Université de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

Année universitaire 2024/2025
1ère année Ingénieur

Série de TD N1 thermodynamique

Exercice 1

Soit les fonctions à deux variables x et y :

$F_1 = 7x^2y^2+y^3+x+10$, $F_2 = \frac{1}{1+x^2}$, $F_3 = x^5 + 3xy^4 + 2y^2 + 1$

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 des fonctions F.
2. En déduire l'expression de chacune de ces différentielles dF.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de F pour chaque fonction.
4. Parmi ces équations lesquelles sont des différentielles totales exactes

Exercice 2

On considère les fonctions :

$p(V,T) = \frac{RT}{V}$ et $p(V,T) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$ (a, b et R sont des constantes)

1. Calculer les dérivées partielles de P et en déduire leurs différentielles.
2. Vérifier que ces différentielles sont totales exactes.

Exercice 3

Soit F une fonction d'état définit à partir des trois variables d'états P, V, T d'un système tel que f (P,V,T)= 0.

1. Ecrire les différentielles dV, dP et dT et

2. Déduire les formules de Reech suivantes :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = 1, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_p \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_p = 1, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 1, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$$

Exercice 4

I- Définir un système ouvert, un système fermé et un système isolé ensuite classer les systèmes thermodynamiques suivants en décrivant un exemple pratique pour chacun :

a-Un récipient contenant un gaz qui peut échanger de l'énergie sous forme de chaleur mais pas de matière.

b-Un moteur à combustion interne qui échange à la fois matière (carburant) et énergie (chaleur, travail).

c- Un calorimètre adiabatique qui ne permet aucun échange d'énergie ou de matière avec l'environnement.

II- Parmi ces variables lesquelles sont extensives ou intensives : La masse, le volume, la masse volumique, le volume massique, la température et la pression.

III- Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui vous paraissent définir correctement l'état d'un système ?

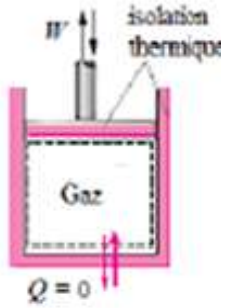
a- une mole d'azote à 0°C;

b- une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm;

c- une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm et un volume de 22,4 litres;

d- une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm et un volume de 22,4 litres et de masse volumique 1,256 g/l.

Exercice 5 Nous étudions un gaz contenu dans un cylindre adiabatique, fermé par un piston. Le système en question comprend le cylindre, le piston et le gaz.



Classer les étapes suivantes selon une logique de succession :

1. **Première série d'étapes**

a. le milieu extérieur fournit 25 J au système par le travail.
b. l'énergie reçue par le système est W=25J.
c. on appuie sur le piston et le volume du gaz diminue.

2. **Deuxième série d'étapes**

a. l'énergie fournie par le système au milieu extérieur est W= -30J.
b. le système fournit, par travail, de l'énergie au milieu extérieur.
c. le piston s'élève et le volume du gaz augmente.

Exercice 6

Soit une mole de O2 sous la pression P=1atm et température T= 27°C. Dans ces conditions, le gaz est pratiquement parfait ;

1. Quel est le volume occupé ?
2. Calculer le volume de ce gaz à une pression de 12 atm et sous la même température. Déduire son volume spécifique et sa densité.
3. Le gaz est chauffé jusqu'à une température absolue de 560 K sous la même pression. Quel est le volume de ce gaz ? Déduire son volume spécifique et sa densité.
4. Calculer la pression en atm et en Pa de ce même gaz lorsqu'il occupe un volume de 10L sous 27 °C.

Données : $R=8{,}31 j.K^{-1}.T^{-1}$, $R=0.082 L.atm.K^{-1}.T^{-1}$

Exercice 7

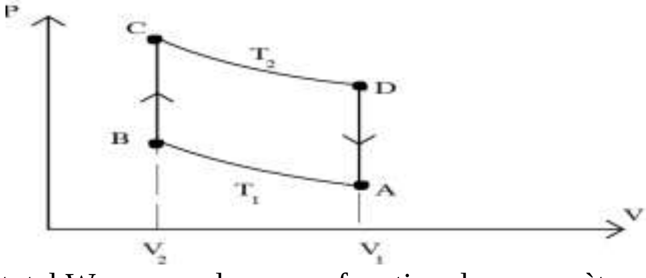
On effectue une compression de 1 bar à 10 bars d'un litre d'air assimilé à un gaz parfait pris initialement à la température ambiante 20 °C. Cette compression est suffisamment rapide pour que le récipient renfermant l'air n'ait pas le temps d'évacuer la chaleur pendant la compression (dQ=0). Calculer le travail reçu par le système ($\gamma = 1{,}4$).

