Université Abderrahmane Mira. Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département des enseignements de base pour le domaine des SEGC
Première année
Année universitaire 2024-2025

Novembre 2024 **Chargé du Cours et TD : Dr. KANDI Nabil**

Corrigé-type de la troisième série – (Microéconomie I)

Première partie : Multiplicateur de Lagrange λ, (CCP), la notion d'élasticité de la demande.

1. le multiplicateur de Lagrange λ, mesure la sensibilité du niveau de l'utilité à la variation du revenu du consommateur. Il détermine l'effet d'une variation de 01 DA du revenu, sur le niveau d'utilité du consommateur.

Démonstration du multiplicateur de LAGRANGE λ (le multiplicateur de Lagrange est égal à la première dérivée de l'Ut par rapport au R**) :**

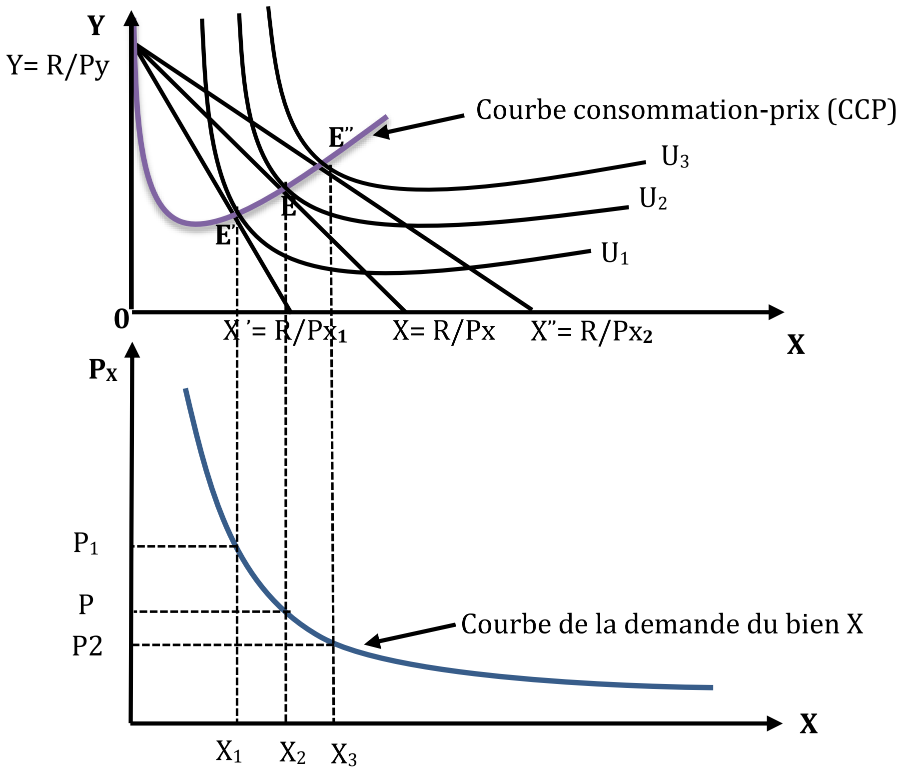
On a : $UT = f(x, y)$. Trouver les quantités qui maximisent l'utilité de ce consommateur, revient à résoudre ce problème lié : $\begin{cases} Max\ U_t = f(x,y) \\ S/c\ R = Px.x + Py.y \end{cases}$, Soit la fonction de Lagrange suivante : L = f $(x$, y, λ)= Ut + λ (R− $Px.x$− $Py.y$) :

La fonction de Lagrange admet une solution, lorsque ses dérivées partielles s'annulent simultanément. On aura donc,

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial\, Ut}{\partial\, x} - \lambda.Px = 0 \\ \frac{\partial\, Ut}{\partial\, y} - \lambda.Px = 0 \\ R - Px.x - Py.y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\frac{\partial\, Ut}{\partial\, x}}{Px} \ldots\ldots\ldots (1) \\ \lambda = \frac{\frac{\partial\, Ut}{\partial\, y}}{Py} \ldots\ldots\ldots (2) \\ R = Px.x + Py.y\,..(3) \end{cases}$$

