Corrigé de la série de TD N°3

Exercice 1 :

Partie I :

1) Calcule de l'énergie du seuil E_0 (W_0) :

$W = W_0 + E_C \Longrightarrow$ **$W_0 = W - E_C$**

Nous calculons d'abord le travail W :

$$W = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{0{,}150.10^{-6}} = 1{,}33.10^{-18} J$$

$$W = \frac{1{,}33.10^{-18}}{1{,}6.10^{-19}} = 8{,}31\ eV$$

$$\Longrightarrow W_0 = 8{,}31\ eV - 4{,}85\ eV = 3{,}46\ eV = 5{,}54.10^{-19} J$$

2) La nature du métal :

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\Longrightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 3.10^{8}}{5{,}54.10^{-19}} = 3{,}54.10^{-7} m = 0{,}354\ \mu m$$

Si on compare cette valeur à celles données dans le tableau, on voit bien qu'il s'agit du Zinc.

Partie II :

1) L'énergie d'un photon associé au rayonnement incident :

$$E = h\upsilon = 6{,}63.10^{-34} \times 10^{15} = 6{,}63.10^{-19} J$$

2) On a W_0 = 2,90 eV = $2{,}90 \times 1{,}6.10^{-19} J = 4{,}64.10^{-19} J$

La fréquence seuil υ_0 :

$$\upsilon_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4{,}64.10^{-19}}{6{,}63.10^{-34}} = 0{,}7.10^{15} Hz = 7.10^{14} Hz$$

$\Longrightarrow \upsilon_0 < \upsilon$ donc il y a effet photoélectrique (des électrons peuvent être émis).

Calcul de leurs énergies cinétiques :

$$E_c = E - W_0 = 6{,}63.10^{-19} - 4{,}64.10^{-19} = 1{,}99.10^{-19} J$$

3) Pour la plaque de cuivre (W_0 = 4,65 eV) :

$$W_0 = 4{,}65 \times 1{,}6.10^{-19} = 7{,}5.10^{-19}\ J$$

$$\upsilon_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{7{,}5.10^{-19}}{6{,}63.10^{-34}} = 1{,}13.10^{15} Hz \Longrightarrow \upsilon_0 > \upsilon$$ donc pas d'effet photoélectrique.

Exercice 2 :

1) Seuil photoélectrique (W_0 =1,88 eV) :

a) Calcul de la longueur d'onde λ_0 qui correspond au seuil photoélectrique :

On a : $W_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ donc $\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6{,}63.10^{-34}\times 3.10^{8}}{1{,}88\times 1{,}6.10^{-19}} = 6{,}61.10^{-7}m = 661nm$

b) Pour qu'il y ait effet photoélectrique, il faut que E > W_0

Donc $\frac{hc}{\lambda} > \frac{hc}{\lambda_0} \Longrightarrow \frac{1}{\lambda} > \frac{1}{\lambda_0} \Longrightarrow \lambda < \lambda_0$

λ = 495 nm < λ_0 donc il y a effet photoélectrique.

λ = 720 nm > λ_0 donc pas d'effet photoélectrique.

2) Vitesse d'émission des électrons :

a) L'énergie cinétique maximale $E_{c,max}$ d'un électron émis :

$$E_{c,max} = E - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 = \frac{6{,}63.10^{-34}\times 3.10^{8}}{600.10^{-9}} - (1{,}88\times 1{,}6.10^{-19}) = 0{,}307.10^{-19}J$$

b) Calcul de la vitesse maximale V_{max} d'un électron émis :

$$E_{c,max} = \frac{1}{2}m_e {V_{max}}^2 \Longrightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2E_{c,max}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times 0{,}307.10^{-19}}{9{,}11.10^{-31}}} = 2{,}596.10^{5}m/s$$

Exercice 3 :

1iere Méthode

1) A partir des postulats de Bohr, retrouver les expressions donnant le rayon, la vitesse et le niveau d'énergie d'un ion hydrogénite quelconque en fonction de n :

Système : électron soumis à la force de Coulomb d'intensité $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2}$

