 telle que $(a_1, a_2) = (a_2, a_3) = \Delta$
Les points a_1, a_2 et a_3 sont espacés mais pas extrême, nous lisons les valeurs a_1, a_2 et a_3 sur l'axe des t (axe A) il reste à appliquer la formule, ci-dessus pour trouver γ pour tracer la droite D1. L'intersection de D1 avec l'axe de η donne la valeur de η .



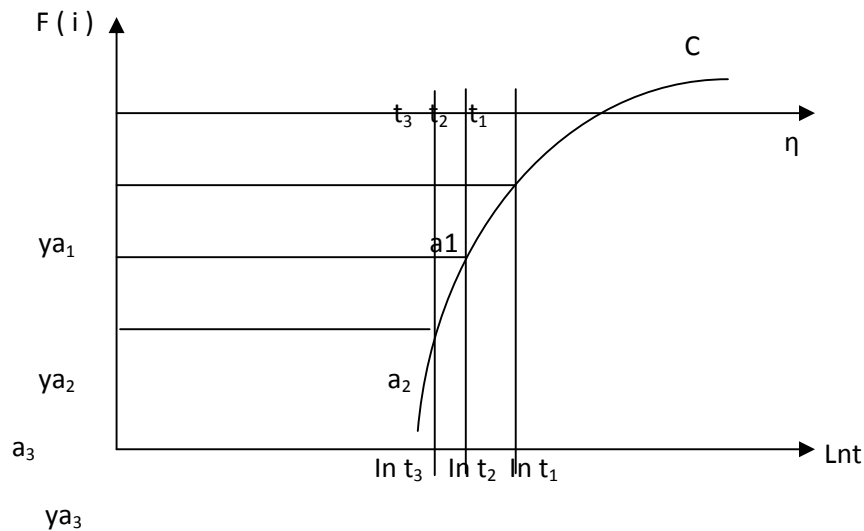


Figure VI-11 : Méthode des trois points

Détermination des F(i)

- **Cas des grands échantillons :**

Soit N le nombre d'échantillons (TBF_i) Si N > 50

$$F(i) = \frac{i}{N}$$

- **Cas des petits échantillons :**

Si 50 > N > 20 nous utiliserons alors la formule d'approximation des **rangs moyens** :

$$F(i) = \frac{i}{N + 1}$$

Si 20 > N nous utiliserons la formule d'approximation des **rangs médians**

$$F(i) = \frac{i - 0.3}{N + 0.4}$$

VI-2-5 : NOTION DE NIVEAU DE CONFIANCE POUR F(t) :

Après la détermination de la fonction de défaillance F(t), nous effectuerons une probabilité à 90%, c'est-à-dire 90 chances sur 100 que F(t) soit comprise dans un intervalle [α] Appelé **intervalle de confiance**. La probabilité 0.90 est le **niveau de confiance**.

Les tables 1 représentent les limites à 5 % et à 95 % dans le cas de l'approximation par les rangs médians.

TEST DE KOLMOGOROV SMIRNOV :

Le principe de ce test est de comparer la fonction réelle de répartition des défaillances à la fonction de répartition théorique. On mesure point par point l'écart entre ces deux fonctions par le modèle :

$$D_{ni} = |f(t) - F(t)|$$

Telle que $F(t)$ est la fonction de répartition réelle, elle peut être obtenue par la méthode des rangs moyens : $F(t) = \frac{i}{n+1}$

$F(t)$ est la fonction théorique.

Le test se résume à vérifier si : $D_n > D_{n,\alpha}$: Tels que : $D_n = \max |f(t) - F(t)|$, et $D_{n,\alpha}$ est donnée par la table de Kolmogorov-Smirnov (voir annexe).