, Calculons la dérivée de la (3) équation par rapport à x et par rapport à y respectivement et on aura : $\begin{cases} \frac{\partial\, R}{\partial\, x} = \mathrm{Px} \\ \frac{\partial\, R}{\partial\, y} = \mathrm{Py} \end{cases}$, en remplaçant les valeurs de Px et Py, respectivement dans (1) et (2), on aura : $\begin{cases} \lambda = \frac{\frac{\partial\, Ut}{\partial\, x}}{\frac{\partial\, R}{\partial\, x}} \\ \lambda = \frac{\frac{\partial\, Ut}{\partial\, y}}{\frac{\partial\, R}{\partial\, y}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\partial Ut}{\partial\, R}, \\ \lambda = \frac{\partial\, Ut}{\partial\, R}, \end{cases}$

2. Passage de la courbe consommation-prix (CCP) à la courbe de demande individuelle



Dans ce cas, on a considéré la période au cours de laquelle « R » et « Py » sont constants, la demande du bien « X » s'exprime alors comme une fonction de la seule variable Px. On aura donc : $Qd_x = f(P_x)$. La courbe de la figure (qui joint les différents points d'équilibre) montre que : plus le prix augmente, plus la quantité du bien « X » que le consommateur (I) pourra s'acheter avec son revenu diminue, et le contraire est vrai. Ce résultat est interprété de la manière suivante : la demande d'un bien est une fonction décroissante de son prix ***(la loi de la demande)***, cela signifie que la courbe représentative de la demande est décroissante.

La représentation graphique de la demande individuelle est obtenue à partir de la CCP du consommateur et de sa carte d'indifférence matérialisée sur la figure n° 02 par les courbes d'utilité U_1, U et U_2. La courbe située sur la figure n° 03 représente l'évolution des quantités d'équilibre du consommateur compte tenu de l'évolution à la baisse du prix du bien X (ce qui revient au même compte tenu de l'évolution à la hausse de son revenu réel). Une autre lecture du graphe est possible, en considérant la hausse du prix du bien X.

3. Lorsque l'on veut mesurer l'effet d'une variation d'un phénomène sur un autre, on peut calculer la sensibilité en faisant le rapport entre les deux variations. Mais cela a peu de sens lorsque les ordres de grandeur des deux phénomènes sont différents. Pour résoudre ce problème, il suffit de comparer non pas les variations absolues comme le font les sensibilités, mais les variations relatives, ce qui neutralise les différences de grandeurs puisque chaque niveau de variation est rapporté à son niveau de grandeur. On appelle de telles mesures les « élasticités ». L'élasticité prix de la demande mesure l'effet de variation du prix de 1% sur la quantité demandée (ceteris-paribus) ou encore, c'est le rapport de la variation relative (en %) de la demande et la variation relative (en %) du prix (toutes choses étant égales par ailleurs).

4. La demande est une fonction croissante du prix du bien sous ces effets possibles :

Effet de Giffen (d'après Robert Giffen) : la demande croît avec le prix, quand le bien est de première nécessité (exemple : le pain) ; lorsque son prix augmente, cela réduit assez fortement le pouvoir d'achat des consommateurs. Ceux-ci donc sont forcés pour équilibrer leur budget, à renoncer à d'autres biens de substitution plus coûteux (tels que la viande par exemple) pour maintenir leur demande sur le premier produit (le pain).

Effet Veblen (d'après Thorstein Veblen) : la demande des biens de luxe peut croître avec le prix à cause du comportement ostentatoire de certains consommateurs. Pour illustrer cet effet, prenons l'exemple du parfum. Lorsqu'il n'est « pas assez cher » c'est-à-dire son prix ne reflète pas son positionnement haut de gamme, sa demande reste faible. Cette situation paradoxale s'explique parce que le prix bas renvoie une image de qualité perçue inférieure, et/ ou ne permet plus au produit d'être un symbole de statut. Par contre, lorsque son prix augmente, sa demande augmente aussi.

<u>Deuxième partie : Les expressions mathématiques de la CCR et de la CCP, la fonction de demande et le calcul des élasticités de la demande.</u>

Exercice 1 :

Un consommateur a pour fonction d'utilité suivante : $\boldsymbol{Ut = f(x,y) = 2\,.\,x^2.\,y}$ où x et y représentent les quantités de biens X et Y consommées. On suppose que R = 150 DA, Px = 10 DA et Py = 20 DA.

a. L'expression de la courbe consommation-Revenu :

- **A l'équilibre, on a :** $\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow \frac{2.2.x.\,y}{2\,.x^2} = \frac{10}{20} \Leftrightarrow \frac{4\,.x.\,y}{2\,.x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2\,.\,y}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4.\,y = x \Leftrightarrow \boldsymbol{y = \frac{1}{4}.\,x},$

cette équation représente la Courbe Consommation Revenu. La CCR est l'ensemble des points représentatifs des combinaisons optimales des deux biens X et Y, lorsque les prix de ces deux biens restent constants et que le budget du consommateur varie. La particularité pour cette courbe de consommation revenu est une droite passant par l'origine des axes et dispose d'une pente de $\frac{1}{4}$.