Repère : repère de Frenet D'après le 2e principe de Newton :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Selon la normale : $F_C = ma_n$

En remplaçant: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_e q_p|}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = mv^2 \Rightarrow r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mv^2}$

D'après le 1er postulat de Bohr, seules les orbites dont les rayons sont définis par

$$mv_n r_n = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} \qquad (3)$$

$$r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m v^2} \qquad (2)$$

En remplaçant l'expression (3) dans l'expression (2) on trouve : $r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ (4)

Les rayons des différentes couches K, L, M, ..., sont proportionnels **au carré du nombre quantique principal n** : $\mathbf{r_n \sim n^2}$

L'orbite la plus proche du proton est celle correspondant à la couche K (n = 1). Le rayon de cette orbite vaut :

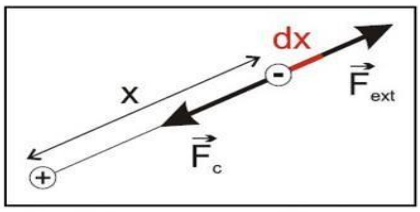
$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

On l'appelle « **rayon de Bohr** ». $\boxed{\mathbf{r_n = r_1 n^2}}$

Considérons le système formé par l'atome d'H (proton et électron).

* La variation de l'énergie mécanique E est donnée par le théorème de l'énergie mécanique : $\Delta E = \sum W(\vec{F}_{ext.})$

Appliquons une force extérieure $\vec{F}_{ext.}$ pour arracher l'électron de l'atome d'H **à vitesse constante.**
L'énergie cinétique du système est donc constante au cours du temps.
Donc : $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_p = W(\vec{F}_{ext.})$



Soit r le rayon de l'orbite de laquelle l'électron est retiré. La distance x entre électron et proton varie donc de la valeur r jusqu'à l'infini.

$$\Delta E_p = E_p(x \to \infty) - E_p(x = r) = W(\vec{F}_{ext.})$$

Attribuons arbitrairement l'état de référence de l'énergie potentielle (= niveau où $E_p = 0$) à l'électron libre, c.-à-d. à l'électron se trouvant à une distance r infinie du proton.

$$E_p(x \to \infty) = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{E_p(r) = -W(\vec{F}_{ext.})}$$

Comme la vitesse de l'électron est constante, la force extérieure doit être, à chaque instant, opposée à la force de Coulomb (principe d'inertie de Newton) : $\vec{F}_{ext.} = -\vec{F}_C$

L'intensité de ces forces est la même : $F_{ext.} = F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{x^2}$

Travail élémentaire de la force à exercer par l'opérateur pour un **éloignement** infinitésimal dx (sur lequel $\vec{F}_{ext.}$ ne varie pratiquement pas) de l'électron du proton :

$$dW(\vec{F}_{ext.}) = F_{ext.}\,dx = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{x^2}dx$$

Le travail total est alors la somme de tous les travaux élémentaires où x a varié de la valeur r jusqu'à l'infini.

$$W(\vec{F}_{ext.}) = \int_r^{\infty} dW(\vec{F}_{ext.})$$

En remplaçant dans l'expression trouvée précédemment on obtient :

$$E_p(r) = -W(\vec{F}_{ext.}) = -\int_r^{\infty} dW(\vec{F}_{ext.}) = -\int_r^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{x^2}dx = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_r^{\infty}\frac{dx}{x^2}$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_r^{\infty}$$

$$= -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

L'énergie potentielle du système proton – électron correspondant au rayon orbital r vaut :

$$\boxed{E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$$

Energie cinétique $E_c(r) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

$$\boxed{E_c(r) = -\frac{1}{2}E_p(r)}$$

Energie de l'atome H $E(r) = E_p(r) + E_c(r) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

Vu que les rayons sont quantifiés ($r_n = r_1 n^2$), l'énergie l'est certainement aussi

$$\boxed{E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n}} \qquad (5)$$

Expression fondamentale

On vient de montrer que : $E(r_n) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_n}$ et $r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}n^2$

On en tire l'expression de l'énergie de l'atome H en fonction du nombre quantique principal :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$$

n = 1 : l'énergie de l'atome d'hydrogène vaut : $E_1 = -21{,}8\cdot10^{-19}$ J = -13,6 eV

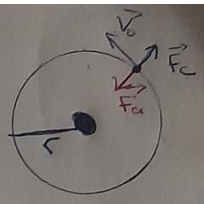
$$\boxed{E_n = \frac{E_1}{n^2}}$$ avec E_1 = -13,6 eV.

