Université A- mira de Bejaia
Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion
Département SEGC(LMD)
Module stat I
Enseignant : Dr. Mousli

Chapitre 3 : Les paramètres de tendance centrale

3.1. Introduction :

Synthétiser l'information contenue dans un tableau par un graphique est la première étape réalisée en statistique. Par la suite, on cherche à synthétiser encore plus l'information en la réduisant à une seule valeur numérique. Les caractéristiques de tendance centrale essayent de donner la valeur la plus représentative d'un ensemble de valeurs numériques.

Les caractéristiques de valeur centrale doivent remplir certaines conditions. En 1945, le statisticien britannique « Yule » considère qu'une bonne caractéristique devrait réunir les six qualités suivantes :

1- Être définie de façon claire et objective (2 personnes différentes doivent trouver le même résultat)
2- Tenir compte de toutes les observations
3- Avoir une signification concrète (résultats accessibles à des non statisticiens)
4- Être simple à calculer
5- Être peu sensible aux valeurs extrêmes et aux fluctuations de l'échantillonnage par rapport à la population mère
6- Se prêter facilement au calcul algébrique (notamment aux probabilités).

En pratique, aucune caractéristique ne satisfait complètement aux six conditions énoncées ci-dessus. La plus usitée est la moyenne qui se prête le mieux au calcul algébrique.

Exemple :

Étudions la répartition d'une variable caractérisant les éléments de A et B. Supposons que la variable en question est l'âge et que nous voulons comparer les valeurs de cette variable dans chacun des deux ensembles. La comparaison peut s'effectuer à l'aide de deux polygones présentés sur un même graphique, mais cette dernière n'est pas facile à interpréter. Dans ce cas, nous pouvons faciliter la comparaison en utilisant une donnée synthétique centrale, comme l'âge moyen par exemple.

3.2. La Médiane :

3.2.1. Définition :

La médiane que l'on note **Me** correspond à la valeur de la variable statistique qui partage la population en deux parties égales, les valeurs de la série statistique étant au préalable classées dans l'ordre croissant.

Interprétation : si on connait la médiane d'une série, que peut-on en déduire ?

-Au moins la moitié (50%) des valeurs sont inférieures ou égales à **Me**.

-Au moins la moitié (50%) des valeurs sont supérieures ou égales à **Me**.

Exemple :

Dans une classe, la médiane des notes à un examen de statistique est 11. On peut dire que :

- Au moins la moitié des élèves (50%) a une note inférieure ou égale à 11.
- Au moins la moitié des élèves (50%) a une note supérieure ou égale à 11.

3.2. 2. Déterminations pratique

a. Cas d'une variable discontinue :

Nous commençons par ordonner la série. Deux cas se présentent :

- **Si le nombre d'observations est impair (2k+1) et aucune valeur n'est répétée** :

Dans ce cas, la médiane correspond à la **(k+1)** ième observation.

Exemple 1 : sept étudiants ont obtenu les notes suivantes : 14, 7, 10, 5, 11, 8, 9

Ordonnons la série par ordre croissant :

$\underline{5\ \ 7\ \ 8}$	9	$\underline{10\ \ 11\ \ 14}$
3 termes	**Me**	**3 termes**

Le rang de la médiane est donc $\frac{n+1}{2}=\frac{7+1}{2}=4$ D'où **Me=9 points**.

- **Si le nombre d'observations est pair (2k) et aucune valeur n'est répétée :**

Dans ce cas, il y a un intervalle appelé **« intervalle médian »**, qui laisse autant de termes à gauche qu'à droite : cet intervalle a comme extrémités les valeurs de la **k ième et** de la **(k+1) ième** observations. On prend généralement la moyenne arithmétique de ces 2 bornes.

Exemple 2 : soit la série de résultats :

$$5 \quad 8 \quad \underline{9 \quad 11} \quad 14 \quad 16$$

Intervalle médian

La médiane est la moyenne des données occupant les rangs :

$\frac{n}{2}$ et $\frac{n}{2}+1$ c'est-à-dire : $\frac{6}{2}=3$ et $\frac{6}{2}+1=4$.

(La médiane occupe donc les rangs 3 et 4). D'où : $\boldsymbol{Me=\frac{9+11}{2}=10\ points}$.

