

Exo 1:

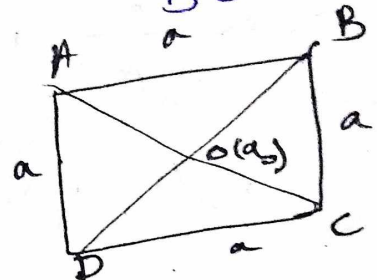
- 1) l'expression du potentiel résultant $V(o)$ au point o :
principe superposition

$$V(o) = V_A(o) + V_B(o) + V_C(o) + V_D(o)$$

$$= k \frac{q_A}{AO} + k \frac{q_B}{BO} + k \frac{q_C}{CO} + k \frac{q_D}{DO}$$

$$AO = BO = CO = DO = r = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

ce qui donne $V(o) = 0$.



- 2) l'expression de $E_p(o)$ de la charge q :
 $E_p(o) = q_b V(o) = 0$

- 3) l'énergie interne U du sys (q_A, q_B, q_C, q_D) :

$$U = k \frac{q_A q_B}{AB} + k \frac{q_A q_C}{AC} + k \frac{q_A q_D}{AD} + k \frac{q_B q_C}{BC} + k \frac{q_B q_D}{BD}$$

$$+ k \frac{q_C q_D}{CD}$$

$$AB = BC = CD = AD = a ; AC = BD = \sqrt{2} a$$

ce qui donne :

$$U = \left(\frac{2 - 5\sqrt{2}}{4} \right) \frac{k q^2}{a}$$

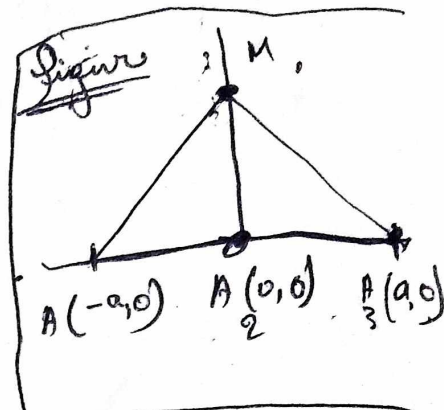
Exo 2:

1) le potentiel électrique $V(M)$ créé par ces charges au point $M(0, y)$ tel que $y > 0$.

P.S.f.

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) + V_3(M)$$

$$= k \frac{q_1}{A_1 M} + k \frac{q_2}{A_2 M} + k \frac{q_3}{A_3 M}$$



⑤ $A_1 M = A_3 M = \sqrt{a^2 + y^2} ; A_2 M = y$

Ce qui donne: $V(M) = -\frac{kq}{y}$

En déduire le champ électrique total $\vec{E}(M)$ en ce point

$$\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}} V(M) = -\frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} = -\frac{kq}{y^2} \vec{j}$$

2) l'énergie potentielle interne U du Sys composé de ces trois charges:

$$U = k \frac{q_1 q_2}{A_1 A_2} + k \frac{q_1 q_3}{A_1 A_3} + k \frac{q_3 q_2}{A_2 A_3}$$

$$A_1 A_2 = A_2 A_3 = a ; A_1 A_3 = 2a$$

ce qui donne: $U = -k \frac{q^2}{2a} = -4,8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$

3) l'énergie potentielle électrique $E_p(M)$ d'une charge q posée en M (on prend $y = a$).

$$E_p(M) = q_M V(M) = - \frac{kq^2}{y} = - \frac{kq^2}{a} = - 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

Exo 3:

1) l'expression du champ $\vec{E}(x, y)$ électrique qui dérive du potentiel électrique suivant:

$$V(x, y) = x(y^2 - 4x^2)$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V = - \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j}$$

$$- \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} = -y^2 - 12x^2 \vec{i}$$

$$- \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} = -2xy \vec{j}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V = - \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} = (y^2 - 12x^2) \vec{i} - 2xy \vec{j}$$

2) le potentiel électrique $V(x, y)$.

$$\vec{E}(x, y) = a(y \vec{i} + x \vec{j}) ; \quad V(1, 1) = 0$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V = - \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} \rightarrow \begin{cases} - \frac{\partial V}{\partial x} = ay \\ - \frac{\partial V}{\partial y} = ax \end{cases}$$

$$- \frac{\partial V}{\partial x} = ay \rightarrow V(x, y) = -axy + f(y)$$

$$- \frac{\partial V}{\partial y} = ax \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} [-axy + f(y)] = -ax + f'(y) = -ax$$

$$f'(y) = 0 \rightarrow f(y) = C$$

Donc: $V(x, y) = -axy + C$

à la condition limite: $V(1, 1) = -a + C = 0$

$$\boxed{C = a}$$

au final: $V(x, y) = -axy + a = a(1 - xy)$.

Ex 104

1) le potentiel $V(M)$

P. S. P:

$$V(M) = V_B(M) + V_C(M) = k \frac{q_B}{BM} + k \frac{q_C}{CM}$$

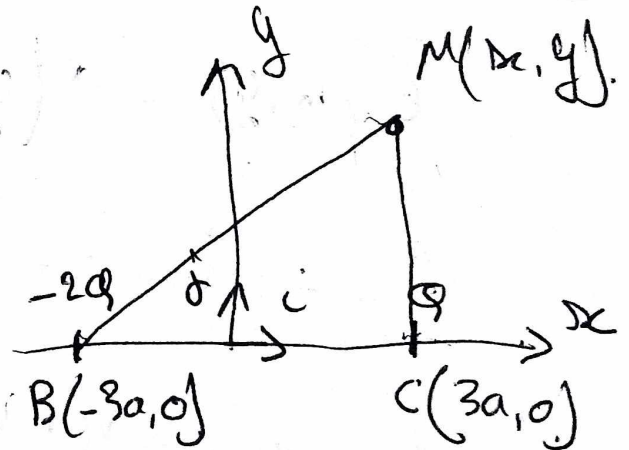
D'après la figure:

$$BM = \sqrt{(m+3a)^2 + y^2}$$

$$CM = \sqrt{(m-3a)^2 + y^2}$$

ce qui donne:

$$V(M) = kq \left[\frac{-2}{\sqrt{(m+3a)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(m-3a)^2 + y^2}} \right]$$



2) Montrer que la Surface equipotentielle
 $V(M) = V_0 = \text{CST}$

$$kq \left[\frac{-2}{\sqrt{(x+3a)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2 + y^2}} \right] = V_0.$$

Cependant, on nous demande de trouver une surface équipotentielle. on prend, par exple: $V=0$

$$\frac{-2}{\sqrt{(x+3a)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2 + y^2}} = 0.$$

$$\frac{2}{\sqrt{(x+3a)^2 + y^2}} = \frac{1}{\sqrt{(x-3a)^2 + y^2}}.$$

on élève les ~~deux~~ cotés au carré et après quelques manipulations on trouve :

$$x^2 + 10ax + y^2 + 9a^2 = 0.$$

qui peut également s'écrire sous la forme :

$$(x+5a)^2 - 25a^2 + y^2 + 9a^2 = 0.$$

$$(x+5a)^2 + y^2 = 16a^2$$

On obtient donc un cercle de centre $(-5a, 0)$
et de rayon $R = 4a$.