Donc pour accepter le modèle et par suite les valeurs de la fonction $F(t)$ il suffit que ces valeurs doivent se trouver dans une zone autour de $F(t)$ (Voir figure) de telle façon que.

$$F(t) - D_{n,\alpha} \leq F(t) \leq F(t) + D_{n,\alpha}$$

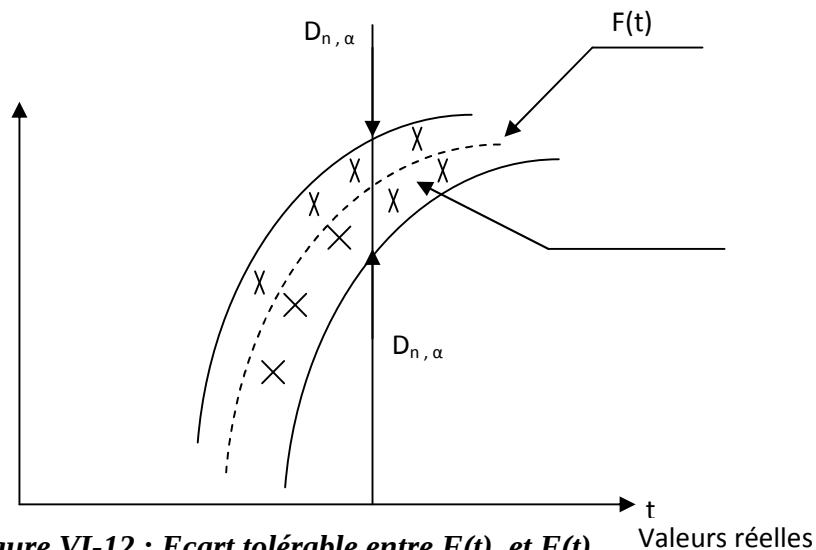


Figure VI-12 : Ecart tolérable entre $F(t)$ et $F(t)$

DUREE DE VIE ASSOCIEE A UN SEUIL DE FIABILITE

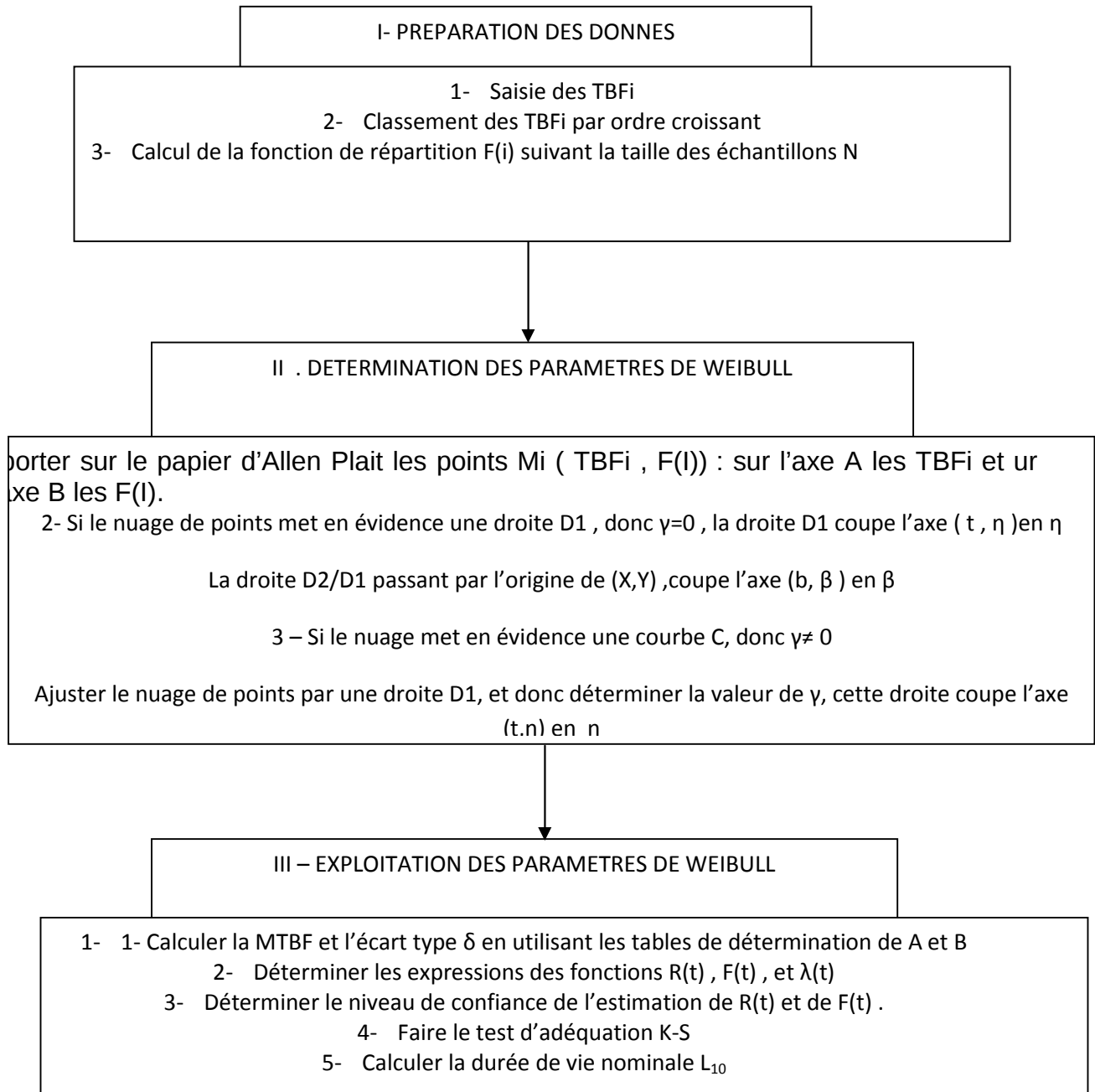
On peut, pour n'importe quel instant t , déterminer la fonction de fiabilité $R(t)$ réciproquement. On peut à partir d'un seuil de fiabilité $R(t)$, de trouver l'instant t correspondant.