A partir de ces résultats, on déduit que la détermination de la médiane pour un nombre d'observation plus grand peut se faire à partir du tableau des effectifs cumulées croissants selon deux cas :

Si le nombre d'observations est impair : $M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$

- **Si le nombre d'observations est pair :** $M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

Remarque :

La médiane peut être déterminer graphiquement à partir du diagramme en escalier (de l'intersection de diagramme cumulatif croissant et décroissant).

Exemple 3 :

On donne le tableau suivant concernant un échantillon de 500 familles selon le nombre d'enfants :

Tableau 11 : Distribution des 500 familles selon le nombre d'enfants

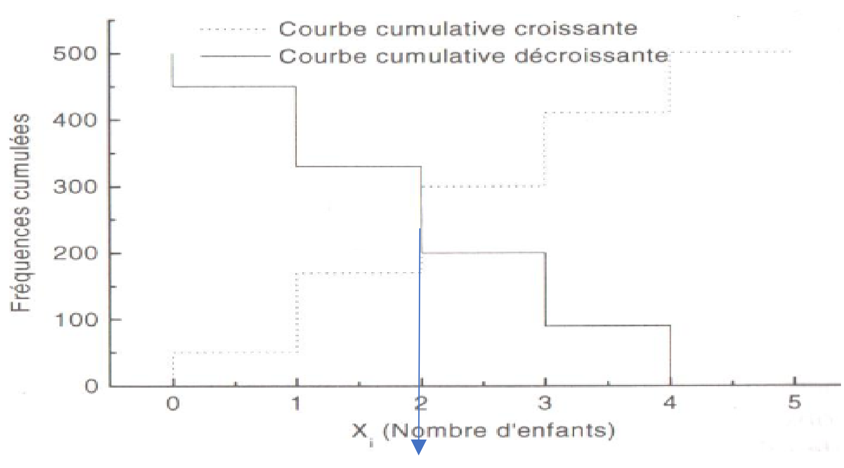
X_i	n_i	$n_i \uparrow$	$n_i \downarrow$
0	50	50	500
1	120	170	450
2	130	300	330
3	110	410	200
4	90	500	90
Total	500	-	

Ici, on est dans le cas où le nombre d'observations est pair :

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

$$M_e = \frac{x_{250} + x_{251}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

<u>Détermination graphique :</u>



Mé=2 enfants

b. Cas d'une variable continue :

Dans ce cas, les valeurs de la variable statistique étant regroupées en classes, on ne peut, dans un premier temps, que situer la médiane à l'intérieur d'une classe appelée classe médiane. Cette classe médiane se définit à partir des effectifs cumulés.

Pour déterminer la médiane, on regarde quelle est la variable statistique (portée en abscisse) qui correspond à un effectif de N/2 (porté en ordonnée).

Exemple :

Le tableau suivant retrace les salaires de 50 ouvriers en milliers de dinars (MDA) dans une entreprise.

Tableau 12 : Répartition des 50 ouvriers selon leurs salaires en MDA

Classes	n_i	$n_i \uparrow$	f_i	$f_i \uparrow$
[10 - 50 [	15	15	0,3	0,3
[50 -100 [	20	35	0,4	0,7
[100-200[	10	45	0,2	0,9
[200-300[	5	50	0,1	1
Total	50	-	1	-

Nous savons que la médiane partage la population (l'effectif total) en deux parties égales, d'où la médiane correspond à la 25ème observation.

Examinons le tableau des effectifs cumulés croissants, le 25ème ouvrier a un salaire compris entre 50 et 100 MDA. Donc la classe médiane appartient l'intervalle [50-100[.

Pour trouver le salaire du 25ème ouvrier, nous procédons de la manière suivante :

$$Me = X_{min} + \frac{\frac{N}{2} - ni^{\uparrow}_{Me-1}}{n_{i_{Me}}} \times a_i$$

$$Me = 50 + \frac{25 - 15}{20} \times 50 = 75\ MDA$$

Dans le cas où nous utilisons les fréquences relatives cumulées croissantes, la détermination de la médiane se fait, d'après les formules suivantes :

$$Me = X_{min} + \frac{0,5 - fi^{\uparrow}_{Me-1}}{f_{i_{Me}}} \times a_i$$

$$Me = 50 + \frac{0,5 - 0,3}{0,4} \times 50 = 75\ \ MDA.$$

3.3. Le Mode (Mo)

3.1. Définition :

Le Mode noté **Mo** d'une distribution est la valeur de la variable statistique dont l'effectif est plus grand (ou la fréquence plus grande).