- **La courbe d'Engel :** C'est la courbe de demande individuelle d'un bien en fonction du revenu

Les combinaisons d'équilibre : $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}} \\ \mathrm{S/C} \quad \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\mathrm{Y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2.2.x.\,y}{2.x^2} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}} \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\mathrm{Y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4.x.\,y}{2.x^2} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}} \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\mathrm{Y} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{\mathrm{Px}}{\mathrm{Py}} \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\mathrm{Y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\mathrm{Y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}.x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \\ \mathrm{R} = \mathrm{Px}.\mathrm{X} + \mathrm{Py}.\frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}.\,x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \\ \mathrm{R} = \frac{2.\mathrm{Px}.\mathrm{X}+\mathrm{Px}.\,\mathrm{x}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \\ 2.\mathrm{R} = 3.\mathrm{Px}.\mathrm{X} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.x \ldots.(1) \\ \mathrm{x} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \ldots..(2) \end{cases}$, Remplaçant la valeur de (x) de l'équation (2) dans l'équation (1) et on obtient :

$\begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{Px}}{2.\mathrm{Py}}\,.\frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \\ \mathrm{x} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{y} = \frac{\mathrm{R}}{3.\mathrm{Py}} \\ \mathrm{x} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \end{cases}$, X et Y représentent les fonctions de demande des deux biens respectivement x et y, donc on peut noter aussi $\begin{cases} D\mathrm{x} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \\ \mathrm{Dy} = \frac{\mathrm{R}}{3.\mathrm{Py}} \end{cases}$ ou $\begin{cases} Q\mathrm{x} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} \\ \mathrm{Qy} = \frac{\mathrm{R}}{3.\mathrm{Py}} \end{cases}$

b. La courbe d'Angel et la fonction de demande quand les prix sont constants :

Si Px = 10 DA et Py = 20 DA, donc $\begin{cases} D\mathrm{y} = \frac{\mathrm{R}}{3.\mathrm{Py}} = \frac{\mathrm{R}}{3.\,20} = \frac{\mathrm{R}}{60} \\ \mathrm{Dx} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.\mathrm{Px}} = \frac{2.\mathrm{R}}{3.10} = \frac{\mathrm{R}}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{D\mathrm{y}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{60}}.\boldsymbol{R} \\ \mathbf{Dx} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{15}}.\,\boldsymbol{R} \end{cases}$.

Particularité : Les fonctions de demande individuelles ne dépendent que du revenu et des prix des biens considérés et elles sont des fonctions décroissantes du prix du bien considéré.

c. La valeur de la diminution du revenu du consommateur pour la quantité demandée du bien (y) diminue de 20% :

On a la fonction de demande du bien (y) suivante : $\mathbf{Dy} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{3.Py}}$

$$E_{Dy/_R} = \frac{\left(\frac{\delta D_y}{D_y}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} = \frac{\delta D_y}{\delta R} \times \frac{R}{D_y} = \frac{1}{\mathbf{3.Py}} \times \frac{R}{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{3.Py}}} = \frac{1}{\mathbf{3.Py}} \times \frac{\mathbf{3.Py}.\,R}{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{3.Py}.R}{\mathbf{3.Py}.\mathbf{R}} = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{E_{Dy/_R}} = \mathbf{1}$$

On a aussi $\left(\frac{\delta D_y}{D_y}\right)\% = 20\%$, il reste à calculer $\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%$?

$$E_{Dy/_R} = \frac{\left(\frac{\delta D_y}{D_y}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta R}{R}\right)\% = \frac{E_{Dx/_R}}{\left(\frac{\delta D_y}{D_y}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta R}{R}\right)\% = \frac{20\%}{1} = 20\%.$$

Si le revenu augmente de 1%, la quantité demandée du bien Y augmente de 1%. $E_{Dx/_R} = 1$, (Y) est un bien de luxe. Par rapport à la question (c), si le revenu diminue de 20%, la quantité demandée au bien Y diminue de 20%

2. On suppose que Px varie, P'x = 5DA et que Py et R restent constants :

a. Effet de substitution, effet de revenu et effet total

a.1. La méthode de « J. Hicks »

Effet de substitution et Effet de Revenu pour $Ut = f(x, y) = 2.x^2.\mathrm{y}$ *et P'x = 5 DA*

