

Interrogation

Chargé du TD : Dr. KANDI Nabil.
 Année 2022/2023.

Groupes : B2, B3 et C3.

Question du cours :

- 1- Expliquez la notion suivante : l'utilité marginale (1 pt).
- 2- Expliquez l'approche cardinale de l'utilité (1 pt).

Exercice : Soit la fonction d'utilité suivante : $Ut = f(x, y) = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6}$

Sachant que ce consommateur dispose d'un revenu de $R=60$ DA et le prix du bien X est de $P_x=5$ DA et le prix du bien Y est de $P_y=10$ DA.

- 1- Calculez le TMS $_{x \rightarrow y}$ en un point quelconque et calculez sa valeur pour $(x, y) = (5, 5)$ (1 pt).
- 2- De combien le consommateur doit augmenter les quantités du bien (x) pour abandonner 6 unités du bien (y) à condition qu'il garde le même niveau de son utilité (1 pt).
- 3- Calculez le panier d'équilibre en utilisant la méthode de LAGRANGE (2 pt).
- 4- Calculer la valeur de l'utilité totale à l'équilibre (Max Ut) (1 pt).
- 5- Exprimez l'équation de la droite budgétaire (1 pt).
- 6- Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur (2 pt).

Corrigé de l'interrogation de micro-économie I

Question du cours :

1- $Ut = f(x)$: Représente la fonction de l'utilité totale ;

ΔUt : Variation de l'utilité totale ;

Δx : Variation de la quantité consommée ;

On définira mathématiquement l'utilité marginale (Umg) du bien (X) comme étant la limite du rapport $\Delta Ut / \Delta x$ quand Δx devient de plus en plus petit (infinitésimal).

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Ut}{\Delta x} \right) = (Ut)' = f'(x) = Umg$$

Elle est aussi définie comme étant la première dérivée de la fonction de l'utilité totale. C'est-à-dire mesurer combien varie l'utilité procurée par le consommateur lorsque ce dernier consomme une unité supplémentaire.

2- **L'approche cardinale**, suppose que le consommateur est capable de mesurer les quantités d'utilité qu'il obtient en consommant une certaines quantités d'un bien déterminé. Dans cette conception, l'utilité apparaît comme une grandeur mesurable. Alors que les tenants de l'approche ordinaire de l'utilité, considèrent que le consommateur est seulement capable de classer ou d'ordonner ses choix de consommation.

Exercice : Soit la fonction : $Ut = f(x, y) = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6}$, On a : $R=60$ DA, $P_x=5$ DA et $P_y=10$ DA

1. Calcul du TMS

$$TMS_{x-y} = \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot x^{0,3-1} \cdot y^{0,6}}{\frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6-1}} = \frac{10 \cdot 0,3 \cdot x^{-0,7} \cdot y^{0,6}}{10 \cdot 0,6 \cdot x^{0,3} \cdot y^{-0,4}} = \frac{3 \cdot y^{0,6} \cdot y^{0,4}}{6 \cdot x^{0,3} \cdot x^{0,7}} = \frac{3 \cdot y^{0,6+0,4}}{6 \cdot x^{0,3+0,7}} = \frac{3 \cdot y}{6 \cdot x} = \frac{y}{2 \cdot x}$$

Lorsque $(x, y) = (5, 5) \Leftrightarrow TMS_{x-y} = \frac{5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow TMS_{x-y} = \frac{1}{2}$

2. De combien le consommateur doit augmenter les quantités du bien (x) pour abandonner 6 unités du bien (y) à condition qu'il garde le même niveau de son utilité.