Donc Le **mode** d'une série correspond à la valeur la plus fréquente.

3.2. Détermination pratique :

a. Cas d'une variable discrète : Lorsque la variable statistique est discrète, le mode est défini avec précision

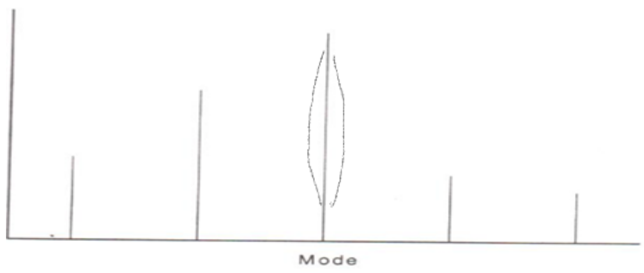
Exemple :

Le tableau ci-dessous donne la répartition des familles selon le nombre de voitures

X_i : nombre de voiture	n_i
1	**20**
2	8
3	2
Total	30

20 est l'effectif le plus grand, donc **le Mode est égale Mo=1 voiture.**

Le mode graphiquement : il correspond au bâton le plus haut.



Remarque :

- Une série peut posséder plusieurs modes s'il y a plusieurs valeurs qui se répètent un même nombre de fois.

- Il peut se trouver également qu'une distribution ne possède aucun mode.

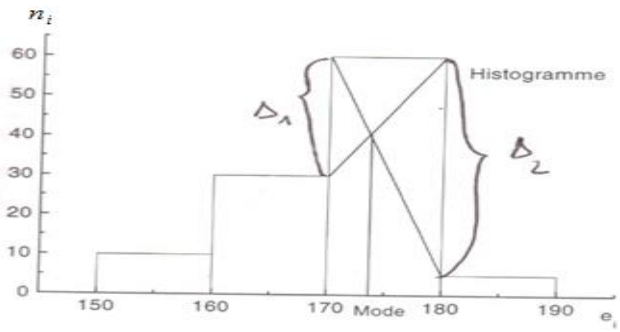
b. Cas d'une variable continue

Lorsque la variable est continue, la détermination du mode est beaucoup moins précise. En effet, les valeurs prises par la variable étant regroupées en classe, on parle tout simplement de classe modale désignant par-là la classe qui a le plus grand effectif.

Remarque : si les classes sont inégales, la classe modale est définie à partir de l'effectif rectifié.

Exemple1 : La série suivante représente la taille de 105 étudiants (unité de mesure Cm)

e_i	n_i
[150-160[	10
[160-170[	30
[170-180[	60
[180-190[	5
Total	105



Il s'agit d'une approximation graphique du mode par la méthode des diagonales. La valeur exacte est donnée par la formule suivante :

$$Mo = X_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times a_i$$

Avec Δ_1 et Δ_2 représentant la différence entre la fréquence correspondant à la classe modale ([170-180[) et les effectifs des classes voisines.

$$Mo = 170 + \frac{60-30}{(60-30)+(60-50)} \times 10 = 173{,}53\ cm$$

Exemple2 :

La série suivante représente la répartition des exploitations agricoles selon leurs superficies évaluées en Hectare.

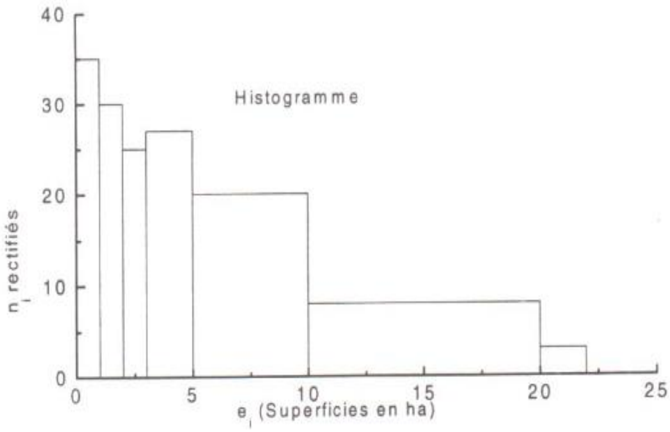
Tableau 13: la répartition des 330 exploitations selon leur superficie

Classes	n_i	a_i	n_i **Corrigés**
[0 - 1[	35	1	35
[1 - 2[	30	1	30
[2 - 3[	25	1	25
[3 - 5[	54	2	27
[5 - 10[	100	5	20
[10-20[	80	10	8
[20-22[	6	2	3
Total	330	-	-

Comme les amplitudes (a_i) sont inégales, donc la classe modale correspond à l'effectif le plus grand des n_i**corrigés** qui est égal à 35.