Situation initiale : A l'équilibre, $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{Px}{Py} \\ S/C \quad R = Px.x + Py.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\mathbf{4.\ x.\ y}}{\mathbf{2}.x^2} = \frac{10}{20} \\ 150 = 10.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \frac{\mathbf{2.\ y}}{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{2} \\ 150 = 10.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4}.x \\ 150 = 10.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4}.x \\ 150 = 10.x + 20(\frac{1}{4}.x) \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} y = \frac{1}{4}.x \\ 150 = 10.x + 5.\ x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4}.x \\ x = \frac{150}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4}.10 = 2,5 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x = 10\ Unités} \\ \boldsymbol{y = 2,5\ Unités} \end{cases}$'

Calculant l'utilité pour la situation initiale : $\boldsymbol{U0} = f(10, 2,5) = 2.(10)^2.(2,5)$ = **500 Utils.**

Situation finale : A l'équilibre, $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{Px}{Py} \\ S/C \quad R = Px.x + Py.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\mathbf{4.\ x.\ y}}{\mathbf{2}.x^2} = \frac{5}{20} \\ 150 = 5.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \frac{\mathbf{2.\ y}}{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{4} \\ 150 = 5.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}.x \\ 150 = 5.x + 20.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}.x \\ 150 = 5.x + 20(\frac{1}{8}.x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}.x \\ 150 = 5.x + 2,5.\ x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}.x \\ x = \frac{150}{7,5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}.20 = 2,5 \\ x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x = 20\ Unités} \\ \boldsymbol{y = 2,5\ Unités} \end{cases}$'

Calculant l'utilité pour la situation finale : $\boldsymbol{U0} = f(20, 2,5) = 2.(20)^2.(2,5)$ = **2000 Utils.**

Situation intermédiaire : A l'équilibre, $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P\prime x}{Py} \\ s/c\ 2.x^2.y = U0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\mathbf{4.\ x.\ y}}{\mathbf{2}.x^2} = \frac{5}{20} \\ 2.x^2.y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \frac{\mathbf{2.\ y}}{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{4} \\ 2.x^2.y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}x \\ 2.x^2.y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}x \\ 2.x^2.(\frac{1}{8}x) = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}x \\ \frac{1}{4}.x^3 = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{8}(12,6) \\ x^3 = 2000 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \boldsymbol{x = 12,6\ Unités} \\ \boldsymbol{y = 1,57\ Unités} \end{cases}$

Effet de Substitution : $\begin{cases} \text{En terme de X :} \ \mathbf{\Delta\, x = X1 - X0 = 12,6 - 10 = +2,6} \\ \text{En terme de Y :} \ \mathbf{\Delta\, y = Y1 - Y0 = 1,57 - 2,5 = -0,93} \end{cases}$

L'effet de substitution est la variation de la demande due à une modification du prix, c'est-à-dire que X augmente de **2,6 unités** et Y diminue de **0,93 unité**.

Effet de Revenu : $\begin{cases} \text{En terme de X :} \ \mathbf{\Delta\, x = X2 - X1 = 20 - 12,6 = +7,4} \\ \text{En terme de Y:} \ \mathbf{\Delta\, y = Y2 - Y1 = 2,5 - 1,57 = +0,93} \end{cases}$. L'effet de revenu est la variation de la demande due à une modification du pouvoir d'achat (ou du revenu). C'est-à-dire que X augmente de **7,4 unités**, tandis que « Y » augmente de **0,93 unité**.

Effet Total : $\begin{cases} \text{En terme de X :} \ \mathbf{\Delta\, x = X2 - X0 = 20 - 10 = +10} \\ \text{En terme de Y:} \ \mathbf{\Delta\, y = Y2 - Y0 = 2,5 - 2,5 = 0} \end{cases}$

L'effet total représente la variation de la demande d'un bien à la suite de la variation du prix du bien. L'effet total est la somme des effets de substitution et de revenu. C'est-à-dire qu'au total, ces deux effets conjugués, font que la quantité de X augmente de **10 unités**, tandis que la quantité de Y ne subit **aucune modification**.

a.2. La méthode de « E. Slutsky »

<u>Situation intermédiaire (Selon la méthode de Slutsky):</u>

La différence entre les deux méthodes réside dans la détermination du point de l'équilibre intermédiaire. Selon Slutsky la droite budgétaire intermédiaire pivote autour du point de l'équilibre initial, jusqu'à ce qu'elle soit parallèle à la droite budgétaire finale. On aura donc : « *La pente de la droite budgétaire intermédiaire (qui passe par le point de l'équilibre initial) égale à la pente de la droite budgétaire finale* ». L'équation de n'importe qu'elle droite est donnée par la relation ci-après : $\boldsymbol{y = a\,x + b}$**.** Le coefficient « a » dans cette équation représente la pente de la droite budgétaire intermédiaire qui est égale à $\boldsymbol{(-\frac{P_x''}{P_y'} = -\frac{5}{20} = -0,25)}$ (La droite budgétaire intermédiaire a la même pente que la droite budgétaire finale).