Le TMS $_{x-y} = 1/2$, c'est-à-dire qu'en renonçant à 1/2 unité du bien Y, le consommateur peut garder le même niveau d'utilité s'il consomme une (1) unité supplémentaire du bien X. lorsqu'il renonce à 6 unités du bien Y, il va les substituer par l'augmentation des quantités consommées du bien X (Δx) :

On applique la règle des trois, d'après le $TMST_{x \rightarrow y}$

	ΔY		ΔX
$TMST_{x \rightarrow y}$	- 1/2	\longrightarrow	+ 1
	- 6	\longrightarrow	Δx

Pour garder le même niveau de satisfaction, la

variation de X est de $\Delta x = \frac{-6 \cdot 1}{-1/2} = \frac{6}{1/2} = 6 \cdot 2 = +12$ unités du bien X. c'est-à-dire que si le consommateur abandonne 6 unités du bien Y, il va les substituer de 12 unités du bien X en gardant le même niveau d'utilité.

3. Calcul des quantités d'équilibre par la méthode de LAGRANGE :

$$\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ \text{S/C } R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } Ut = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6} \\ \text{S/C } 60 = 5 \cdot X + 10 \cdot Y \end{cases}$$

$$L(x, y, \lambda) = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6} + \lambda \cdot (60 - 5 \cdot x - 10 \cdot Y)$$

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot X^{0,3-1} \cdot Y^{0,6} - 5 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot X^{0,3} \cdot Y^{0,6-1} - 10 \cdot \lambda = 0 \\ 60 - 5 \cdot x - 10 \cdot Y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot X^{-0,7} \cdot Y^{0,6} = 5 \cdot \lambda \\ \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot X^{0,3} \cdot Y^{-0,4} = 10 \cdot \lambda \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{0,3 \cdot Y^{0,6}}{2 \cdot X^{0,7}} = 5 \cdot \lambda \\ \frac{0,6 \cdot X^{0,3}}{2 \cdot Y^{0,4}} = 10 \cdot \lambda \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{0,3 \cdot Y^{0,6}}{5 \cdot 2 \cdot X^{0,7}} \\ \lambda = \frac{0,6 \cdot X^{0,3}}{10 \cdot 2 \cdot Y^{0,4}} \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{0,3 \cdot Y^{0,6}}{10 \cdot X^{0,7}} \dots (1) \\ \lambda = \frac{0,6 \cdot X^{0,3}}{20 \cdot Y^{0,4}} \dots (2) \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \dots (3) \end{cases} \quad (1) = (2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,3 \cdot Y^{0,6}}{10 \cdot X^{0,7}} = \frac{0,6 \cdot X^{0,3}}{20 \cdot Y^{0,4}} \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,3 \cdot 20 \cdot Y^{0,6} \cdot Y^{0,4} = 10 \cdot 0,6 \cdot X^{0,7} \cdot X^{0,3} \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \cdot Y^{0,6+0,4} = 6 \cdot X^{0,7+0,3} \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} Y = X \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot Y \end{cases} \text{ Remplaçant la valeur de Y (Y = X) dans l'équation de la droite budgétaire :$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Y = X \\ 60 = 5 \cdot x + 10 \cdot (X) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = X \\ 60 = 15 \cdot X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{X}{15} \\ X = \frac{60}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = 4 \\ X = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{x = 4 \text{ Unités}} \\ \mathbf{y = 4 \text{ Unités}} \end{cases} \text{ Les quantités d'équilibre qui maximisent la fonction-objectif sont } (\mathbf{X^*, Y^*}) = (\mathbf{4, 4})$$

4. La valeur de l'utilité totale à l'équilibre (Max Ut) :

$$\text{Max } Ut = f(x^*, y^*) = f(4, 4) = \frac{1}{2} (4)^{0,3} \cdot (4)^{0,6} = 1,74 \text{ Utils.}$$

5. L'équation de la droite du budget : $R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \Leftrightarrow y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{R}{P_y} \Rightarrow y = -\frac{5}{10} \cdot x + \frac{60}{10}$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot x + 6, \text{ Les extrémités de la droite budgétaire sont : } \left(\frac{R}{P_x}, 0\right) = (12, 0) \text{ et } \left(0, \frac{R}{P_y}\right) = (0, 6)$$

6. La représentation graphique de l'équilibre :