D'où **la classe modale est : [0 - 1[**

$$Mo = X_{\min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times a_i \Rightarrow Mo = 0 + \frac{(35-0)}{(35-0)+(35-30)} \times 1 = 0{,}875\,\text{HA}$$



Remarque : Lorsque les classes sont inégales, $a_i$correspond à l'amplitude de la classe modale en question.

3.4. Les Moyennes

3.4.1. La moyenne arithmétique

La moyenne arithmétique, que le note $\bar{X}$ est la somme des valeurs prises par la variable statistique, divisée par le nombre d'observations.

Cette moyenne est dite simple par opposition à la moyenne pondérée par les effectifs correspondant à chaque valeur de la variable statistique.

a. Cas d'une variable discrète

Dans le cas d'une variable discrète où, à chaque valeur prise par la variable statistique ne correspond qu'un seul individu, il est bien évident qu'il n'y a pas de pondération à faire.

- **La moyenne arithmétique simple :**

La moyenne arithmétique simple est définie de la manière suivante :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

Exemple 1 :

7 salariés d'une entreprise étatique ont reçu en juin 2014, les primes suivantes :

7500DA, 8300 DA, 9100 DA, 9600 DA, 10700 DA, 10800 DA, 11300 DA.

La prime moyenne est :

$\bar{X} = \frac{7500+8300+9100+9600+10700+10800+11300}{7} = \frac{67300}{7}$ D'où : $\bar{X}$=9614,3DA

- **La moyenne arithmétique pondérée :**

Dans le cas d'une variable discrète où, à chaque valeur de la variable statistique correspond un effectif, on utilise la formule de la moyenne pondérée.

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i \times x_i}{N}$$

Exemple 2 : Supposons que les 7 salariés aient reçu les primes suivantes :

1070 830 830 960 960 960 1070

Tableau 14 : Répartition des salariés selon leur prime

X_i	n_i	$n_i \times x_i$
8300	2	16600
9600	3	28800
10700	2	21400
Total	7	66800

$$\overline{X} = \frac{\sum n_i \times x_i}{N} = \frac{66800}{7} = 9542{,}9 \text{ DA}$$

b. Cas d'une variable continue :

Dans ce cas où, à chaque classe de la variable statistique correspond un effectif, nous utilisons la formule de la moyenne pondérée. Seulement, à chaque classe, on associe, pour les calculs, le centre de classe c_i

Exemple 1 :

La série suivante dans le tableau ci-dessous donne la répartition des ouvriers d'une usine selon leur prime mensuelle en milliers de DA

Tableau 15 : Répartition des ouvriers selon leur prime mensuelle

Prime (MDA)	n_i	c_i **(Centre de classe)**	$n_i \times c_i$
[4-5 [	12	4,5	54
[5-6 [	23	5,5	126,5
[6-7 [	42	6,5	273
[7-9 [	56	8	448
[9-11[	34	10	340
[11-15[	32	13	416
[15-23[	16	19	304
[23-31[	4	27	108
Total	219	-	2069,5

D'où : $\overline{X} = \frac{\sum n_i \times c_i}{N} = \frac{2069{,}5}{219} = \mathbf{9{,}45}$

La prime mensuelle moyenne est donc de 9450DA.

3.4.2. La moyenne géométrique (G)

Beaucoup moins fréquente que $\overline{X}$, son utilisation est cependant recommandée lorsque les données sont présentées en chiffres relatifs, pourcentage ou proportion.

a. Moyenne géométrique simple

Soit une population composée de N individus dont les valeurs sont $x_1, x_2, \ldots, x_n$. La moyenne géométrique est dite simple lorsque dans le calcul de la moyenne chaque valeurx_i n'intervient qu'une seule fois. Son calcul est donné par la formule suivante :

$$G = \sqrt[N]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots \times x_n} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{N}},$$