2ieme Méthode

* Postulat (1): Des orbites quantifiés

$\vec{F_a}$: Force d'attraction, $F_a = K\frac{|q_e q_p|}{r^2} = \frac{Ke^2}{r^2}$

$\vec{F_c}$: Force Centrifuge. avec $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$



Bilan Energétique

$E_T = E_c + E_p$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$E_p = \int_r^\infty \vec{F_a}\, dr$

$E_p = \int_r^\infty \frac{Ke^2}{r^2} dr$

$E_p = 0 - \frac{Ke^2}{r} = -\frac{Ke^2}{r}$

$E_c = -\frac{1}{2}E_p$

$E_T = \frac{-1}{2}E_p + E_p = \frac{1}{2}E_p = \frac{-Ke^2}{2r} = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$

$E_T = \frac{-K^2}{2r}$ ..... (1)

* postulat (2) de Bohr la quantification du moment cinétique

$m v_n r_n = \frac{n h}{2\pi}$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_n = \frac{n}{2\pi m r_n}}$ ..... (2)

En remplaçant l'expression (2) dans l'expression (1) On trouve:

$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ ..... (3)

Pour n=1:

$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\, m \simeq 0{,}53 \cdot 10^{-10}\, m = 0{,}53\, A^\circ$

Alors: $r_n = r_1 n^2$

$\boxed{r_n = 0{,}53\, n^2}$ Rayon de Bohr

En remplaçant (3) dans (1) On trouve:

$E_n = \frac{-me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$

n=1 $E_1 = \frac{-me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -21{,}8 \cdot 10^{-19}\, J = -13{,}6\, eV$

Alors: $E_n = E_1 \frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6}{n^2}$

$\boxed{E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}}$

2) L'énergie du niveau fondamental ainsi que celle des niveaux 2, 3, 4, 5 et l'infini :

On a : $E_n = -\frac{13,6}{n^2} eV$. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Couche	n	r_n (nm)	E_n (eV)
K	1	0,0529	- 13,6
L	2	0,2116	- 3,40
M	3	0,4761	- 1,51
N	4	0,8467	- 0,85
O	5	1,3225	- 0,544
	∞	∞	0

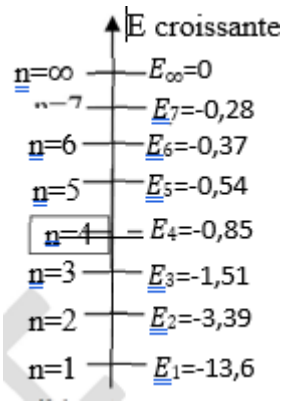
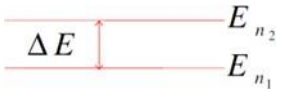


Diagramme énergétique

3) Calcul de la variation d'énergie associée à l'électron lors de son passage de l'état fondamental, au premier et au second état excité :



$\Delta E = En_2 - En_1$

$n_1 = 1$ et $n_2 = 2$ => $\Delta E = 13,6\ (1/1 - 1/4) = 3/4 \times 13,6 = 10,2$ eV

$n_1 = 1$ et $n_2 = 3$ => $\Delta E = 13,6\ (1/1 - 1/9) = 8/9 \times 13,6 = 12,088$ eV

Calcul de l'énergie d'ionisation :

$n_1 = 1$ et $n_2 = \infty \Rightarrow \Delta E = 13,6\ (1/1 - 1/\infty) = 13,6$ eV

4) La relation de Balmer :

