

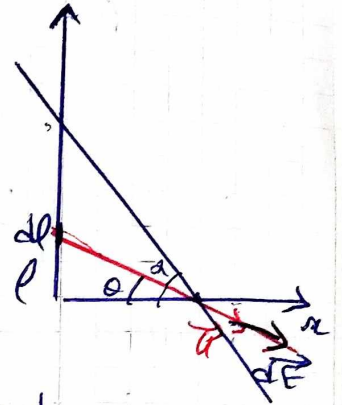
Suite TD 2 (ING).

Exo 4:

$$OM = r > 0.$$

$$d\vec{E}(M) = k \frac{dq}{r^2} \vec{u} = k \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}$$

2) l'expression de $d\vec{E}(M)$ en fct de λ, m, α and $d\alpha$
 D'après l'analyse.



$$\tan \alpha = \frac{l}{x} \rightarrow l = x \tan \alpha \rightarrow dl = \frac{x}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} \rightarrow r = \frac{x}{\cos \alpha}.$$

$$\vec{u} = \cos \alpha \vec{e} - \sin \alpha \vec{f}.$$

Ce qui donne:

$$d\vec{E}(M) = \frac{k\lambda}{x} (\cos \alpha \vec{e} - \sin \alpha \vec{f}) d\alpha.$$

$$3) \vec{E}_+(M) = \int_{\text{fil}} d\vec{E}(M) = \frac{k\lambda}{x} \int_0^\alpha (\cos \alpha \vec{e} - \sin \alpha \vec{f}) d\alpha.$$

$$= \frac{k\lambda}{x} [\sin \alpha \vec{e} + (\cos \alpha - 1) \vec{f}].$$

4) a - le même fil mais porté par l'axe (oy')
 Dans ce cas, il y a une symétrie par rapport à l'axe $(x'ox)$. Il suffit de changer dans l'expression de $\vec{E}(M)$, le vecteur $\vec{f}$ par $(-\vec{f})$:

$$\vec{E}_-(M) = \frac{k\lambda}{x} [\sin \alpha \vec{e} - (\cos \alpha - 1) \vec{f}].$$

b - Le semi-fil infini confondu avec l'axe (oy) des y positif

$$\vec{E}_{(ox)}(M) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \vec{E}_+(M) = \frac{k\lambda}{x} [\vec{e} - \vec{f}]$$

c - Le semi-fil infini confondu avec l'axe $[oy']$ des y négatif

$$\vec{E}_{(ox')} (M) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \vec{E}_-(M) = \frac{\lambda}{x} [\vec{i} + \vec{j}]$$