Remarque : lorsque le nombre des observations est grand, le calcul de la moyenne G sera difficile. Pour cela on fait appel à la fonction logarithmique :

$$\log G = \log\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{N}} = \frac{1}{N}\log\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \frac{1}{N}(\log x_1 + \log x_2 + \cdots \log x_n) = \frac{1}{N}\sum_{i}(\log X_i)$$

Exemple :

Au cours des 4 dernières années, les taux de croissance annuels de la production intérieure brute (PIB) ont été les suivants :

1ère année	2ème année	3ème année	4ème année
$r_1 = +7{,}2\%(0{,}072)$	$r_2 = +6{,}3\%\ (0{,}063)$	$r_3 = +7\%\ (0{,}07)$	$r_4 = +4{,}8\%\ (0{,}048)$

- **Calcul du taux de croissance moyen de la PIB au cours des 4 dernières années :**

On a :

$x_1 = 1 + r_1 = 1{,}072,\ x_2 = 1 + r_2 = 1{,}063,\ x_3 = 1 + r_3 = 1{,}07,\ x_4 = 1 + r_4 = 1{,}048$

$\boldsymbol{G = \sqrt[4]{1{,}072 \times 1{,}063 \times 1{,}07 \times 1{,}048} = \sqrt[4]{1{,}278} = (1{,}278)^{\frac{1}{4}} = 1{,}063}$

$G = (1{,}072 \times 1{,}063 \times 1{,}07 \times 1{,}048)^{\frac{1}{4}}$

$\log G = \frac{1}{4}(\log 1{,}072 + \log 1{,}063 + \log 1{,}07 + \log 1{,}048) = 0{,}0266$

Donc : $\boldsymbol{G = 10^{0{,}0266} = 1{,}063}$

Au cours de cette période, le taux de croissance moyen Tx est :

$\boldsymbol{Tx = (G - 1) \times 100 = (1{,}063 - 1) \times 100 = +6{,}3\%}$

b. Moyenne géométrique pondérée

Dans ce cas, la formule de la moyenne géométrique devient :

$$\boldsymbol{G = \sqrt[\sum n_i]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \ldots \times x_k^{n_k}}}$$

Exemple :

Trois équipes se sont succédées à la direction d'une entreprise. Pendant la première période qui a duré quatre ans, les bénéfices réalisés ont augmenté de 50% par an pendant la seconde période, de trois ans, 17% par an et pendant la dernière période, de deux ans, les bénéfices ont enregistré une baisse de 30% par an.

- Quel est le taux de croissance annuel moyen des bénéfices réalisés au cours de ces années.

Réponse : ici, on utilise la formule de la moyenne géométrique pondérée

$$G = \sqrt[9]{(1{,}50)^4 \times (1{,}17)^3 \times (0{,}70)^2}$$

$log\, G = \frac{1}{9}(4\, log\, 1{,}50 + 3\, log\, 1{,}17 + 2\, log\, 0{,}70) = 0.059$

D'où : $G = 10^{0{,}059} = 1{,}145\%$

Donc le taux de croissance annuel moyen est :$Tx = (1{,}145 - 1) \times 100 = +14{,}5\%$

3.4.3. La moyenne harmonique H

La moyenne harmonique est utilisée quand les valeurs statistiques sont données à la forme inverse, c'à d les valeurs d'une variable sont données par le calcul d'une unité constante sur une autre variable (km/h, DA/minute, quintaux /hectare, etc.).

La moyenne harmonique est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses des valeurs observés.

a. Moyenne harmonique simple

En considérant N observations$x_{1,}x_{2,}\ldots x_n$, les valeurs de la variable, la moyenne harmonique notée **H** est calculée à partir de la formule suivante :

$$H = \frac{N}{\sum_i \frac{1}{x_i}} = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$

Exemple :

Une entreprise de transport possède 3camions qui effectuent des rotations entre Bejaia et Bouira. Au cours d'une de celles-ci, le trajet Bejaia – Bouira a été couvert aux vitesses moyennes suivantes : 40 km/h, 60km/h, 80km/h

Quelle est la vitesse moyenne ?

$$H = \frac{3}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60} + \frac{1}{80}} = 56{,}6km/h$$

b. Moyenne harmonique pondérée

Dans ce cas, la moyenne harmonique est obtenue à partir de la forme suivante :

$$H = \frac{\sum n_i}{\sum_i \frac{n_i}{x_i}} = \frac{N}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \cdots + \frac{n_k}{x_k}}$$

Exemple :