Nous savons que : $R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ Donc $\text{Ln}R(t) = -\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta$

$$\ln \frac{1}{R(t)} = \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta \quad \left[\ln \frac{1}{R(t)} \right]^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right) \quad \text{D'où } t = \lambda + \eta \left[\ln \frac{1}{R(t)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

En particulier, pour $R(t) = 0,9$: $L_{10} = \lambda + \eta [0.105]^{\frac{1}{\beta}}$

RESUME DE LA METHODE DE WEIBULL



VI-3 : NOTION DE MAINTENABILITE :

VI-3-1 : Définition de la maintenabilité :

D'après la norme AFNORX 60 010 : dans des conditions données d'utilisation, la maintenabilité est l'aptitude d'un dispositif à être maintenu ou rétabli dans un état dans lequel il peut accomplir sa fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits.

La maintenabilité est donc une caractéristique précisant la facilité et la rapidité avec lesquelles un dispositif peut être remis en état. Cette définition, par analogie avec celle de la fiabilité comprend la notion de probabilité, on peut écrire donc $M(t) = \text{Prob}(t < T)$, c'est la probabilité qu'un système en arrêt au temps $t = 0$ soit en service au temps T .

VI-3-2 : Notion de temps technique de réparation : (TTR) :

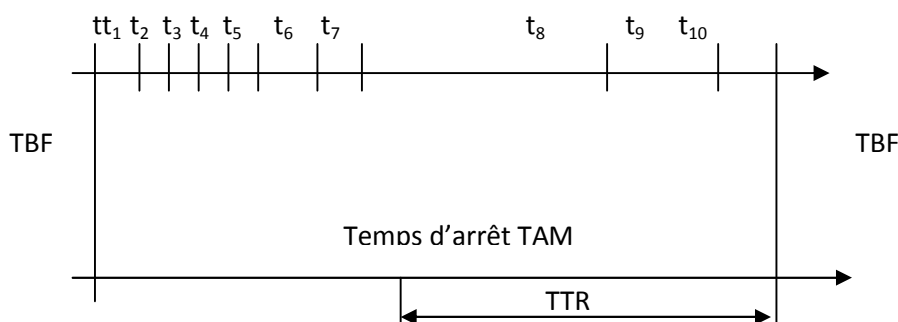
Les temps techniques de réparation TTR sont, comme les TBF, saisis à partir de l'historique des pannes ils comprennent les :

- 1/ temps de diagnostic et de vérification de la réalité de la panne (fausse alerte).
- 2/ temps de localisation de la panne.
- 3/ temps de démontage et remontage.
- 4/ temps de réparation ou de changement de l'élément.
- 5/ temps de contrôle et d'essais de remise en route.

