

Exercice N°1 (60 points)

1) Le modèle

$u_j$ : le nombre d'employés de bon haut à la journée  $j$ , ( $j=1, \dots, 7$ )

(ML)

$$\min Z = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 \quad (1)$$

$$u_1 + u_4 + u_6 + u_7 \geq 11$$

$$u_1 + u_2 + u_5 + u_6 + u_7 \geq 17 \quad (4)$$

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_6 + u_7 \geq 13$$

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_7 \geq 15$$

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 \geq 19$$

$$u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 \geq 14$$

$$u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 \geq 16$$

$u_j \in \mathbb{N}$ .

2) le modèle: (LP-ILP).  
Linear and Integer programming (LP-ILP) (1)

Exercice N°2 (60 points)

1)  $\Delta_{12} = 80 - 200 + 100 - 30 = -50 < 0$   
 $\Delta_{13} = 80 - 100 + 100 - 30 = 50 > 0$   
 $\Delta_{31} = 50 - 100 + 200 - 100 = 50 > 0$   
 $\Delta_{33} = 200 - 100 + 200 - 100 = 200 > 0$   
 $\Delta_{12} < 0$ , la solution n'est pas optimale.

2)  $\min \{110, 50\} = 50 \Rightarrow u_{22}$  sort de la base et  $u_{12}$  rentre dans la base.

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	a <sub>i</sub>
I	30 / 60	80 / 50	80 / 1	110
II	100 / 80	200 / 7	100 / 80	160
III	50 / 1	100 / 150	200 / 1	150
b <sub>j</sub>	140	200	80	

$\Delta_{13} = 80 - 100 + 100 - 30 = 50 > 0$   
 $\Delta_{22} = 200 - 100 + 30 - 80 = 50 > 0$   
 $\Delta_{31} = 50 - 100 + 80 - 30 = 0 \geq 0$   
 $\Delta_{33} = 200 - 100 + 100 - 30 + 80 - 100 = 150 > 0$   
 Tous les  $\Delta_{ij} \geq 0$  la solution est optimale

$u_{11} = 60, u_{12} = 50, u_{13} = 0$   
 $u_{21} = 80, u_{22} = 0, u_{23} = 80$   
 $u_{31} = 0, u_{32} = 150, u_{33} = 0$   
 avec  $Z^* = 36800$ .

3) la solution optimale mais elle n'est pas unique car  $\Delta_{31} = 0$  (il n'est pas strictement supérieur à zéro). (1)

4) la solution alternative.

$u_{31}$  rentre dans la base.  
 $\min \{60, 150\} = 60$ , donc  $u_{11}$  quitte la base.

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	a <sub>i</sub>
I	30 / 1	80 / 140	80 / 1	110
II	100 / 80	200 / 7	100 / 80	160
III	50 / 60	100 / 90	200 / 1	150
b <sub>j</sub>	140	200	80	

$\Delta_{11} = 80 - 80 + 100 - 50 = 0$   
 $\Delta_{13} = 80 - 100 + 100 - 50 + 100 - 80 = 50 > 0$   
 $\Delta_{22} = 200 - 100 + 50 - 100 = 50 > 0$   
 $\Delta_{33} = 200 - 50 + 100 - 100 = 150 > 0$

la solution alternative N°:

$u_{11} = 0; u_{12} = 110; u_{13} = 0$   
 $u_{21} = 80; u_{22} = 0; u_{23} = 80$   
 $u_{31} = 60; u_{32} = 90; u_{33} = 0$   
 $Z^* = 36800$ .

Exercice N°3 (60 points)

1) la variable dépendante: vente (1)  
 la variable indépendante: population.

2)  $R^2 = 0,936$  ce qui signifie que près de 94% de la variance des ventes est due à la variance de la population.

$F = 117,838 > F_{5,7}(1;8) = 5,32$

le modèle est globalement bon, la variable pop contribue à l'explication de la variable vente.

3) a)  $\hat{a} = 0,554, \hat{b} = 0,024$   
 b)  $\hat{a} = 0,554, \hat{b} = 0,024$   
 c)  $\hat{a} = 0,554, \hat{b} = 0,024$   
 d) Vente =  $-554,77 + 0,024 \cdot \text{Population}$

2)  $\hat{b} = 0,024$  pour chaque personne de plus dans la région d'habitation génère 24 USD de plus de gain en vente.

$\hat{a} = -554,77$ , le montant à espérer.

3) Risque  $d = 17$ .

$\text{sig}(\hat{a}) = 0,034 > 0,01 \Rightarrow a = 0$

$\text{sig}(\hat{b}) = 0,000 < 0,01 \Rightarrow b \neq 0$

le modèle est bon constante, on doit réestimer le modèle sans la constante.