La droite budgétaire intermédiaire passe par le point d'équilibre initial, à savoir : $\boldsymbol{E_0(x_0, y_0) = (10,\ 2,5)}$.
On aura, donc : $\boldsymbol{y = a\,x + b \Leftrightarrow 2,5 = (-0,25)(10) + b \Leftrightarrow b = 5.}$

$\boldsymbol{y = a\,x + b \Leftrightarrow y = -0,25\,x + 5.}$ **(La nouvelle contrainte budgétaire est :** $\boldsymbol{5 = 0,25\,x + y}$**)**

Pour déterminer le point de l'équilibre intermédiaire, il suffit de résoudre le problème ci-dessous par la méthode de Lagrange :

$$\begin{cases} Max\ U = f(x,y) \\ \boldsymbol{R' = P_x''x + P_y'y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Max\ U = 2x^2y \\ \boldsymbol{5 = 0,25\,x + y} \end{cases}$$

À l'équilibre, on a : $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x''}{P_y'} \\ R' = P_x''x + P_y'y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4xy}{2x^2} = 0,25 \\ 5 = 0,25\,x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x_3 \cong 13,33\ Unit\text{é}s} \\ \boldsymbol{y_3 \cong 1,67\ Unit\text{é}s} \end{cases}$.

Effet de substitution : $\begin{cases} En\ terme\ de\ X: \Delta\boldsymbol{x = x_3 - x_0 = 13,33 - 10 = +3,33\ Unit\text{é}s}. \\ En\ terme\ de\ Y: \Delta\boldsymbol{y = y_3 - y_0 = 1,67 - 2,5 = -0,83\ Unit\text{é}s}. \end{cases}$

Effet revenu : $\begin{cases} En\ terme\ de\ X: \Delta\boldsymbol{x = x_2 - x_3 = 20 - 13,33 = +6,67\ Unit\text{é}s}. \\ En\ terme\ de\ Y: \Delta\boldsymbol{y = y_2 - y_3 = 2,5 - 1,67 = +0,83\ Unit\text{é}s}. \end{cases}$

Effet total :

$$\begin{cases} En\ terme\ de\ X: \Delta\boldsymbol{x = x_2 - x_0 = 20 - 10 = 10\ Unit\text{é}s} \text{ ou } \boldsymbol{E_S + E_R = +3,33 + 6,67 = 10\ Unit\text{é}s}. \\ En\ terme\ de\ Y: \Delta\boldsymbol{y = y_2 - y_0 = 2,5 - 2,5 = 0\ Unit\text{é}} \text{ ou } \boldsymbol{E_S + E_R = -0,83 + 0,83 = 0\ Unit\text{é}}. \end{cases}$$

b. La Courbe Consommation Prix (CCP) : est le lieu géométrique des points d'équilibre lorsque l'un des prix des deux biens varie et que le prix de l'autre bien et le revenu restent constants.

A l'équilibre, , $\begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{Px}{Py} \\ S/C\quad R = Px.x + Py.Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4.\ x.\ y}{2\ .x^2} = \frac{Px}{20} \\ 150 = Px.X + 20.Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2.\ y}{x} = \frac{Px}{20} \\ 150 = Px.X + 20.Y \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} y = \frac{Px}{40}.x \\ 150 = Px.X + 20.(\frac{Px}{40}.x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{Px}{40}.x \\ 150 = Px.X + \frac{Px}{2}.x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{Px}{40}.x \\ 150 = \frac{2.\ Px.\ X + Px.\ X}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{Px}{40}.x \\ 150 = \frac{3.\ Px}{2}.x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\text{Px}}{40} \cdot x \\ 300 = 3\ \text{Px} \cdot X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\text{Px}}{40} \cdot x \\ x = \frac{300}{3\ \text{Px}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\text{Px}}{40} \cdot x \\ x = \frac{100}{\text{Px}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\text{Px}}{40} \cdot \frac{100}{\text{Px}} = \frac{5}{2} \\ x = \frac{100}{\text{Px}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ x = \frac{100}{\text{Px}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{100}{\text{Px}}\ Unités \\ y = \frac{5}{2}\ Unités \end{cases},$$