Exercice 8

I. 1. Donner l'expression du travail qu'il faut fournir pour compresser réversiblement 1 mole de gaz de manière isotherme de l'état $P_1V_1T_1$ à l'état $P_2V_2T_1$ selon qu'il s'agit :

a. d'un gaz parfait.
b. d'un gaz de Van Der Waals : $\mathbf{(P+\frac{a}{V^2})\ (V-b)=RT}$.
c. Calculer le travail dans le cas d'un gaz parfait. AN : T1 = 300 K, V1 = 20 L, V2 = 10 L.

3. On fait décrire réversiblement le cycle ABCDA à une mole de gaz parfait précédent. Ce cycle est composé de deux transformations isochores de volumes V_2 et V_1 et de deux isothermes de températures T_1 et T_2



a. Exprimer le travail total W reçu par le gaz en fonction des paramètres.
b. Donner la nature du cycle en justifiant votre reponse

Série de TD N1 thermodynamique

Exercice 1

Soit les fonctions à deux variables x et y :

$F_1 = 7x^2y^2+y^3+x+10$, $F_2 = \frac{1}{1+x^2}$, $F_3 = x^5 + 3xy^4 + 2y^2 + 1$

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 des fonctions F.
   - $\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}(7\mathrm{x}2x^2 + y^3 + \mathrm{x} + 10) = 14xy^2 + 1$
     $\left(\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial x}(7\mathrm{x}2x^2 + y^3 + \mathrm{x} + 10) = 14yx^2 + 3y^2$
   - $\left(\frac{\partial F_2}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{1+x^2}\right) = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$ C'est une dérivée totale
   - $\left(\frac{\partial F_3}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}(x^5 + 3xy^4 + 2y^2 + 1) = 5x^4 + 3y^4$
     $\left(\frac{\partial F_3}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial x}(x^5 + 3xy^4 + 2y^2 + 1) = 12xy^3 + 4y$

2. En déduire l'expression de chacune de ces différentielles dF.
   - dF=$\left(\frac{\partial F_1}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial F_1}{\partial y}\right)_x dy$
   - dF$_1$=$(14xy^2 + 1)dx + (14yx^2 + 3y^2)dy$
   - dF$_2$=$\left(\frac{2x}{(1+x^2)^2}\right)dx$
   - dF$_3$=$(5x^4 + 3y^4)dx + (12xy^3 + 4y)dy$

3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de F pour chaque fonction.
   La fonction F_2 est une fonction a une variable sa dérive est totale.
   -F₁

- $\left(\frac{\partial F_1}{\partial x \partial y}\right) = 28xy$
  $\left(\frac{\partial F_1}{\partial y \partial x}\right) = 28xy$

-F₂

- $\left(\frac{\partial F_3}{\partial x \partial y}\right) = 12y^3$
  $\left(\frac{\partial F_3}{\partial y \partial x}\right) = 12y^3$

4. Parmi ces équations lesquelles sont des différentielles totales exactes
   - $\left(\frac{\partial F_1}{\partial x \partial y}\right) = \left(\frac{\partial F_1}{\partial y \partial x}\right)$ donc la différentielle de F_1 est une DTE
   - $\left(\frac{\partial F_3}{\partial x \partial y}\right) = \left(\frac{\partial F_3}{\partial y \partial x}\right)$ donc la différentielle de F_3 est une DTE

Exercice 2

On considère les fonctions :

$p(V,T) = \frac{RT}{V}$ et $p(V,T) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$ (a, b et R sont des constantes)

1. Calculer les dérivées partielles de P et en déduire leurs différentielles.
   - $P(V,T) = \frac{RT}{V}$

   - $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{RT}{V}\right) = -\frac{RT}{V^2}$

     $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{RT}{V}\right) = \frac{R}{V}$

   - $P(V,T) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$

     $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{RT}{V-b}\right) - \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{a}{V^2}\right) = -\frac{RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3}$

     $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{RT}{V-b}\right) - \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{a}{V^2}\right) = \frac{R}{V-b}$

   - dP= $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$= $\left(-\frac{RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3}\right) dV + (\frac{R}{V-b})dT$

2. Vérifier que ces différentielles sont totales exactes.

   - $\left(\frac{\partial P}{\partial V \partial T}\right) = -\frac{R}{(V-b)^2}$

     -$\left(\frac{\partial P}{\partial T \partial V}\right) = -\frac{R}{(V-b)^2}$

   - $\left(\frac{\partial P}{\partial V \partial T}\right) = \left(\frac{\partial P}{\partial T \partial V}\right)$ donc la différentielle de P est une DTE

Exercice 3

Soit F une fonction d'état définit à partir des trois variables d'états P, V, T d'un système tel que f (P,V,T)= 0.