On a : $\Delta E = En_2 - En_1 \Rightarrow \Delta E = 13,6(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$

D'autre part, on a : $\Delta E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$. Donc :

$$\frac{hc}{\lambda} = 13,6(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13,6}{hc}(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}) = R_H(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}) \qquad (n_2 > n_1)$$

Calcul de la constante de Rydberg (R_H) pour l'atome d'hydrogène :

$$R_H = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34} \times 3.10^8} = 1,097.10^7 m^{-1}$$

Pour un hydrogénoïde :

$$r_n = \frac{r_{Hydrogène}}{Z}$$

$$E_n = E_{Hydrogène} \times Z^2$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \times Z^2 \times (\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$$

5)

a. La valeur de la force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron :

On a pour un hydrogénoïde

$F_c = \frac{k.Z.e^2}{r^2}$. Sachant que $k = \frac{1}{4\pi s_0} = 9.10^9\ S.I$

On retrouve d'abord la valeur du numéro atomique Z :

On a :

$r_n = \frac{r_{Hdrogène}}{Z}$

$\Rightarrow Z = \frac{r_{Hydrogène}}{r_1}$ Tel que n = 1 (l'état fondamental).

$Z = \frac{0{,}53}{0.27} = 2 \quad \Rightarrow F_c = \frac{9.10^9 \times 2 \times (1.6.10^{-19})^2}{(0{,}27.10^{-10})^2} = 6{,}32.10^{-7}\ N$

b. La vitesse de l'électron sur cette orbite :

On a $F = m_e \frac{v^2}{r}$ => $v = \sqrt{\frac{F.r}{m_e}} = \sqrt{\frac{6{,}32.10^{-7} \times 0{,}27.10^{-10}}{9{,}11.10^{-31}}} = 4{,}3.10^6\ m/s$

c. L'énergie totale de l'électron :

$E = -13{,}6 \times Z^2 = -13{,}6 \times 4 = -54{,}4\ eV = -54{,}4 \times 1{,}6.10^{-19} J = -87{,}04.10^{-19} J$

Exercice 4

1) Définition :

Transition électronique : Le passage d'un niveau d'énergie à un autre.

Photon : Une particule (quantum d'énergie) de masse et de charge nulles se déplaçant à la vitesse de la lumière.

Etat fondamental : C'est l'état d'énergie le plus bas de l'atome.

2) La valeur de l'énergie correspondant à l'état fondamental :

$E_n = -13,6/n^2$ => $E_1 = -13,6/1^2 =$ -13,6 eV.

3.1. La variation de l'énergie lors de la transition 4 ⟶ 2 :

$\Delta E_{4-2} = E_2 - E_4 = (-13,6/4) - (-13,6/16) =$ -2,55 eV

3.2. IL y a émission d'un photon car $\Delta E < 0$.

3.3. L'énergie du photon émis :

$E = |\Delta E| =$ 2,55eV

La longueur d'onde du photon émis :

$E = hc/\lambda \Rightarrow \lambda = hc/E = 6,63.10^{-34} \times 3.10^8/(2,55 \times 1,6.10^{-19}) =$ $4,88.10^{-7}$ m

4.1. Pour un atome d'hydrogène à l'état fondamental (niveau n=1), la plus grande longueur d'onde des radiations qu'il peut absorber correspond à la transition avec la plus petite différence d'énergie, qui est celle vers le niveau n=2. En effet, les longueurs d'onde plus grandes correspondent à des énergies plus petites.

Donc : $\Delta E_{1-2} = E_2 - E_1 = -3,4 - (-13,6) = 10,2$ eV.

$\Rightarrow \lambda = 6,63.10^{-34} \times 3.10^8/(10,2 \times 1,6.10^{-19}) =$ $1,22.10^{-7}$ m, soit $\lambda = 122$ nm

4.2. Cette radiation appartient au domaine spectral Ultraviolet (UV).

5) Les photons qui peuvent être absorbés, et l'état final du système :

- Le photon de 13,6 eV : Cette énergie correspond exactement à l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène, donc le photon sera absorbé et l'atome sera ionisé.
- Le photon de 14,6 eV : Cette énergie est supérieure à 'énergie d'ionisation, donc le photon sera absorbé et l'atome sera ionisé. L'excès d'énergie (14,6 – 13,6) = 1 eV sera transféré à l'électron comme énergie cinétique.
- Le photon de 8,2 eV : Cette énergie ne correspond à aucune transition possible à partir de l'état fondamental, donc le photon ne sera pas absorbé.

