

TD 1.

Exo 1:

1) Trouver le nombre d'électrons perdus par la tige de verre.

$$Q = +19,2 \times 10^{-19} \text{ C (charge acquise par la tige de verre)}$$

$$q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C (charge élémentaire d'un électron)}.$$

$$n = \frac{Q}{q_e}$$

AN:

$$n = \frac{19,2 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} = 12 \text{ électrons}.$$

2) La charge négative acquise par la soie.

Selon le principe de conservation de la charge, la charge totale du système (tige verre + soie) reste constante.

donc: $Q_{\text{soie}} = -19,2 \times 10^{-19} \text{ C}.$

La soie a acquis une charge négative de $-19,2 \times 10^{-19} \text{ C}$

3)

$$m_{\text{transférée}} = n \times m_e = 12 \times 9 \times 10^{-31} \text{ kg} = 1,08 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

donc: oui, il y a un transfert de masse de

$1,08 \times 10^{-29} \text{ kg}$ depuis le verre vers la soie.

Exo 2:

cas 1: $Q_1 = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$, $Q_2 = 2 \text{ C}$.

1) la charge totale

$$Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 = 5 \times 10^{-9} + 0 = 5 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

2) Répartition de la charge après contact :

Puisque les boules sont identiques alors :

$$Q' = \frac{Q_{\text{total}}}{2} = \frac{5 \times 10^{-9}}{2} = 2,5 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

cas 2: $Q_1 = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$; $Q_2 = -6 \times 10^{-9} \text{ C}$.

1) la charge totale :

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= Q_1 + Q_2 = 4 \times 10^{-9} + (-6 \times 10^{-9}) \\ &= (4 - 6) \times 10^{-9} = -2 \times 10^{-9} \text{ C}. \end{aligned}$$

2) répartition de la charge après contact :

$$Q' = \frac{Q_{\text{total}}}{2} = \frac{-2 \times 10^{-9}}{2} = -1 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

* L'équilibre électrostatique est dû à la mobilité des électrons dans les matériaux conducteurs.

Les électrons se déplacent jusqu'à ce que les potentiels électriques des deux boules ~~sont~~

soient égaux, ce qui entraîne une répartition égale de la charge totale.

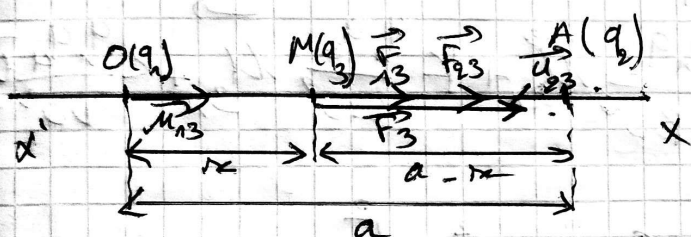
Exo 5 :

cas 1 $0 < x < a$

$$\begin{cases} OM = x \\ AM = a - x \\ \vec{u}_{13} = \vec{i} \\ \vec{u}_{23} = -\vec{i} \end{cases}$$

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = k \frac{q^2}{x^2} \vec{i} + k \frac{q^2}{(a-x)^2} \vec{i}$$

$$\vec{F}(M) = kq^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(a-x)^2} \right) \vec{i}$$



2) Valeurs de x pour ... nulle

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(a-x)^2} \neq 0 \quad \forall x$$

Parce que représentée par la somme de deux carrés.

$$\frac{3}{x} - \frac{1}{x-a} = 0$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{x-a}$$

$$3x - 3a = x$$

$$3x - 3a - x = 0$$

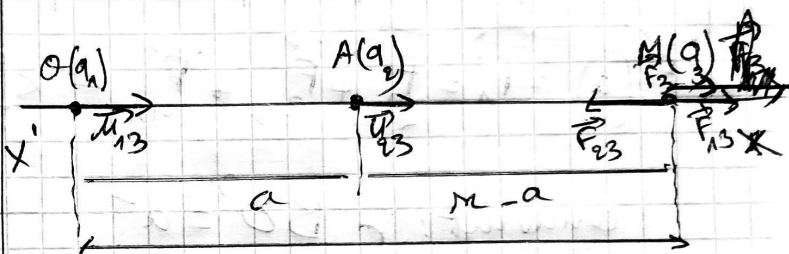
$$2x - 3a = 0$$

cas 2 $x > a$

$$\begin{cases} OM = x \\ AM = x - a \\ \vec{u}_{13} = \vec{i} \\ \vec{u}_{23} = \vec{i} \end{cases}$$

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_3 = k \frac{q^2}{x^2} \vec{i} - k \frac{q^2}{(x-a)^2} \vec{i}$$

$$\vec{F}_3 = kq^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x-a)^2} \right) \vec{i}$$



2) Valeur de x pour lql la force ... nulle

$$\vec{F}_3 = 0 ; \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x-a)^2} = 0$$

$$\left(\frac{1}{x} \right)^2 - \left(\frac{1}{x-a} \right)^2 = 0$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-a} \right) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-a} \right) = 0$$