1. Ecrire les différentielles dV, dP et dT
   - dP= $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$ ………………..(1)
   - dV= $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$ ………………..(2)
   - dT= $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV + \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP$………………….(3)

2. Déduire les formules de Reech suivantes :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = 1 \ , \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 1, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 1, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$$

- $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = 1$: A pression constante dP=0.

  D'après (2) et (3) on aura donc :

  dV= $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$ et dT= $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV$

$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}$ donc $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = 1$

- $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 1$: a temperature constant on a dT=0

D'après (1) et (2) on aura donc :

dP= $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV$ et dV= $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$

$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$ donc $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 1$

- $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 1$: A volume constante on a dV=0.

D'après (1) et (3) on aura donc :

dP= $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$ et dT= $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP$

$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V} \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 1$

- $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$

a V=cst donc dV=0 et d'après (2)

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$$

$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \frac{dP}{dT} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ avec $\frac{dP}{dT} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

$\Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$

Exercice 4

I- Définir un système ouvert, un système fermé et un système isolé ensuite classer les systèmes thermodynamiques suivants en décrivant un exemple pratique pour chacun :

Système ouvert : Un système ouvert a une frontière perméable à l'énergie et à la masse (échange de l'énergie et de la matière). Exemple :bougie allumée.

Système fermé : Un système fermé est perméable à l'énergie, mais pas à la matière (échange de l'énergie et pas la matière). Exemple : réfrigérateur

Système isolé : Un système isolé est un système physique qui n'interagit pas avec son environnement1. Il n'échange ni matière, ni chaleur, ni travail avec l'extérieur Exemple : Un thermos à café

a-Un récipient contenant un gaz qui peut échanger de l'énergie sous forme de chaleur mais pas de matière (système fermé).

Exemple, une bouteille de soda laissée à température ambiante, elle peut absorber de la chaleur, ce qui pourrait augmenter la pression à l'intérieur si la température augmente.

Ce type de système est souvent utilisé pour étudier des réactions chimiques où l'on veut éviter que des réactifs ou des produits ne s'échappent.

b-Un moteur à combustion interne qui échange à la fois matière (carburant) et énergie (chaleur, travail). Dans un moteur à combustion interne, le carburant entre dans le moteur (matière) et de l'énergie sous forme de chaleur et de travail est produite.

Lorsque le carburant brûle, il produit des gaz d'échappement qui sortent du moteur (échange de matière), et le moteur produit du travail qui fait tourner les roues d'un véhicule (échange d'énergie). Exemple : Les moteurs diesel, les moteurs à explosion….

c- Un calorimètre adiabatique qui ne permet aucun échange d'énergie ou de matière avec l'environnement (système isolé). Par exemple, dans un calorimètre adiabatique, lorsqu'une réaction chimique a lieu, toute la chaleur libérée ou absorbée par la réaction est mesurée sans perte vers l'extérieur.

Exemple : Détermination de l’enthalpie d’oxydation du magnésium

II- Parmi ces variables lesquelles sont extensives ou intensives :
Grandeur extensive : Une grandeur extensive est proportionnelle à la quantité de matière du système. Sa valeur pour le système entier est la somme de ses valeurs pour chacune de ses parties.
Une grandeur intensive ne dépend pas de la quantité de matière. Dans un système homogène, sa valeur est la même pour le système entier et pour chacune de ses parties. Elle est définie localement en chaque point du système

Extensive	intensive
la masse le volume	la masse volumique le volume massique, la température la pression

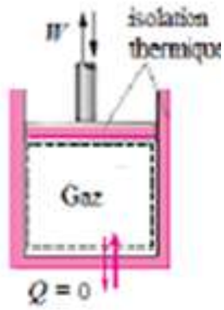
III- Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui vous paraissent définir correctement l'état d'un système ?