d - Le fil infini confondu avec l'axe $(y'oy)$

D'après le principe de superposition

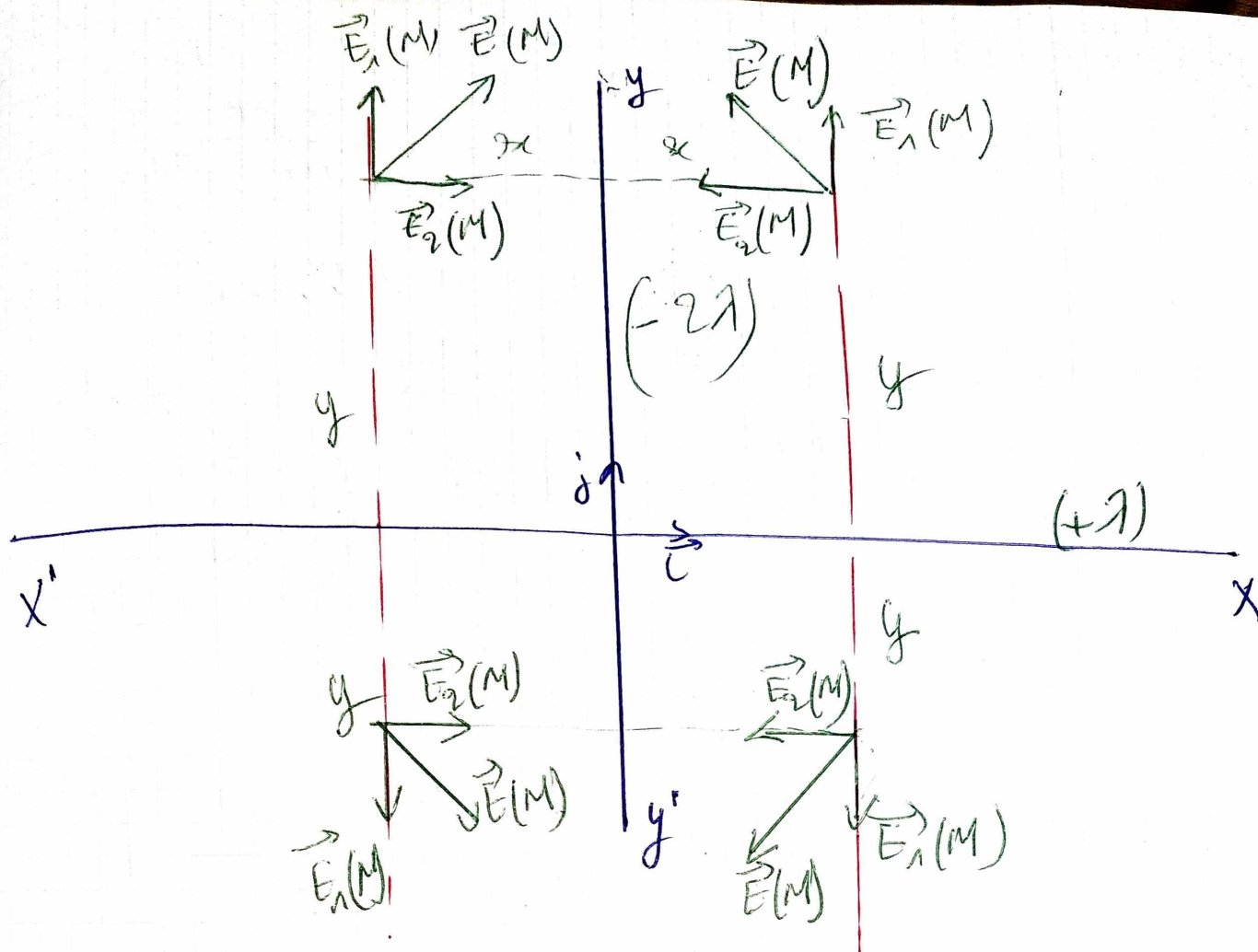
$$\vec{E}_{(x'ox)} (M) = \vec{E}_{(ox)} (M) + \vec{E}_{(ox')} (M) = 2 \frac{\lambda}{x} \vec{i}$$

Exo 5

D'après le principe de Superposition

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_{x'ox} (M) + \vec{E}_{y'oy} (M)$$

Région	Champs
Région 1 $x > 0, y > 0$	$\vec{E}(M) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \vec{j}$
Région 2 $x < 0, y > 0$	$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \vec{j}$
Région 3 $x < 0, y < 0$	$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i} - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \vec{j}$
Région 4 $x > 0, y < 0$	$\vec{E}(M) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i} - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \vec{j}$



Exo 6:

1) $OM = z > 0$.

$$dE_z(M) = dE \cos \alpha = k \frac{\sigma ds}{r^2} \cos \alpha$$

$$= k \frac{\sigma y dy d\alpha}{r^2} \cos \alpha$$

2) l'expression de la composante dE_z ---

$$r^2 = y^2 + z^2$$

$$\cos \alpha = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

donc: $dE_z(M) = k \frac{\sigma y dy d\alpha}{(y^2 + z^2)^{3/2}}$

3) l'expression $\vec{E}(M)$:

$$E_z(M) = \int_0^R dE_z(M) = K \sigma \int_0^R d\sigma \int_0^{\beta} \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\sigma \beta}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \right)_0^R$$

Pour calculer cette intégrale, on va utiliser le changement de variable.

$$u = \rho^2 + z^2 \rightarrow du = 2\rho d\rho$$

$$\int_0^R \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{1}{2} \int_{z^2}^{R^2 + z^2} (-u^{-3/2}) du = \left(-\frac{1}{\sqrt{u}} \right)_{z^2}^{R^2 + z^2}$$

$$= \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

Par conséquent

$$E_z(M) = \frac{\sigma \beta}{4\pi\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

4) a - cas d'un demi-disque

$$\beta = \pi \rightarrow E_z(M) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

b) L'axe (Oz) est un axe de symétrie du disque

Il est clair que le champ total créé par ce disque sera porté par l'axe (Oz)

$$\vec{E}_{\text{dis}}(M) = E_z(M, \beta = 2\pi) \vec{K}$$

$$\vec{E}_{\text{dis}}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \vec{K}$$

c - le champ électrique créé par un plan infini confondu avec le plan (xoy) :

$$\vec{E}_{\text{plan}}(M) = \lim_{R \rightarrow \infty} \vec{E}_{\text{dis}}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{K}$$



