Université A. Mira de Bejaia
Département de technologie
1^{ére} année ST LMD

Examen final de Physique 1
(Session normale)

2024/2025
Durée 1h30

<u>Exercice N°1 :</u> (06.5pts)

Dans un référentiel $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, les coordonnées d'un point matériel M de masse m sont données par :

$$\boldsymbol{x(t)} = \sqrt{3}t \quad et \quad \boldsymbol{y(t)} = t(\sqrt{2}t - 1)$$

Déterminer :

1. L'équation cartésienne de la trajectoire du point M. En déduire sa nature.
2. Les composantes et les modules des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ à l'instant t. Discuter la nature du mouvement de M en fonction de t .
3. Les composantes tangentielle a_t et normale a_n de l'accélération du point M. En déduire le rayon de courbure R_C de sa trajectoire .
4. Les composantes du vecteur unitaire tangent $\overrightarrow{u_t}$ de la base intrinsèque.
5. La quantité de mouvement $\vec{P}(t)$ du point matériel M et la force $\vec{F}(t)$ qui s'exerce sur celui-ci.

<u>Exercice N°2 :</u> (4.5pts)

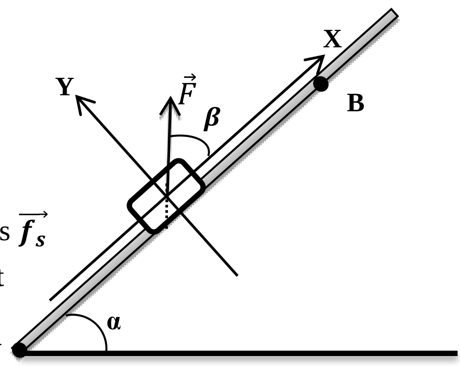
Un point matériel M se déplace dans le plan (OXY). Son vecteur position est donné par :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{OM}}(\boldsymbol{t}) = R\cos\omega t\ \vec{\imath} + R\sin\omega t\ \vec{\jmath}\ , \quad R \text{ et } \omega \text{ sont des constantes positives.}$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire de M. En déduire sa nature.
2. Donner les coordonnées polaires (ρ, θ) de M.
3. Dans la base locale des coordonnées polaires $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$, déterminer les vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ de M ainsi que leurs modules.
4. Dans la base $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$, représenter qualitativement à un instant t les vecteurs $\overrightarrow{OM}(t)$, $\vec{v}(t)$ et $\vec{a}(t)$.

<u>Exercice N°3 :</u> (07pts)

Un homme tire un chariot de masse $\boldsymbol{m = 10kg}$, assimilée à un point matériel, du point **A** au point **B** sur un sol incliné faisant un angle **α=30°** par rapport à l'horizontale, en appliquant systématiquement une force de traction $\vec{\boldsymbol{F}}$ faisant un angle $\boldsymbol{\beta}$**=30°** par rapport au plan incliné (voir la figure ci-contre). Le sol exerce sur le chariot une réaction normale $\vec{\boldsymbol{R}}$ ainsi que des frottements solides $\overrightarrow{\boldsymbol{f_s}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{f_d}}$, dont les coefficients de frottement statique et dynamique sont respectivement $\boldsymbol{\mu_s}$ et $\boldsymbol{\mu_d}$. **<u>On donne</u>** : $g = 9.81 m.s^{-2}$, $\mu_s = 0.3$, $\mu_d = 0.1$, $\cos(30^0) = 0.866$



1. Déterminer la valeur minimale de la force de traction F_{min} que l'homme doit appliquer pour faire bouger le chariot de sa position initiale (position d'équilibre).
2. Si la force de traction exercée par l'homme est $\boldsymbol{F = 80N}$ $(F > F_{min})$:
2.1. Déterminer l'expression de l'accélération a prise par le chariot. Calculer sa valeur.
2.2. Déterminer les expressions de sa vitesse $v(t)$ et son équation horaire $x(t)$, sachant que $v(t = 0) = 0$ et $x(t = 0) = 0$.
2.3. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique (TEC) et sachant que $\boldsymbol{AB = 5m}$, trouver la vitesse v_B du chariot au point B.