La courbe consommation prix (CCP) est une droite horizontale (car la quantité optimale du bien (Y) ne dépend pas du prix du bien (X)), d'après le calcul des quantités d'équilibre, l'équation de la demande du bien (X) s'écrit comme suit :

$\mathbf{x = \frac{100}{Px}}$ **,** ou encore**,** $\boldsymbol{D}\mathbf{x} = \mathbf{\frac{100}{Px}}$**,**

On constate que la courbe de demande du bien (X) est une fonction décroissante de son prix.

c. **1. L'élasticité-Prix directe**

On a la fonction de demande du bien (X) qui s'écrit comme suit : $D\text{x} = \frac{2.\text{R}}{3.\text{Px}}$

$$E_{Dx/Px} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} = \frac{-6.\ R}{9.(P_x)^2} \times \frac{P_x.}{\frac{2.R}{3.Px}} = \frac{-6.\ R}{9.(P_x)^2} \times \frac{P_x.\ 3.\ P_x.}{2.\ R} = -1 \quad E_{Dx/Px} = -1 \Leftrightarrow \left(-E_{Dx/Px}\right) = 1$$

Une demande à élasticité unitaire : Si Px augmente ou (diminue) de 1%, la demande du bien (X) diminue ou (augmente) de 1% (la quantité demandée en bien (X) varie proportionnellement à celle du prix du bien de ce bien).

2. L'élasticité-Prix croisée

$$E_{Dx/Py} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{P_y}{D_x} = 0 \times \frac{P_y}{\frac{2.R}{3.Px}} = 0,$$ La quantité demandée en bien (X) ne dépend pas du prix du bien (x) $\Leftrightarrow$ les biens (x) et (y) sont indépendants.

Exercice 2 :

La fonction de demande d'un bien $'X'$ est résumée par la relation suivante : $\boldsymbol{Dx = f(R, P_x, P_y) = \frac{R - 2P_x + 4P_y}{\frac{1}{5}P_x}}$

1. Calcul de la quantité de la demande de ce consommateur pour le bien X, si son revenu est R= 120 DA et avec des prix unitaires : Px = 08 DA et Py = 12 DA.

$$Dx = f(120, 8, 12) = \frac{120 - 2(8) + 4(12)}{\frac{1}{5}(8)} = \frac{120 - 16 + 48}{\frac{8}{5}} = \frac{152(5)}{8} = \mathbf{95\ unités} \Leftrightarrow \boldsymbol{Dx = f(120, 8, 12) = 95\ unités.}$$

2. La valeur de l'élasticité directe de la demande et la signification du résultat obtenu.

$$E_{Dx/Px} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} = \frac{-2\left(\frac{1}{5}P_x\right) - \frac{1}{5}(R - 2P_x + 4P_y)}{(\frac{1}{5}P_x)^2} \times \frac{P_x}{D_x} = \frac{-2\left(\frac{8}{5}\right) - \frac{1}{5}(152)}{(\frac{8}{5})^2} \times \frac{8}{95} = \frac{-3{,}2 - 30{,}4}{2{,}56} \times \frac{8}{95} = \frac{-33{,}6}{2{,}56} \times \frac{8}{95} = \frac{-268{,}8}{243{,}2} = -1{,}1 \Leftrightarrow \boldsymbol{E_{Dx/Px} = (-1{,}1).}$$

On a : $\left(-E_{Dx/Px}\right) = +1{,}1$: / $(-E_{Dx/Px}) > 1$: ***La demande est élastique***.

Signification : une augmentation de (1%) du prix du bien « X » entraine une diminution de la demande de (1,1%) (toutes choses égales par ailleurs).

3. La variation de $\boldsymbol{Dx}$ obtenue suite à une hausse du prix Px de 30 % ?

On a : $E_{Dx/Px} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = E_{Dx/Px}.\ \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = (-1{,}1).(30\%) = -33\% \Leftrightarrow \left(\boldsymbol{\frac{\delta D_x}{D_x}}\right)\% = \mathbf{-33}\%$

Une augmentation du prix du bien « X » de 30% entraine la diminution de la demande $\boldsymbol{Dx}$ de **33%** (toutes choses égales par ailleurs).