Les temps annexes de maintenance (la différence entre le temps d'arrêt et les TTR) sont des temps perdus qui ne font pas partie de l'opération de maintenance corrective mais constitués généralement des :

- 1/ temps d'arrivée sur place des dépanneurs.
- 2/ temps logistique.
- 3/ temps de préparation.
- 4/ temps administratifs.....ect.

Ces temps sont détaillés dans le schéma de la figure suivante.



Décomposition du temps d'arrêt

t_0 : date de panne

t_0-t_1 : détection de la panne.

t_1 : alarme.

t_2 : réception de la demande de travail par le service maintenance.

t_2-t_3 : transmission de la DT.

t_3 : prise en charge par les techniciens de maintenance.

t_3-t_4 : vérification de l'existence de la défaillance, test, diagnostic, expertises.

t_4-t_5 : préparation de l'intervention.

t_5-t_6 : attente d'approvisionnement.

t_6 : lancement de l'intervention.
 t_6 - t_7 : nettoyage, démontage de l'ensemble concerné.
 t_7 - t_8 : durée d'intervention (dépannage, réparation on ou changement d'organe).
 t_8 - t_9 : remontage.
 t_9 - t_{10} : durée d'essais, de réglage et de test de bon fonctionnement.
 t_{10} : date de mise en route.

VI-3-3 : Expressions mathématique de la maintenabilité :

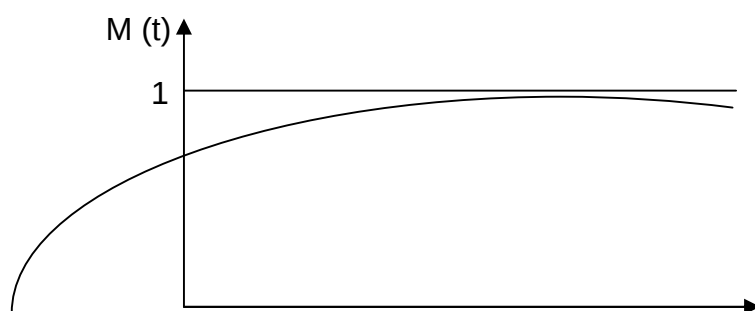
Comme pour l'étude de fiabilité, la variable ici est le temps (TTR) la densité de probabilité est notée $g(t)$. La fonction de réparation, par analogie avec celle de fiabilité est donnée par : $M(t) = \int g(t)dt$

Le taux de réparation est noté $u(t)$ est égale à : $m(t) = \frac{g(t)}{1 - M(t)}$

Alors : $g(t) = m(t).e^{\int m(t)dt}$

Par hypothèse. Il est souvent considéré comme constant, les expressions précédentes reviennent alors à : $M(t) = 1 - e^{-mt}$ $MTTR = \frac{1}{m}$. $g(t) = m.e^{-mt}$

La MTTR est donnée par : $MTTR = \frac{\sum TTR}{n}$, $m = \frac{1}{MTTR}$.



Allure de la maintenabilité $M(t)$.

VI-3-4 : Analogie entre la fiabilité et la maintenabilité :

Le tableau ci-dessous illustre l'analogie entre les deux notions fiabilité et maintenabilité.