<u>Questions de cours :</u> 2pts

- En partant de l'expression du moment cinétique d'un point matériel, trouver le théorème du moment cinétique TMC.
- La force de tension d'un ressort est dite conservative, pourquoi ? Justifier votre réponse.

Bon courage

Corrigé

Recommandations

- ***Veuillez appliquer le barème tel quel.***
- ***Il ne faut pas attribuer de note pour les formules et les expressions parachutées***

Exercice N° 1 : (6.5Pts)

1. $x(t)=\sqrt{3}t$; $y(t)=t(\sqrt{2}t-1)$

$t=\dfrac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{2}}{3}x^2-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ (0,5), la trajectoire est une parabole (0,5)

2. $\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}$ avec $v_x=\dfrac{dx}{dt}=\sqrt{3}$ (0,25) et $v_y=\dfrac{dy}{dt}=2\sqrt{2}t-1$ (0,25)

$\Rightarrow v=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}$; $v=2\sqrt{2t^2-\sqrt{2}t+1}$ (0,25)

$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}$ avec $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=0$ (0,25) et $a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=2\sqrt{2}$ (0,25)

$\Rightarrow a=\sqrt{{a_x}^2+{a_y}^2}$; $a=2\sqrt{2}$ (0,25)

$\vec{a}.\vec{v}$ (0,25) $=a_xv_x+a_yv_y=2\sqrt{2}(2\sqrt{2}t-1)$ (0,25)

- $\vec{a}.\vec{v}\succ 0\Rightarrow t\succ\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\Rightarrow$ le mouvement est accéléré (0,25)
- $\vec{a}.\vec{v}\prec 0\Rightarrow 0\le t\prec\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\Rightarrow$ le mouvement est décéléré (0,25)

3. $a_t=\dfrac{dv}{dt}$ (0,25) $a_t=\dfrac{4t-\sqrt{2}}{\sqrt{2t^2-\sqrt{2}t+1}}$ (0,25) $a_n=\sqrt{a^2-{a_t}^2}$ (0,25) $a_n=\sqrt{\dfrac{6}{2t^2-\sqrt{2}t+1}}$ (0,25)

$R_c=\dfrac{v^2}{a_n}$ (0,25) $R_c=\dfrac{4(2t^2-\sqrt{2}t+1)^{3/2}}{\sqrt{6}}$ (0,25)

4. $\vec{U}_t=\dfrac{\vec{v}}{v}$ (0,25) $\vec{U}_t=\dfrac{1}{2\sqrt{2t^2-\sqrt{2}t+1}}\left[\sqrt{3}\vec{i}+(2\sqrt{2}t-1)\vec{j}\right]$ (0,25)

5. $\vec{P}=m\vec{v}$ (0,25) $\vec{P}=m\left[\sqrt{3}\vec{i}+\left(2\sqrt{2}t-1\right)\vec{j}\right]$ (0,25)

$\vec{F}=m\vec{a}$ (0,25) $\vec{F}=\dfrac{d\vec{P}}{dt}=2\sqrt{2}m\vec{j}$ (0,25)

<u>Exercice N° 2 : (4.5 Pts)</u>

1. l'équation cartésienne de la trajectoire et sa nature.

On a : $x(t) = \text{R}\cos\omega t$ et :$y(t) = \text{R}\cos\omega t$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = R^2(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t) = R^2 \qquad \textbf{(0.5)}$$

D'où , l'équation cartésienne de sa trajectoire est de la forme :

$$x^2 + y^2 = R^2(\,equation\ d'un\ cercle\ de\ centre\ O(0{,}0)\ et\ de\ rayon\ R) \Rightarrow trajectoire\ circulaire) \qquad \textbf{(0.25)}$$

2. les coordonnées polaires ρ et θ de M

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = R \quad \textbf{(0.25)} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x} = \tan\omega t \ \Rightarrow\ \theta(t) = \omega t \quad \textbf{(0.25)}$$