4. Détermination de la relation qui lie les biens X et Y. (*avec une justification de la réponse par des calculs).*

On a: $E_{Dx/Py} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y}.\frac{P_y}{D_x} = \frac{4\left(\frac{1}{5}P_x\right)}{(\frac{1}{5}P_x)^2}.\frac{P_y}{D_x} = \frac{4}{\left(\frac{1}{5}P_x\right)}.\frac{12}{95} = \frac{4}{\left(\frac{8}{5}\right)}.\frac{12}{95} = 2{,}5.\frac{12}{95} = 0{,}31 \Leftrightarrow \boldsymbol{E_{Dx/Py} = 0,31}$.

On a : $\left(E_{Dx/Py}\right) > 0 \Leftrightarrow$ Les deux biens « X » et « Y » sont ***substituables***.

5. La variation de la demande Dx obtenue suite à une diminution du prix P_y de 06 DA ?

Calcul de la diminution du prix P_y de 06 DA en % : On a $\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\% = \frac{-6}{12}.100 = -50\%$

On a : $E_{Dx/Py} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = E_{Dx/Py}.\ \left(\frac{\delta P_y}{P_x}\right)\% = 0{,}31.(-50\%) = -15{,}5\% \Leftrightarrow \left(\frac{\boldsymbol{\delta D_x}}{\boldsymbol{D_x}}\right)\% = \boldsymbol{-15,5\%}$.

Une diminution du prix du bien « Y » de 50% entraine la diminution de la demande $\boldsymbol{Dx}$ de **15,5%**

6. La valeur de l'élasticité-revenu et interprétation du résultat obtenu.

On a: $E_{Dx/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta R}.\frac{R}{D_x} = \frac{\left(\frac{1}{5}P_x\right)}{(\frac{1}{5}P_x)^2}.\frac{R}{D_x} = \frac{1}{\left(\frac{8}{5}\right)}.\frac{120}{95} = \frac{5}{8}.\frac{120}{95} = \frac{600}{760} = 0{,}79 \Leftrightarrow \boldsymbol{E_{Dx/R} = 0,79}$.

On a : $0 > \left(E_{Dx/R}\right) > 1 \Leftrightarrow$ Le bien « X » est un bien ***normal (ordinaire et essentiel).***

Exercice 3 :

La demande hôtelière d'un touriste (T) durant la saison estivale est définie par la fonction suivante : $\boldsymbol{Dx = f(R, Px, Py) = \frac{0,1\,R - 0,4\,P_x + 0,75 P_y}{0,125\,P_x - 700}}$

Dx : Nombre de nuits passées à l'hôtel, **Px :** Prix moyen d'une nuit passée à l'hôtel, **Py :** Prix moyen d'une nuit des autres modes d'hébergement (Camping, appartement, auberge, dortoir, etc). **Px** = 8000DA, **Py** = 4000DA et **R**= 62000DA.

1. Dites comment varie la demande hôtelière de l'individu (T) si Px diminue de 1000 DA ?

a. Calcul de l'élasticité Prix-directe

Valeur de la demande lorsque Px = 8000DA, **Py** = 4000DA et **R**= 62000DA.

$\boldsymbol{Dx = f(R, Px, Py) = \frac{0,1\,R - 0,4\,P_x + 0,75 P_y}{0,125\,P_x - 700}} \Leftrightarrow Dx = \frac{0{,}1\,(62000) - 0{,}4\,(8000) + 0{,}75(4000)}{0{,}125\,(8000) - 700} = \frac{6200 - 3200 + 3000}{1000 - 700} = \frac{6000}{300} = \boldsymbol{20\ nuit}\text{é}\boldsymbol{s}.$

$$E_{Dx/Px} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} = \frac{-0{,}4\,(0{,}125\,P_x - 700) - 0{,}125\,(0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75 P_y)}{(0{,}125\,P_x - 700)^2} \times \frac{P_x}{\frac{0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75 P_y}{0{,}125\,P_x - 700}} =$$

$$\frac{-0{,}4\,(0{,}125\,(8000) - 700) - 0{,}125\,(0{,}1\,(62000) - 0{,}4(8000) + 0{,}75(4000))}{(0{,}125\,(8000) - 700)^2} \times \frac{(8000)}{20} =$$

$$\frac{-0{,}4\,(1000 - 700) - 0{,}125\,(6200 - 3200 + 3000)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(8000)}{20} = \frac{-0{,}4\,(300) - 0{,}125\,(6000)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(8000)}{20} = \frac{-120 - 750}{(300)^2} \times \frac{(8000)}{20} =$$

$$\frac{-870}{90000} \times \frac{(8000)}{20} = \frac{-87}{9} \times \frac{8}{20} = \frac{-696}{180} = -3{,}87.$$

$(-E_{Dx/Px}) = -(-3{,}87) = +3{,}87\ /\ (-E_{Dx/Px}) > 1 \Leftrightarrow$, La demande hôtelière est élastique.