Fiabilité	Maintenabilité
Variable aléatoire (TBF)	Variable aléatoire (TTR)
Densité de probabilité $f(t)$	Densité de probabilité $g(t)$
Fonction de réparation $F(t) = \int f(t)dt$	Fonction de réparation $M(t) = \int g(t)dt$
Taux de défaillance $l(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$	Taux de réparation $m(t) = \frac{g(t)}{1 - M(t)}$
$MTBF = \int t.f(t)dt = \int (1 - F(t))dt$	$MTTR = \int t.g(t)dt = \int (1 - M(t))dt$
$f(t) = l(t)e^{-\int l(t)dt}$	$g(t) = m(t).e^{\int m(t)dt}$

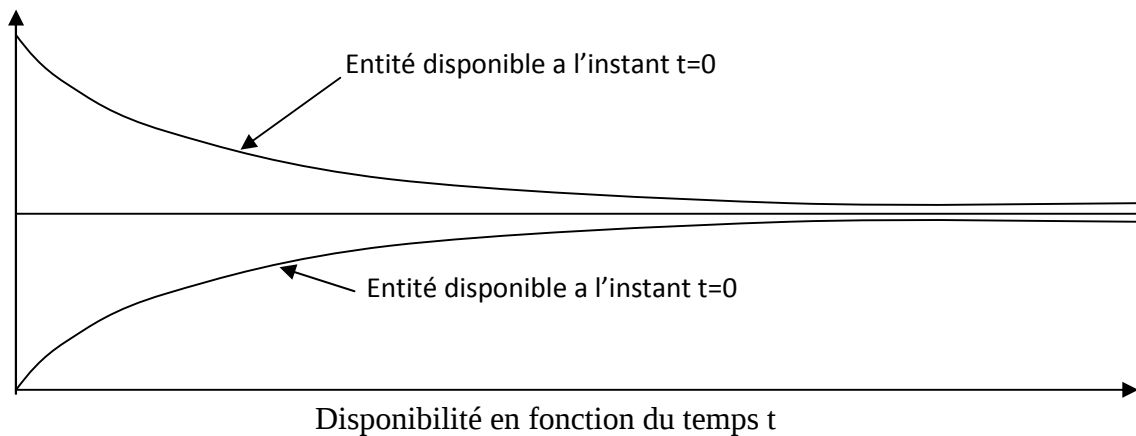
VI-4 : NOTION DE DISPONIBILITE

Définition

La norme NF X 60-500 définit la disponibilité comme l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données à un instant donné ou pendant un intervalle de temps donné en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires de maintenance soit assurée.

La probabilité associée $A(t)$ à l'instant t est aussi appelée disponibilité et s'exprime par $A(t) = \text{PCE non défaillante à l'instant } t$.

La disponibilité $A(t)$ est une grandeur instantanée, l'entité peut donc avoir subi une panne puis une réparation avant l'instant t , contrairement à la fiabilité qui est une grandeur mesurée sur une durée (intervalle $[0, t]$). La confusion entre la disponibilité et la fiabilité est au fait que ces deux concepts sont équivalents quand le système est non réparable.



Comme la fiabilité, plusieurs types de disponibilité peuvent être utilisés :

- la disponibilité instantanée prévisionnelle (définie ci-dessous) ;
- la disponibilité moyenne sur un intervalle de temps donné $[t_1, t_2]$ de la disponibilité prévisionnelle, mesurée en phase opérationnelle par la durée de fonctionnement effectif divisée par la durée donnée.

La figure fait apparaître que la disponibilité dépend de quatre facteurs essentiels :

- 1- La fiabilité.
- 2- La maintenabilité.
- 3- La logistique.
- 4- Les politiques de maintenance.