Explication : Un photon n'est absorbé que s'il permet une transition du niveau $n_1 = 1$ vers un niveau n_2 sachant que $n_2 \in N^*$ (entier naturel non nul).

$n_2 = \sqrt{\frac{13,6}{13,6-8,2}} = 1,58 \notin N^*$ Pas de transition possible, donc ce photon n'est pas absorbé et l'électron reste à l'état fondamental.

- Le photon de 10,2 eV : $n_2 = \sqrt{\frac{13{,}6}{13{,}6-10{,}2}} = 2$

Cette énergie correspond exactement à la transition de n = 1 vers n = 2 donc le photon sera absorbé et l'électron sera à l'état excité (1er état excité).

Corrigé de la série 3 (Suite).

Exo 5 :

1) Les longueurs d'onde des radiations émises :

*) La transition de E_3 à E_1 (λ_3) ;

$$\lambda_3 = \frac{hc}{E_3 - E_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{(-1,51 + 13,6) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 102,82 \text{ nm}.$$

Cette transition appartient à la série de Lymann.

*) La transition de E_2 à E_1 (λ_2) ;

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{(-3,39 + 13,6) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 121,76 \text{ nm} \Longrightarrow \text{Lymann}.$$

*) La transition de E_3 à E_2 (λ) ;

$$\lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{(-1,51 + 3,39) \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 661,23 \text{ nm} \longrightarrow \text{Balmer}.$$

2) Etant donné que les atomes dans l'ampoule sont dans leur état fondamental, donc les radiations absorbées par ce gaz sont les radiations de longueur d'onde λ_3 et λ_2 car elles permettent respectivement les transitions des niveaux $1 \longrightarrow 3$ et $1 \longrightarrow 2$.

3.1/ Calculons l'énergie des photons en eV :

$$E = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{76 \times 10^{-9} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 16,36 \text{ eV}.$$

3.2/ L'atome peut être ionisé car l'énergie du photon est supérieure à l'énergie d'ionisation.

3.3/. L'énergie cinétique :

$E = E_i + E_c \Rightarrow E_c = E - E_i$

$E_c = 16,36 - 13,6 = 2,76$ eV.

4/. Les transitions que cet électron peut provoquer :

Calculons les énergies des transitions :

*) $1 \to 2$: $E_{1\to 2} = E_2 - E_1 = -3,39 + 13,6 = 10,21$ eV.

$E_{1\to 2} = 10,21$ eV < 11 eV, donc cet é peut provoquer la transition du niveau 1 au niveau 2.

*) $1 \to 3$: $E_{1\to 3} = E_3 - E_1 = -1,51 + 13,6 = 12,09$ eV.

$E_{1\to 3} = 12,09$ eV > 11 eV, Il ne peut plus provoquer une autre transition.

EXO 6 :

a) Un ion hydrogénoïde est un ion qui possède un seul é, similaire à l'hydrogène, mais qui a le numéro atomique $Z \neq 1$.

b/. Le cation $_3Li^+$ a perdu 1 seul é ($Z=3$), donc il en reste 2 $\Rightarrow$ Ce n'est pas un ion hydrogénoïde.

*) Le cation $_4Be^{3+}$ ($Z=4$) a perdu 3 é, il en reste 1 $\Rightarrow$ c'est un ion hydrogénoïde.

1) Pour identifier l'hydrogénoïde, on doit calculer le numéro atomique Z :

On a $E_n = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$

$E_i = E_\infty - E_1 = 0 - E_1 = -E_1$.