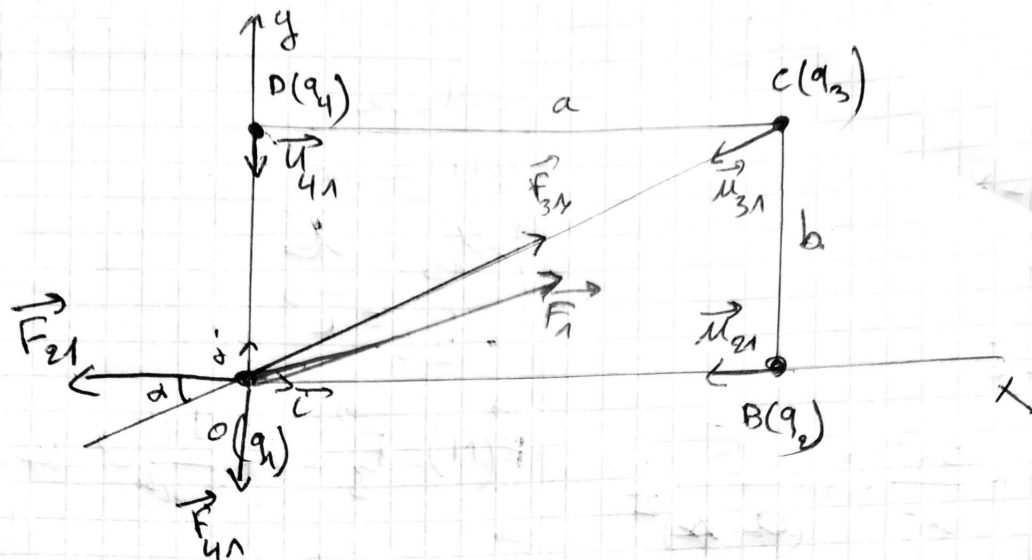
1

$$2x = +3a$$

$$x = \frac{3}{2}a > a \text{ (acceptée)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-a} = 0 \rightarrow x = \frac{3}{4}a < a \text{ (refusée)}$$

Exo 4 :



1) La force électrostatique résultante exercée sur la charge q_1 après le principe de superposition :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} = k \frac{q_1 q_2}{BO^2} \vec{u}_{21} + k \frac{q_1 q_3}{CO^2} \vec{u}_{31} + k \frac{q_1 q_4}{DO^2} \vec{u}_{41}$$

on avait :

$$\begin{cases} BO^2 = a^2 \\ DO^2 = b^2 \end{cases} \quad CO^2 = a^2 + b^2$$

$$\vec{u}_{21} = -\vec{i} ; \vec{u}_{31} = -\vec{j} ; \vec{u}_{41} = -\cos \alpha \vec{i} - \sin \alpha \vec{j}$$

$$\vec{u}_{41} = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \vec{i} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \vec{j}$$

En remplaçant dans l'expression de $\vec{F}_1$, on trouve :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_1 = k q^2 \left[\left(\frac{a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2} \right) \vec{i} + \left(\frac{b}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{b^2} \right) \vec{j} \right]$$

$$F_x = -k \frac{q^2}{a^2} - k \frac{q^2}{a^2 + b^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = k q^2 \left(\frac{a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2} \right)$$

$$F_y = -k \frac{q^2}{b^2} - k \frac{q^2}{a^2 + b^2} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} =$$

$$F_y = k q^2 \left(\frac{b}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{b^2} \right)$$

2) La condition est:

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{b}{a} \rightarrow a F_y = b F_x$$

$$\text{donc : } a \left(k q^2 \left(\frac{b}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{b^2} \right) \right) = b \left(k q^2 \left(\frac{a}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{1}{a^2} \right) \right)$$

$$\frac{ab}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{a}{b^2} = \frac{ba}{(a^2 + b^2)^{3/2}} - \frac{b}{a^2}$$

$$-\frac{a}{b^2} \leftrightarrow \frac{b}{a^2}$$

$$-a \cdot a^2 = -b^2 b$$

$$a^3 = b^3 \rightarrow a^3 - b^3 = 0$$

$$\text{donc } (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 0$$

$$(a - b) = 0 \rightarrow \boxed{a = b} \quad (\text{accepté})$$

$$\text{ou : } a^2 + ab + b^2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (ab)^2 - 4(a^2 b^2)$$

$$\Delta = a^2 b^2 - 4a^2 b^2 = -3a^2 b^2 < 0 \quad (\text{refusé})$$

en final la seule solution est $a = b$.

Dans le cas, les 04 charges sont distribuées sur les sommets d'un carré de côté a

3) La nouvelle force résultante sur q_1 si on remplace $Q_4 = -Q$

la valeur reste la même $F_{14} = k \frac{Q^2}{b^2}$ (Loi de Coulomb)

La force totale

$$F_y = kQ^2 \left(\frac{b}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{b^2} \right)$$

$$\text{donc : } \vec{F}_1 = kQ^2 \left[\left(\frac{a}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{a^2} \right) \vec{i} + \left(\frac{b}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{b^2} \right) \vec{j} \right]$$

discussio :

• Si Q_4 devient négatif, la force électrostatique sur q_1 change de direction