3. Les composantes de vecteur vitesse dans la base $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\theta})$,

$$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{e_\rho} = R\,\overrightarrow{e_\rho} \text{ et } \theta(t) = \omega t \qquad \textbf{(0.25)}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \Rightarrow \vec{v}(t) = R\omega\overrightarrow{e_\theta} \qquad \textbf{(0.5)}$$

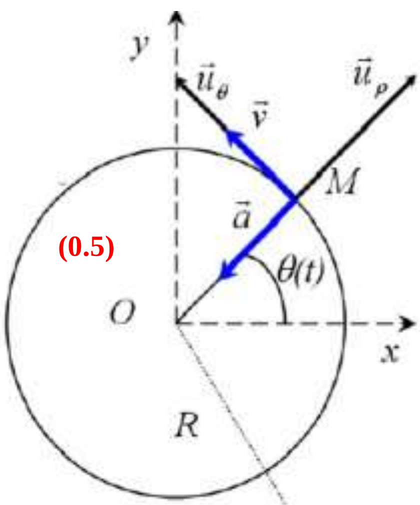
$$\vec{v}(t) = \begin{cases} v_\rho = 0 & \textbf{(0.25} \\ v_\theta = R\omega & \textbf{(0.25} \end{cases} \Rightarrow \qquad v = \sqrt{{v_\rho}^2 + {v_\theta}^2} = R\omega \qquad \textbf{(0.25)}$$

4. Les composantes de vecteur accélération

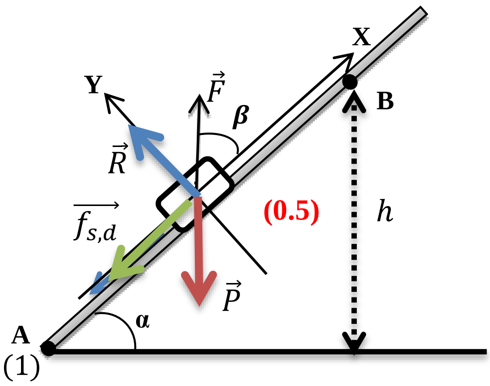
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega\dot{\theta}\overrightarrow{e_\rho} \Rightarrow \vec{v}(t) = -R\omega^2\overrightarrow{e_\rho} \qquad \textbf{(0.5)}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{cases} a_\rho = -R\omega^2 & \textbf{(0.25)} \\ a_\theta = 0 & \textbf{(0.25)} \end{cases} \Rightarrow \qquad a = \sqrt{{a_\rho}^2 + a^2} = R\omega^2 \quad \textbf{(0.25)}$$

5.



Exercice N° 3: (7Pts)



1. La valeur minimale de la force F_{min}

En appliquant le PFD sur le chariot :

(0.5)

$$\sum \vec{F}_{ex} = m\,\vec{a} = \vec{0}\left(\vec{a} = \vec{0} : en\ \acute{e}qulibre\right) \Rightarrow \vec{F} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f_s} = \vec{0}$$

Par projection sur les axes (OX) et (OY), on obtient :

$$\begin{cases} (OX):\ F_x - f_s - P_x = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots & (1) \\ (OY):\ R + F_y - P_y = 0 \ldots\ldots\ldots & (2) \end{cases}$$ (0.5)

De (1) : $F_x = f_s + P_x = f_s + P\ \sin\alpha$

Avec : $f_s = u_s R = u_s(\,P_y - F_y)$ (0.25)

(0.25)

Il vient : $F_x = u_s\left(P\ \cos\alpha - F_y\right) + P\ \sin\alpha \Rightarrow F\cos\beta = u_s(P\ \cos\alpha - F\sin\beta) + P\ \sin\alpha$

(0.5)

$$\Longrightarrow F_{min} = \frac{u_s P\ \cos\alpha + P\ \sin\alpha}{\cos\beta + u_s \sin\beta}\ , \boldsymbol{AN}:\ F_{min} = 73.36\ N$$ (0.5)

2. L'accélération a prise par le chariot :

$$F > F_{min} \Rightarrow le\ chariot\ se\ met\ en\ mouvement$$

En appliquant le PFD :

$$\sum \vec{F}_{ex} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f_d} = m\,\vec{a}$$ (0.25)