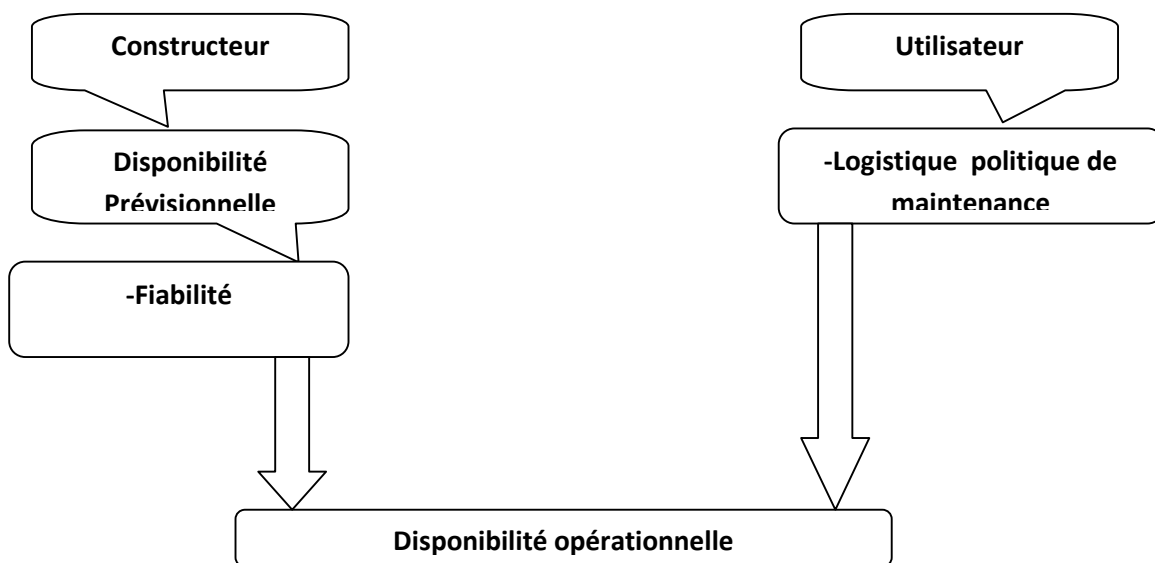


Figure VI-12: types de disponibilité

Modèles de disponibilité opérationnelle :

Dans ces modèles, on va prendre en compte plusieurs facteurs et par la suite définir plusieurs modèles de disponibilité.

Modèle 1 :

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$
 C'est le modèle de base. MTBF : moyenne des temps de bon fonctionnement.

Modèle 2 :

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MTA}$$
 Prise en compte du temps d'arrêt (TAM), MTA : Moyenne des temps d'arrêt.

Modèle 3 :

$$D = \frac{MTBM}{MTBM + MMT}$$
 Prise en compte des actions préventives (MTBM) et de la moyenne des actions préventives et correctives (MMT)

Modèle 4 :

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MMR + MTL}$$
 Prise en compte de la moyenne de temps logistique MTL.

Modèle 5 :

$D = \frac{MTBF + RT}{MTBF + RT + MDT}$ Prise en compte du temps moyen dans lequel les système est en attente mais apte a fonctionner (Read time) et de $MDT=MMT+MTL+MTA$

MTA : Temps administratif. MDT :Moyenne des demandes de travail

Modèle 6 :

$D = \frac{TCBF}{TCBF + TA}$ prise en compte des cumules un bon fonctionnement.

TCBF : temps cumule de bon fonctionnement et d'arrêt. TA : temps d'attente.

VI-5 : AMELIORATION DE LA DISPONIBILITE :

Pour améliorer la disponibilité on va s'orienter vers les facteurs intervenants à savoir:

- * **Fiabilité** : Améliorer la fiabilité par des études appropriées, une bonne maintenance préventive, surveillance accrue, modifications techniques
- * **Maintenabilité** : améliorer la maintenabilité par l'utilisation des systèmes d'aide au diagnostic, arbre de défaillance, disponibilité des accessoires et des pièces de rechange (P.D.R), formation spécialisée du personnel, ...etc.
- * **Logistique** : Utilisation des logiciels gestion de maintenances GMAD et des stocks , une bonne organisation interne OT (Ordre de Travail) , DT(Demande de Travail) , B T (Bons de Travail), équipes spécialisées,...etc. .