a- Une mole d'azote à 0°C : Cette option donne la température, mais pas la pression, le volume ou la quantité de matière. Elle est donc incomplète. Le système n’est donc pas défini correctement.

b- Une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm : Cette option donne la température et la pression, mais toujours pas le volume. Elle reste donc incomplète pour décrire un système macroscopique

c- Une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm et un volume de 22,4 litres : C'est la plus intéressante et qui définit correctement un système, car elle donne la température, la pression et le volume. Pour un gaz parfait, on pourrait en déduire la quantité de matière (nombre de moles) avec la loi des gaz parfaits (PV=nRT).

d- Une mole d'azote à 0°C sous une pression de 1atm et un volume de 22,4 litres et de masse volumique 1,256 g/l : Le système n'est pas bien défini si l'on ne précise pas quelle variable est fonction des autres qui représente la fonction d'état.



Exercice 5

Classer les étapes suivantes selon une logique de succession :

1. **Première série d'étapes**
c. on appuie sur le piston et le volume du gaz diminue.
a. le milieu extérieur fournit 25 J au système par le travail.
b. l'énergie reçue par le système est W=25J.

2. **Deuxième série d'étapes**
c. le piston s'élève et le volume du gaz augmente.
b. le système fournit, par travail, de l'énergie au milieu extérieur.
a. l'énergie fournie par le système au milieu extérieur est W= -30J.

Exercice 6

Une mole de O2 sous la pression P=1atm et température T= 27°C. Dans ces conditions, le gaz est pratiquement parfait ;

1. Quel est le volume occupé ?

On a pour un gaz parfait : $\mathrm{PV} = \mathrm{nRT} \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$

$$V = \frac{1 \times 8{,}31 \times 300}{1 \times 1{,}013 \times 10^5} = 24{,}6 \times 10^{-3} m^3$$

$$V = 24{,}6 \times 10^{-3} m^3$$

$$V = \frac{1 \times 0{,}082 \times 300}{1} = 24{,}6 l$$

$$V = 24{,}6 l$$

2. Calculer le volume de ce gaz à une pression de 12 atm et sous la même température :

$$\mathrm{PV} = \mathrm{nRT} \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

$$V = \frac{1 \times 8{,}31 \times 300}{12 \times 1{,}013 \times 10^5} = 2{,}05 \times 10^{-3} m^3$$

$$\boldsymbol{V = 2{,}05 l}$$

Ou bien on utilise la transformation isotherme puisque **T_1= T_2** tel que $\boldsymbol{T = \frac{PV}{nR}}$

$$\Rightarrow \frac{P_1V_1}{nR} = \frac{P_2V_2}{nR}$$

$$\Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2$$

$$V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{1 \times 24{,}6}{12} = 2{,}05l$$

$$V_2 = 2{,}05l$$

Déduire son volume spécifique et sa densité :
- volume spécifique :

$$v = \frac{V}{m}$$

Calcul de m : $n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \times M = 1 \times 32 = 32g$

$$v = \frac{2{,}05 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} = 6{,}4 \times 10^{-2} m^3.Kg^{-1}$$

$$v = 6{,}4 \times 10^{-2} m^3.Kg^{-1}$$

-Densité :$d = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}}$

On a $\rho_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{V_{O_2}} = \frac{32\times10^{-3}}{2{,}05\times10^{-3}} = 15{,}61Kg.m^{-3}$

$$\rho_{O_2} = 15{,}61Kg.m^{-3}$$

Ou bien : $\rho_{O_2} = \frac{1}{v} = \frac{1}{6{,}4\times10^{-3}} = 15{,}61Kg.m^{-3}$

Calculons ρ_{air} : $\rho_{air} = \frac{m_{air}}{V_{air}} = \frac{29\times10^{-3}}{2{,}05\times10^{-3}} = 14{,}14Kg.m^{-3}$

Le volume de l'air est le même pour 1 mole de O_2 dans les mêmes conditions.

$$\rho_{air} = 14{,}14Kg.m^{-3}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}} = \frac{15{,}61}{14{,}14} = 1{,}103$$

$$d = 1{,}103$$

On peut également calculer la densité en utilisant la relation :

$$d = \frac{M}{29} = \frac{32}{29} = 1{,}103$$

3. Le gaz est chauffé jusqu'à une température absolue de 560 K sous la même pression. Quel est le volume de ce gaz ? Déduire son volume spécifique et sa densité.

