

Série de TD n°3 de Maths 2
Calcul Matriciel et systèmes d'équations linéaires

Exercice n°1

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

1. Calculer si elles existent, les matrices suivantes : $A + B, AB, BA, AC, BC, {}^t B, {}^t AB, {}^t A {}^t B, A + 5Id_2$.
2. Déterminer les valeurs de a, b, c tels que $X^2 = 0$.

Exercice n°2

Soit la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer le déterminant de A :
 - a) En le développant suivant la première ligne.
 - b) En le développant suivant la deuxième colonne.
 - c) Par la règle de Sarrus.
- 2) La matrice A est-elle inversible ? Si oui, calculer son inverse.
- 3) Résoudre le système linéaire suivant :

$$(S) \begin{cases} x_1 + x_3 = 1, \\ -2x_1 + 3x_2 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

- a) Par la méthode de Cramer.
- b) En utilisant l'inverse de A .

Exercice n°3

Résoudre par la méthode de Gauss les systèmes linéaires suivants :

$$(S1) \begin{cases} x + 4y - z = 1, \\ 2x + y + 2z = 3, \\ 3x - 2y + z = 2. \end{cases} \quad (S2) \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 11, \\ 2x + 3y + 4z + t = 12, \\ 3x + 4y + z + 2t = 13, \\ 4x + y + 2z + 3t = 14. \end{cases}$$