VI-6 : ETUDE DE LA FIABILITE D'UNE TURBINE A VAPEUR

Sur le papier d'Allen Plait nous avons mis les points M_i ayant abscisses les TBF fois 100 et pour ordonnées la fonction de répartition $f(i)$ calculée par la méthode des rangs moyens ($N=30$) par la formule $f(i) = \frac{i}{N+1}$

Ordre	TBF	F(t)	$F(t) = \frac{i}{N+1}$	$D = f(t) - F(t) $
01	7	0,0023	3,2	3,19
02	7	0,0023	6,4	6,39
03	10	0,0035	9,6	9,59
04	14	0,0053	12,6	12,89
05	18	0,0071	16,1	16,09
06	18	0,0071	19,3	19,26
07	19	0,0076	22,5	22,49
08	19	0,0076	25,8	25,79
09	22	0,0091	29	28,99
10	23	0,0096	32,2	32,19
11	31	0,013	35,4	35,38
12	42	0,019	38,7	38,68
13	46	0,021	41,9	41,87
14	67	0,034	45,1	45,06
15	95	0,051	48,3	48,24
16	107	0,059	51,6	51,54
17	112	0,062	54,8	54,73
18	112	0,062	58	57,93
19	132	0,075	61,2	61,12
20	143	0,082	64,5	64,41
21	209	0,12	67,7	67,58
22	236	0,14	70,9	70,76
23	306	0,19	74,1	73,91
24	334	0,21	77,4	77,19
25	465	0,29	80,6	80,31
26	487	0,31	83,8	83,49
27	574	0,42	87	86,58
28	745	0,52	90,3	89,78
29	954	0,56	93,5	92,94
30	1560	0,78	96,7	95,92

Détermination des paramètres de la loi de Weibull :

Nous traçons les points N_i (TBF_i , $F(i)$) nous obtenons ainsi la droite D_1 , Puisque le nuage de points met en évidence une droite donc $\gamma = 0$.

La droite D_1 coupe l'axe de (T, h) en $h = 11 \cdot 100 = 1100h$

La droite $D_2 // D_1$ coupe l'axe en (b, b) en $b = 1,2$

En tenant compte de la valeur de $\beta=1.2$ nous confirmons l'état de la turbine ainsi que son age, la turbine est en période de vieillesse ce qui nécessite une maintenance corrective avec une maintenance préventive beaucoup plus conditionnelle.

Validation du modèle (K.SMIRNOV)

Le principe de test est de comparer la fonction réelle de répartition des défaillances à la fonction de répartition théorique. On mesure point par point l'écart entre les deux fonctions par le modèle : $D_n = |f(t) - F(t)|$

Le test se résume à vérifier si : $D_n > D_{n,x}$ tels que :

$D_n = \max |f(t) - F(t)|$ et $D_{n,x}$ est donnée par la table de KOLMOGOROV SMIRNOV (voir annexe) donnée pour accepter le modèle et par la suite les valeurs de la fonction $F(t)$.

Calcul de MTBF :

$$\begin{cases} g = 0 \\ h = 1100 \\ b = 1.2 \end{cases} \begin{cases} A = 0,94 \\ B = 0,78 \end{cases}$$

$$MTBF = d + A \cdot h$$

$$MTBF = 0 + (0,94 \times 1100) = 1034h$$

$$\text{L'équation de } R(t) = e^{-\left(\frac{t}{h}\right)^b} \quad R(t) = e^{-\left(\frac{1034}{1100}\right)^{1,2}} \quad R(t) = 39,51 \%$$

$$\text{L'équation de taux de défaillance : } \lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad \lambda(t) = \frac{1,2}{1100} \left(\frac{1034}{1100}\right)^{1,2-1} \quad \lambda(t) = 0,0010774$$

$$\text{L'équation de la fonction de réparation} \quad F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad F(t) = 60,48\%$$

$$\text{L'équation de } f(t) = \frac{b}{h} \left(\frac{t}{h}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{h}\right)^b} ; f(t) = \frac{1,2}{1100} \left(\frac{1034}{1100}\right)^{1,2-1} \cdot e^{-\left(\frac{1034}{1100}\right)^{1,2}} ; f(t) = 0,000425$$