Une entreprise de transport a 10 camions qui font des rotations entre Bejaia et Sétif. Au cours d'une de celles-ci, le trajet a été couvert par ces véhicules aux vitesses moyennes présentées dans le tableau suivant :

Vitesse moyenne (km/h)	40	60	70
Nombres de camions	4	4	2

Quelle est la vitesse moyenne globale ?

$$H = \frac{10}{\frac{4}{40} + \frac{4}{60} + \frac{2}{70}} = 51{,}5 km/h$$

3.4.4. La moyenne quadratique

La moyenne quadratique est rarement utilisée, elle est calculée sur la base des valeurs négatives ou positives et elle trouve son application principalement dans les paramètres de dispersion (la variance, les écarts-types, les moments).

a. La moyenne quadratique simple

Soient $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ une série de chiffres. La formule de la moyenne quadratique simple de cette série est donnée par : $Q = \sqrt{\frac{1}{N}\sum x_i^2}$

Exemple :

Soit la série de chiffres {-4, -2, 0, 2, 4}. Si l'on calcule la moyenne arithmétique simple on obtient zéro.

Parfois, on souhaite obtenir une caractéristique de tendance centrale ayant une valeur positive là où le calcul de la moyenne arithmétique simple aurait donné zéro. On calcule alors la **moyenne quadratique simple** en additionnant le carré de toutes les valeurs de la série et en prenant la racine carrée du total. Autrement dit, dans notre exemple :

$$Q = \sqrt{\frac{(-4)^2 + (-2)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (4)^2}{5}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = 2{,}83$$

b. La moyenne quadratique pondérée

Soients $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ une série de chiffres et $\{n_1, n_2, \ldots, n_k\}$ les effectifs correspondants. **La formule de la moyenne quadratique pondérée** de cette série est donnée par :

$$Q = \sqrt{\frac{1}{N}\sum \boldsymbol{n_i} \times x_i^2}$$

Exemple : soit le tableau suivant :

x_i	25	8	4	12	Total
n_i	10	16	25	20	71
$n_i \times x_i^2$	6250	1024	400	2880	10554

$$Q = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i \times x_i^2} = \sqrt{\frac{10554}{71}} = 12{,}1921$$

Remarque : les moyenne, qu'elles soient simples ou pondérées sont toujours ordonnées de la même façon : $\boldsymbol{H < G < \bar{X} < Q}$

3.5. Les caractéristiques de position

3.5.1. Définition

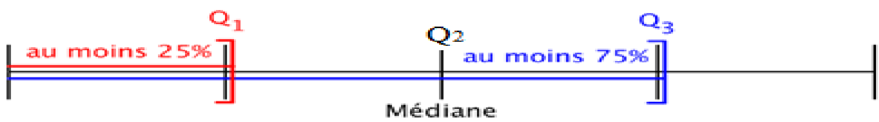
Ces caractéristiques correspondent à des nombres occupant une certaine position dans la distribution des valeurs d'une série, celles-ci étant classées dans l'ordre croissant ou décroissant.

La définition est analogue dans son principe à celle de la médiane. Les paramètres de position séparent les observations ordonnées en deux séries, dans une certaine proportion : ils sont appelés aussi « **quantiles** ».

3.5.2. Principales caractéristiques de position

a. Les Quartile

Les quartiles divisent l'effectif de la série, préalablement ordonnée par ordre croissant, en quatre parties égales. $Q_i = \mathrm{X}_{\mathrm{n}\alpha}$



- le 1er quartile Q_1= C_{25} est tel que 25% des observations lui sont inférieurs et 75% lui sont supérieures. $Q_1\left(\alpha = \frac{1}{4}\right)$
- le 2e quartile Q_2= Me = D_5 = C_{50}. la médiane apparaît donc comme une caractéristique de position. $Q_2\left(\alpha = \frac{2}{4}\right)$
- le 3e quartile Q_3= C_{75} est tel que 75% des observations lui sont inférieurs et 25% lui sont supérieures. $Q_3\left(\alpha = \frac{3}{4}\right)$

b. Les Déciles

Les déciles, au nombre de neuf, divisent la population en 10 parties égales.

