**Département: FI(LMD) SECSG** | **Série de TD N°1 Math(II)** | **Février 2025**

**Université De Bejaia**

**$1^{ere}$ Année**

## Calculs Matriciels

**Exercice1 I.** On considère les matrices suivantes :

$$A=\begin{pmatrix}2 & -3 & 1\\ 5 & 6 & 4\end{pmatrix}=\left(a_{ij}\right)_{\substack{1\le i\le 2\\ 1\le j\le 3}} \text{ et } B=\begin{pmatrix}1 & \dots & 9\\ \dots & -1 & \dots\\ 2 & \dots & 5\end{pmatrix}=\left(b_{ij}\right)_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 3}}$$

1. Donner le format (la taille) des matrices $A$ et $B$.
2. Donner la valeur de chacun des éléments $a_{12}, a_{21}$ et $a_{23}$.
3. Compléter l'écriture de la matrice $B$ où $b_{32}=-1, b_{21}=7, b_{23}=6$ et $b_{12}=10$.
4. Ecrire la matrice transposée $A^t$ et donner son format.

---

**II.** Trouver les éléments de la matrice $C=\left(c_{ij}\right)_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 2}}$ telles que : $c_{ij}=\begin{cases} i-2j, & si\ \ i<j\\ 3/2, & si\ \ i=j\\ \frac{i\times j}{3}, & si\ \ j<i\end{cases}$

---

**Exercice2 I.** On considère les matrices suivantes :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix} \blacksquare\ B=\begin{pmatrix}5 & 0\\ -2 & 3\\ 1 & -1\end{pmatrix} \blacksquare\ C=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 3\\ 2 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -2\end{pmatrix} \blacksquare\ X=\begin{pmatrix}2\\ -1\\ 4\end{pmatrix}$$

Faites, si possible, les calculs suivants :

■ $A+C$ ■ $A-C$ ■ $5A+5C-2I_3$■$3A-3C$ ■ $A^t+C^t$ ■$3A^t-3C^t$ ■ $A+B$■$B-C$.

■$AC$ ■$BC$■ $CB$ ■ $B^tC^t$ ■$X^tB$ ■ $AX$ ■ $(4C)\left(\frac{1}{2}A\right)$ ■ $XX^t$.

---

**II.** Déterminer $F$ et $G$ telles que $F+G=\begin{pmatrix}6 & 3\\ -3 & -4\end{pmatrix}$ et $F-G=\begin{pmatrix}-4 & 1\\ -1 & 10\end{pmatrix}$.

---

**Exercice3** Calculer les déterminants suivants par les méthodes des cofacteurs et de Sarrus :

$$\blacksquare\begin{vmatrix}3 & -2 & 5\\ -1 & 0 & -8\\ 3 & -2 & 7\end{vmatrix}\blacksquare\begin{vmatrix}-1 & -3 & 2\\ 2 & 0 & -4\\ 1 & 3 & 0\end{vmatrix}\blacksquare\begin{vmatrix}-1 & -1 & 3\\ 0 & 4 & 0\\ -1 & 2 & -5\end{vmatrix}\blacksquare\begin{vmatrix}-2 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -5\\ 0 & -2 & 3\end{vmatrix}\blacksquare\begin{vmatrix}-1 & -8 & 0\\ 2 & 5 & 0\\ 1 & 6 & -2\end{vmatrix}$$

---

**Exercice4 I.** Dire si la matrice $A$ est inversible et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & 3\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 5\\ -1 & 0 & -8\\ 3 & -2 & 7\end{pmatrix}$$

---

**II.** Vérifier que $A^{-1}=B$, où les matrices ■$A=\begin{pmatrix}-3 & -2 & 1\\ 2 & 5 & -5\\ 2 & 4 & -4\end{pmatrix}$■$B=\begin{pmatrix}0 & -2 & 5/2\\ -1 & 5 & -13/2\\ -1 & 4 & -11/2\end{pmatrix}$.

---

**III.** Soit $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$. Calculer $A^3-A$. En déduire que $A$ est inversible puis déterminer $A^{-1}$.

---

**IV.** Calculer la matrice inverse de $A$ par la méthode du Pivot de Gauss-Jordan :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 5\\ -1 & 0 & -8\\ 3 & -2 & 7\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}\blacksquare A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$$

N.B. A traiter seulement deux ou trois des cas proposés pour chaque exercice; les autres cas sont à titre d'exercices supplémentaires.