

Exercice1. I- Considérons le système linéaire (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} -3x - 2y + z = 3 \\ 2x + 5y - 5z = 5 \\ 2x + 4y - 4z = 4 \end{cases}$$

1. Donner la matrice des coefficients A et la matrice augmentée \tilde{A} de (S).
2. Ecrire (S) sous la forme matricielle.

II- Calculs matriciels :

3. Compléter les deux produits matriciels suivants :

$$\blacksquare A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 7 & \dots & 3 \\ \dots & 1 & \dots \\ -6 & \dots & -2 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} \dots & -2 & \dots \\ 14 & 5 & 1 \\ \dots & 4 & \dots \end{pmatrix}$$

4. Calculer la somme matricielle suivante : $A^3 + 2A^2 - A - 2I_3$.

III- La méthode de la matrice inverse :

5. Montrer que A est inversible et donner son inverse A^{-1} . (utiliser le résultat de la question 4).
6. Résoudre le système par la méthode de la matrice inverse.

Exercice2. Considérons le système linéaire (S) dans les cas suivants :

$$\blacksquare (S) \begin{cases} -3x + 2y = 5 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} 4x_1 - 6x_2 = 1 \\ 6x_1 - 9x_2 = 1 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} x + 3y - z = 2 \\ 3x - y + z = 2 \\ -2x + y - 3z = 1 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} y + z = 0 \\ x + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

Dans chaque cas :

1. Ecrire (S) sous la forme matricielle.
2. Le système (S) est-il de Cramer ? Justifiez !
3. Si oui, résoudre le système par Cramer.

Exercice3. Résoudre par la méthode d'élimination de Gauss le système (S) suivant:

$$\blacksquare (S) \begin{cases} x + 3y - z = 2 \\ 3x - y + z = 2 \\ -2x + y - 3z = 1 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} 3x - y + 3z = 0 \\ -2x + y - z = 1 \\ -2x + y - 2z = 0 \\ -4x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$$

$$\blacksquare (S) \begin{cases} -x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} -3x - 2y + z = 0 \\ 2x + 5y - 5z = 2 \\ x - 3y + 4z = 1 \\ 2x + 4y - 4z = 4 \end{cases}$$