Px diminue de 1000 DA, on calcule d'abord la variation de Px en pourcentage :

Δ Px		Δ Px en (%)
8000	⟶	100%
1000	⟶	Δ Px %

Δ Px% = $\frac{1000\ .100\%}{8000} = \frac{100}{8}$ = **12,5%,** le prix moyen d'une nuit passée à l'hôtel baisse de 12,5%.

Pour calculer la variation de Dx, on utilise la formule suivante :

$$E_{Dx/_{Px}} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = E_{Dx/_{Px}}.\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = -3{,}86.(-12{,}5\%) = +\mathbf{48{,}37}\%$$

Lorsque le prix moyen d'une nuit passée à l'hôtel baisse de 12,5%, la demande augmente de 48,37%.

2. Déterminez la relation entre le mode d'hébergement hôtellerie et les autres modes d'hébergement ?

On calcule l'élasticité prix-croisée pour connaitre le lien entre le mode d'hébergement hôtellerie et les autres modes d'hébergement :

$$E_{Dx/_{Py}} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{P_y}{D_x} = \frac{0{,}75\,(0{,}125\,P_x - 700) - 0.(0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75P_y)}{(0{,}125\,P_x - 700)^2} \times \frac{P_y}{\frac{0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75Py}{0{,}125\,P_x - 700}} = \frac{0{,}75\,(0{,}125\,(8000) - 700)}{(0{,}125\,(8000) - 700)^2} \times \frac{(4000)}{20} = \frac{0{,}75\,(1000 - 700)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(4000)}{20} = \frac{0{,}75\,(300)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(4000)}{20} = \frac{225}{(300)^2} \times \frac{(4000)}{20} = \frac{225}{90000} \times \frac{(4000)}{20} = \frac{225}{90} \times \frac{4}{20} = \frac{900}{1800} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

$\boldsymbol{E_{Dx/_{Py}} = 0{,}5}$ / $\boldsymbol{E_{Dx/_{Py}} > 0}$ ⇔ Le mode d'hébergement hôtellerie et les autres modes d'hébergement sont substituables.

3. Quel est l'effet d'une diminution de 10% du prix moyen des autres modes d'hébergement sur la demande hôtelière du touriste ?

Pour calculer la variation de Dx lorsque Py diminue de 10%, on utilise la formule suivante :

$$E_{Dx/_{Py}} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_y}\right)\% = E_{Dx/_{Py}}.\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\% = \frac{1}{2}.(-10)\% = (\mathbf{-5\%}).$$

Lorsque le prix moyen des autres modes d'hébergement diminue de 10%, la demande hôtelière baisse de 5%.

4. Dans quelle catégorie de services placez-vous l'hôtellerie ?

On calcule l'élasticité-Revenu pour connaitre la nature du service l'hôtellerie :

$$E_{Dx/_{R}} = \frac{\delta D_x}{\delta R} \times \frac{R}{D_x} = \frac{0{,}1\,(0{,}125\,P_x - 700) - 0.(0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75P_y)}{(0{,}125\,P_x - 700)^2} \times \frac{R}{\frac{0{,}1\,R - 0{,}4\,P_x + 0{,}75Py}{0{,}125\,P_x - 700}} = \frac{0{,}1\,(0{,}125\,(8000) - 700)}{(0{,}125\,(8000) - 700)^2} \times \frac{(62000)}{20} = \frac{0{,}1\,(1000 - 700)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(62000)}{20} = \frac{0{,}1\,(300)}{(1000 - 700)^2} \times \frac{(62000)}{20} = \frac{30}{(300)^2} \times \frac{(62000)}{20} = \frac{30}{90000} \times \frac{(62000)}{20} = \frac{3}{9} \times \frac{62}{20} = \frac{186}{180} = \mathbf{+1{,}03.}$$

$E_{Dx/_{R}} = +1{,}03$ / $E_{Dx/_{R}} > 1$ ⇔ L'hôtellerie est un service de luxe.

<u>Troisième partie : « QCM » d'évaluation des connaissances : choisissez la ou les bonnes réponses.</u>

1/ *C* **2/** *A* **3/** *C* **4/** *C et D* **5/** *B* **6/** *D* **7/** *B et D* **8/** *C* **9/** *D*

Travail réalisé par : Dr. **Nabil KANDI** en collaboration avec **M. MANAA B.**