Par projection :

(0.5)

$$\begin{cases} (OX):\ F_x - f_d - P_x = m\,a \ \Rightarrow\ a = \frac{F_x - f_d - P_x}{m} = \frac{F\cos\beta - \mu_d R - P\sin\alpha}{m} \\ (OY):\ R + F_y - P_y = 0 \Rightarrow\ R = P_y - F_y = P\cos\alpha - F\sin\beta \end{cases}$$

(0.5)

$$\Longrightarrow a = \frac{F\cos\beta - \mu_d(P\cos\alpha - F\sin\beta) - P\sin\alpha}{m}$$

(0.5)

$$\Longrightarrow a = \frac{F\,(\cos\beta + \mu_d\sin\beta) - P(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha)}{m}\ \boldsymbol{AN}: a = 1.57 m/s^2$$

3. Les expressions de sa vitesse $v(t)$ et son équation horaire $x(t)$

$$v(t) = a\,t + v_0 \Rightarrow v(t) = 1.57\ t \qquad x(t) = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0\,t + x_0 \Rightarrow x(t) = 0785\ t^2$$ (0.25)

(0.25)

4. La vitesse au point B: **<u>(L'étudiant doit utiliser le théorème de l'énergie cinétique</u>)**

En utilisant le TEC :

(0.25)

$$\Delta E_{C_{AB}} = \sum W_{AB}(\vec{F}_{ext}) \Rightarrow E_{CB} - E_{CA} = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{f}_d) + W_{AB}(\vec{R}) \Longrightarrow$$

(0.25)

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 - \frac{1}{2}m{v_A}^2 = -mgh + F_x.AB - f_d AB \quad \textbf{(0.25)}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}m{v_B}^2 = -mgh + F_x.AB - f_d AB \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2(-mgh + F_x.AB - f_d AB)}{m}}$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2(-mg\,AB\sin\alpha + F.AB.\cos\beta - \mu_d(P\cos\alpha - F\sin\beta)AB)}{m}} \quad \textbf{(0.5)}$$

<u>A.N :</u> $v_B = 3.96\ m/s$ **(0.5)**

<u>Question de cours : (2 Pts)</u>

1.

On a :

(0.25) **(0.25)**

$$\vec{L}_{/0} = \vec{r}\Lambda\vec{P} = \vec{r}\Lambda\,\mathrm{m}\vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\Lambda\,\mathrm{m}\vec{v})$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}\Lambda\,\mathrm{m}\vec{v} + \vec{r}\Lambda\,\mathrm{m}\frac{d\vec{v}}{dt} \Longrightarrow \frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = \vec{v}\Lambda\,\mathrm{m}\vec{v} + \vec{r}\Lambda\,\vec{F}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = \vec{r}\Lambda\,\vec{F} = \sum \vec{M}_{/0}(\vec{F}_i) \qquad (Le\ TMC)$$

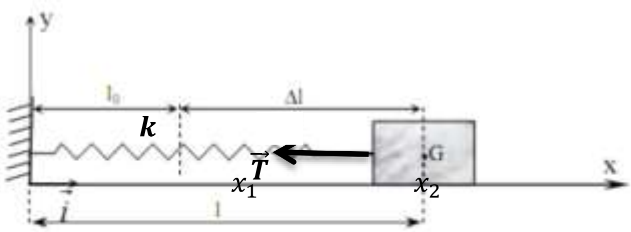
(0.5)

2.

La force de tension de ressort $\vec{T}$ est dite conservative car son travail ne dépend pas du chemin suivi mais que du point du départ et du point d'arrivée. **(0.5)**

<u>Justification</u> :

Soit un pendule élastique ci-contre:



$\vec{T} = -k\Delta l\vec{i} = -kx\vec{i}$ **(0.5)**

Le travail élémentaire est :

$dw_{\vec{T}} = \vec{T}.\vec{dl} = -kxdx$

Lorsque $\vec{T}$ passe de la position x_1 à x_2 :

$$w_{\vec{T}} = \int_{x_1}^{x_2} -kxdx = \frac{1}{2}k({x_2}^2 - {x_1}^2)$$