$E_i = -E_1 = 13,6 \cdot \frac{Z^2}{1^2} = 54,4 \Rightarrow 13,6 \cdot Z^2 = 54,4$

$Z = \sqrt{\frac{54,4}{13,6}} = 2$. $\boxed{Z = 2.}$

Il s'agit donc de $_2He^+$.

2) La longueur d'onde λ :

$E_i = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_i}$

$\lambda = \frac{6,62.10^{-34} \times 3.10^8}{54,4 \times 1,6.10^{-19}} = 2,282.10^{-8}\ m = 22,82\ nm$.

2ème méthode : On utilise la relation de Balmer-Rydberg

$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ tel que $n_1 = 1$ et $n_2 = \infty$.

$\frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R_H \cdot Z^2 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H \cdot Z^2}$

$\lambda = \frac{1}{1,097.10^7 \times 2^2} = 2,2789.10^{-8}\ m = 22,789\ nm$.

3/. L'énergie de l'électron s'il est dans son second état d'excitation :

Second état excité $\longrightarrow n = 3$.

$$E_n = -13{,}6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E_3 = -13{,}6 \frac{2^2}{3^2} = -6{,}04 \text{ eV}.$$

4/ Le rayon de l'orbite ($n=3$) :

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad \text{avec } a_0 = 0{,}53 \text{ Å} = 0{,}53 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

$$r_3 = 0{,}53 \cdot 10^{-10} \times \frac{3^2}{2} = 2{,}385 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2{,}385 \text{ Å}.$$

La vitesse de l'électron V_n :

$$V_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = \frac{n \times h \times Z}{2\pi m a_0 n^2} = \frac{h}{2\pi m a_0} \times \frac{Z}{n} = V_0 \cdot \frac{Z}{n}.$$

$$V_0 = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3{,}14 \times 9{,}11 \cdot 10^{-31} \times 0{,}53 \cdot 10^{-10}} = 2{,}18 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Donc $V_3 = 2{,}18 \cdot 10^6 \times \frac{2}{3} = 1{,}453 \cdot 10^6$ m/s.

5/ B^{3+} ($Z=4$) à l'état fondamental ($n_1 = 1$), n_2 entier non nul.

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) ; \quad \bar{\nu} : \text{nombre d'onde} = 1{,}56 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}.$$

$$\bar{\nu} = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_2^2} = 1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H \cdot Z^2} \Rightarrow n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\bar{\nu}}{R_H \cdot Z^2}}}$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1{,}56 \cdot 10^8}{1{,}097 \cdot 10^7 \times 4^2}}} = 3 \; ; \quad \boxed{n_2 = 3}$$

Donc l'é peut être absorbé et il atteint le niveau énergétique $n = 3$.

Exo 7 :

*) Louis De Broglie : À toute particule en mouvement (de masse m et de vitesse v), on associe une radiation de longueur d'onde : $\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}}$

h = cste de Planck

$m.v = P$ = quantité de mvt.

1) La longueur d'onde associée :

a/ Un électron dont $E_c = 54$ eV :

On a $E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 54 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 4{,}35 \cdot 10^6$ m/s

$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \times 4{,}35 \cdot 10^6} = 1{,}67 \cdot 10^{-10}$ m $= 1{,}67$ Å.

Cette longueur d'onde est de l'ordre des dimensions des particules atomiques.

b/ Un proton accéléré avec une ddp : $U = 10^6$ V.

On a $E_c = \frac{1}{2} m_p v_p^2 = e \cdot U \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2 \times e \cdot U}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19} \times 10^6}{1{,}672 \cdot 10^{-27}}} = 1{,}383 \cdot 10^7$ m/s

$\lambda = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}672 \cdot 10^{-27} \times 1{,}383 \cdot 10^7} = 2{,}86 \cdot 10^{-14}$ m $= 2{,}86 \cdot 10^{-4}$ Å.

c/ Un avion de chasse de 15 tonnes à $v = 2800$ km/h :

$m_{avion} = 15$ tonnes $= 15 \cdot 10^3$ kg.