$$\mathrm{PV} = \mathrm{nRT} \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}$$

$$V = \frac{1 \times 8{,}31 \times 560}{12 \times 1{,}013 \times 10^5} = 3{,}83 \times 10^{-3} m^3$$

$$\boldsymbol{V = 3{,}83l}$$

Ou bien on utilise la transformation isotherme puisque **P_1= P_2** tel que $\boldsymbol{P = \frac{nRT}{V}}$

$$\Rightarrow \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_2}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$V_2 = \frac{T_2 V_1}{T_1} = \frac{560 \times 2.05}{300} = 3{,}83l$$

$$V_2 = 3{,}83l$$

Déduire son volume spécifique et sa densité :
- volume spécifique :

$$v = \frac{V}{m}$$

Calcul de m : $n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \times M = 1 \times 32 = 32g$

$$v = \frac{3{,}83 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} = 0{,}119 m^3.Kg^{-1}$$

$$v = 0{,}119 m^3.Kg^{-1}$$

-Densité :$d = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}}$

On a $\rho_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{V_{O_2}} = \frac{32 \times 10^{-3}}{3{,}83 \times 10^{-3}} = 8{,}35 Kg.m^{-3}$

$$\rho_{O_2} = 8{,}35 Kg.m^{-3}$$

Ou bien : $\rho_{O_2} = \frac{1}{v} = \frac{1}{0{,}119} = 8{,}35 Kg.m^{-3}$

Calculons ρ_{air} : $\rho_{air} = \frac{m_{air}}{V_{air}} = \frac{29 \times 10^{-3}}{3{,}83 \times 10^{-3}} = 7{,}57 Kg.m^{-3}$

Le volume de l'air est le même pour 1 mole de O_2 dans les mêmes conditions.

$$\rho_{air} = 7{,}57 Kg.m^{-3}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}} = \frac{8{,}35}{7{,}57} = 1{,}103$$

$$d = 1{,}103$$

On peut également calculer la densité en utilisant la relation :

$$d = \frac{M}{29} = \frac{32}{29} = 1{,}103$$

Conclusion : d'après les deux question 2 et 3 on remarque que la masse volumique change en fonction des conditions par contre la densité reste la même quel que soit les conditions.

4. Calculer la pression en atm et en Pa de ce même gaz lorsqu'il occupe un volume de 10L sous 27 °C.

$$\mathrm{PV} = \mathrm{nRT} \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$P = \frac{1 \times 8{,}31 \times 300}{10 \times 10^{-3}} = 2{,}493 \times 10^{5} Pa$$

$$P = 2{,}493 \times 10^{5} Pa$$

$$P = \frac{1 \times 0{,}082 \times 300}{10} = 2{,}493 atm$$

Exercice 7

On effectue une compression de 1 bar à 10 bars d'un litre d'air assimilé à un gaz parfait pris initialement à la température ambiante 20 °C (dQ=0).

Calcul du travail reçu par le système

$$W = -\int PdV$$

La transformation est adiabatique puisque dQ=0.

On a donc : PV^{γ}=cst$\Longrightarrow \frac{cst}{V^{\gamma}}$ en remplaçant l'expression de P dans l'intégral on btient :

$$W = -\int_{V1}^{V2} PdV \Longrightarrow W = -\int_{V1}^{V2} \frac{cst}{V^{\gamma}} dV$$

On aura après intégral : $\boldsymbol{W = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}}$

On doit d'abord calculer V_2 :

La transformation est adiabatique donc on a PV^{γ}=cst $\Longrightarrow P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$

$$\Longrightarrow V_2^{\gamma} = \frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_1} \Longrightarrow V_2 = V_1 \times \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_2 = 1 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{1,4}} = 0{,}19 l \approx 0{,}2 l = 0{,}2 \times 10^{-3} m^3$$

$$V_2 = 0{,}2 l = 0{,}2 \times 10^{-3} m^3$$

$$W = \frac{10 \times 1{,}013 \times 10^{5} \times 2 \times 10^{-3} - 1 \times 1{,}013 \times 10^{5} \times 1 \times 10^{-3}}{1{,}4} = 227.92\mathrm{J}$$

$$\boldsymbol{W = 227.92\mathrm{J}}$$

Exercice 8

I. 1. Donner l'expression du travail qu'il faut fournir pour compresser réversiblement 1 mole de gaz de manière isotherme de l'état $P_1V_1T_1$ à l'état $P_2V_2T_1$ selon qu'il s'agit :

a. d'un gaz parfait.

$$W = -\int_{V1}^{V2} PdV$$

Pour un gaz parfait :

$$\mathrm{PV} = \mathrm{nRT} \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Rightarrow W = -\int_{V1}^{V2} \frac{nRT}{V} dV$$

nRT=cst $\Rightarrow W = -nRT \int_{V1}^{V2} \frac{1}{V} dV = -nRT ln \frac{V_2}{V_1} = nRT ln \frac{P_2}{P_1}$

$$W = -nRT ln \frac{V_2}{V_1} = nRT ln \frac{P_2}{P_1}$$

On a pour une transformation isotherme :

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

b. d'un gaz de Van Der Waals : $(\mathbf{P}+\frac{a}{V^2})$ **(V-b)=RT**.

$$W = -\int_{V1}^{V2} PdV$$

On a d'après l'équation de Van Der Waals : : $\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{RT}}{\boldsymbol{V-b}} - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{V^2}}$.

On remplace l'expression de P dans celle du travail et on obtient :

$$W = -\int_{V1}^{V2} \frac{\boldsymbol{RT}}{\boldsymbol{V-b}} - \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{V^2}} . dV$$

$$W = -\int_{V1}^{V2} \frac{\boldsymbol{RT}}{\boldsymbol{V-b}} . d(V-b) + \int_{V1}^{V2} \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{V^2}} . dV$$

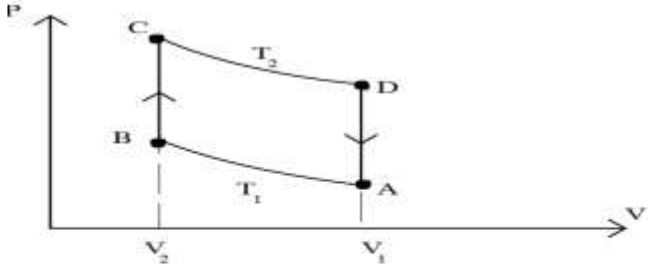
$$W = -RT ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} - a(\cancel{\frac{1}{V_2 - V_1}})$$ $W = -RT ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} - a\left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 V_2}\right)$

c. Calculer le travail dans le cas d'un gaz parfait. AN : T1 = 300 K, V1 = 20 L, V2 = 10 L.

$$W = -nRT ln \frac{V_2}{V_1} = -1 \times 8{,}31 \times 300 \times ln \frac{10}{20} = 1728J$$

$$W = 1728J$$

3. On fait décrire réversiblement le cycle ABCDA à une mole de gaz parfait précédent. Ce cycle est composé de deux transformations isochores de volumes V_2 et V_1 et de deux isothermes de températures T_1 et T_2



a. Exprimer le travail total W mis en jeu par le gaz en fonction des paramètres.
D'après le diagramme de Clapeyron ou diagramme PV on a les transformations suivantes :
A→B et C→D sont isotherme et B→C et D→A sont isochore on aura donc :

A→B $W_{A\to B} = -nRTln\frac{V_B}{V_A}$

C→D $W_{C\to D} = -nRTln\frac{V_D}{V_C}$

On a $V_B=V_C=V_2$ et $V_A=V_D=V_1$ on aura donc :

A→B $W_{A\to B} = -nRTln\frac{V_2}{V_1}$

C→D $W_{C\to D} = -nRTln\frac{V_1}{V_2}= RT_2ln\frac{V_2}{V_1}$

B→C et D→A sont isochore$\Longrightarrow$ $W_{B\to C} = 0J$ et $W_{D\to A} = 0J$

On a $W_{cycle} = W_{A\to B} + W_{B\to C}+W_{C\to D} + W_{D\to A}$

$$W_{cycle} = -nRT_1ln\frac{V_2}{V_1} + 0 + nRT_2ln\frac{V_2}{V_1} + 0$$

$$W_{cycle} = nR(T_2 - T_1)ln\frac{V_2}{V_1}$$

b. Donner la nature du cycle en justifiant votre réponse :
Le cycle est moteur puisqu'il suit le sens des aiguille de la montre en plus le travail est<0
On a :

$$W_{cycle} = nR(T_2 - T_1)ln\frac{V_2}{V_1}$$

$V_2<V_1$ donc $T_1<T_2 \Longrightarrow (T_2 - T_1) > 0\ et\ ln\frac{V_2}{V_1} < 0 \Longrightarrow W_{cycle} < 0$