$v_{avion} = \frac{2800 \times 10^3}{3600} = 777{,}78$ m/s.

$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{15 \cdot 10^3 \times 777{,}78} = 5{,}67 \cdot 10^{-41}$ m. Elle est négligeable par rapport aux dimensions de l'avion.

2) D'après les résultats trouvés précédemment, on peut confirmer que le postulat de De Broglie ne s'applique qu'à l'échelle atomique et subatomique.

3) Le principe d'incertitude d'Heisenberg :

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \boxed{m \cdot \Delta v_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}} \quad (P = m \cdot v)$$

a) Un électron se déplaçant en ligne droite ($\Delta x = 1\,\text{Å}$).

$$m \Delta v_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta v_x \geq \frac{h}{2\pi \cdot m \cdot \Delta x}$$

$$\Delta v_x \geq \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3{,}14 \times 9{,}11 \cdot 10^{-31} \times 1 \cdot 10^{-10}} \Rightarrow \Delta v_x \geq 1{,}16 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}.$$

b) Une bille de masse 1g et $\Delta x = 1\,\text{mm}$

$$\Delta v_x \geq \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2 \times 3{,}14 \times 1 \cdot 10^{-3} \times 1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \Delta v_x \geq 1{,}054 \cdot 10^{-28}\ \text{m/s}.$$

4) <u>Conclusion</u> : Pour l'é, l'incertitude sur sa vitesse est très importante. Donc, il est impossible de déterminer avec précision et simultanément sa position et sa vitesse (ou quantité de mvt). Pour la bille (échelle macroscopique), cette incertitude ($\Delta v_x \geq 1{,}054 \cdot 10^{-28}\ \text{m/s}$) est insignifiante, et n'a aucune conséquence pratique.

Exo 8 :

5ème état excité $\Rightarrow n = 6$.

1) Calcul du rayon :

On a $n\lambda = 2\pi r_n = 2\pi a_0 n^2$ $\quad (r_n = a_0 n^2)$.

Donc $\lambda_n = 2\pi a_0 n$

$\lambda_6 = 2 \times 3{,}14 \times 0{,}529 \times 6 = 19{,}94\ \text{Å}$.

2) L'incertitude sur la vitesse : $\left(\frac{\Delta r}{r} = 0{,}01\right)$.

On a $m . \Delta r . \Delta v \geq \frac{h}{2\pi}$

$$\Rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{2\pi m \Delta r} \Rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{2\pi m (0{,}01 r)}$$

$$\frac{\Delta v}{v} \geq \frac{h}{2\pi m v (0{,}01 r)}$$

On sait que $mvr = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow \frac{h}{2\pi mvr} = \frac{1}{n}$.

$$\frac{\Delta v}{v} \geq \frac{1}{0{,}01 n} = \frac{100}{6} = 16{,}7 \Rightarrow 1670\%$$ c'est énorme

Donc, impossible de connaître avec une bonne précision à la fois, la position et la vitesse.

3) La série de Lymann correspond à $n_1 = 1$ et $n_2 = 2, 3, \ldots$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H \left(1 - \frac{1}{n_2^2}\right)}$$

$n_2 = 6$ (5ème état excité)

$$\lambda_6 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{1}{36}\right)} = 9{,}376 \cdot 10^{-8}\ m = 937{,}6\ \text{Å}.$$

3°) La série de Pfund correspond à $n_1 = 5$ et $n_2 = 6, 7, \ldots$

$$\lambda = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2}\right)} = 7{,}458 \cdot 10^{-6}\ m = 7{,}458\ \mu m.$$

4°) L'énergie d'ionisation :

$$E_i = E_\infty - E_6 = -E_6 = \frac{13{,}6}{36} = 0{,}38\ eV.$$

5°) La longueur d'onde nécessaire à cette ionisation :

$$E_i = \frac{hc}{\lambda_i} \Rightarrow \lambda_i = \frac{hc}{E_i}$$

$$\lambda_i = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{0{,}38 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 3{,}2689 \cdot 10^{-6}\ m$$

$$= 3{,}269\ \mu m.$$