Le 1er décile $D_1 = C_{10}$ est la valeur de la variable telle que 10% des observations lui sont inférieurs et 90% ont dessus de lui. $D_1\left(\alpha = \frac{1}{10}\right)$

- Le 5e décile $D_5 = C_{50}$ est la médiane. $D_5\left(\alpha = \frac{5}{10}\right)$
- Le 9e décile $D_9 = C_{90}$ a 90% des observations au-dessous de lui et 10% lui sont supérieures. $D_9\left(\alpha = \frac{9}{10}\right)$

c. Les centiles (المئينات)

Les centiles divisent l'effectif classé dans un ordre croissant en 100 parties égales.

Le 1er centile C_1 à 1% des observations au-dessous de lui et 99% lui sont supérieures. $C_1\left(\alpha = \frac{1}{100}\right)$

- Le 50e centile C_{50} est la médiane. $C_{50}\left(\alpha = \frac{50}{100}\right)$
- Le 99e centile P_{99} est tel que 99% des observations lui sont inférieures et 1% lui sont supérieures. $C_{99}\left(\alpha = \frac{99}{100}\right)$

3.5.3. Exercices sur la détermination des paramètres de position

Exercice 1 : Cas d'une variable discrète

Calculer les quartiles et les déciles de la distribution des enfants dans 500 familles.

Tableau16 : Répartition des 500 familles selon le nombre d'enfants

X_i	n_i	$\boldsymbol{n_i} \uparrow$
0	50	50
1	120	170
2	130	300
3	110	410
4	90	500
Total	500	-

<u>Calcul des principaux paramètres de position</u>

$$Q_1 = X_{n\alpha} = X_{500\left(\frac{1}{4}\right)} = X_{125} = 1\ enfant$$

$$Q_2 = X_{n\alpha} = X_{500\left(\frac{2}{4}\right)} = X_{250} = 2\ enfants$$

$$Q_3 = X_{n\alpha} = X_{500\left(\frac{3}{4}\right)} = X_{375} = 3 enfants$$

$$D_8 = X_{n\alpha} = X_{500\left(\frac{8}{10}\right)} = X_{400} = 3\ enfants$$

Exercice 2 : Cas d'une variable continue

Calculer les principaux paramètres de position de la distribution ci-dessous

Tableau 17 : Distribution de 100 ouvriers selon le salaire horaire en DA

Xi : salaire horaire	n_i	$\boldsymbol{n_i} \uparrow$
[20-25[	9	9
[25-30[	29	38
[30-35[	18	56
[35-40[	6	62
[40-45[	26	88
[45-50[	12	100
Total	100	-

Calcul des principaux paramètres de position

$* \boldsymbol{M_e} \in [\mathbf{30-35}[: M_e = X_{min} + \frac{\frac{N}{2} - n_{i\,Me-1}^{\uparrow}}{ni_{Me}} \times ai \quad \rightarrow \; M_e = 30 + \frac{50-38}{18} \times 5 = 33{,}333\ DA$

$* \boldsymbol{Q_1} \in [\mathbf{25-30}[: Q_1 = X_{min} + \frac{\frac{N}{4} - n_{i\,Q_{1-1}}^{\uparrow}}{ni_{Q_1}} \times a_i \rightarrow Q_1 = 25 + \frac{25-9}{29} \times 5 = 27{,}758\ DA$

$* \boldsymbol{Q_3} \in [\mathbf{40-45}[: Q_3 = X_{min} + \frac{N.\left(\frac{3}{4}\right) - n_{i\,Q_{3-1}}^{\uparrow}}{ni_{Q3}} \times a_i \rightarrow Q_3 = 40 + \frac{75-62}{26} \times 5 = 42{,}5\ DA$

$* D_1 \in [25-30[: D_1 = X_{min} + \frac{N.\left(\frac{1}{10}\right) - n_{i\,D_{1-1}}^{\uparrow}}{ni_{D1}} \times a_i \rightarrow D_1 = 25 + \frac{10-9}{29} \times 5 = 25{,}1\ DA$

$* \boldsymbol{D_9} \in [\mathbf{45-50}[: \quad D_9 = X_{min} + \frac{N.\left(\frac{9}{10}\right) - n_{i\,D_{9-1}}^{\uparrow}}{ni_{D9}} \times a_i \rightarrow D_9 = 45 + \frac{90-88}{12} \times 5 = 45{,}83 DA$

$Q_2 = M_e = 33{,}333 DA$

$C_{50} = M_e = 33{,}333 DA$

$C_{25} = Q_1 = 27{,}758 DA$

$C_{75} = Q_3 = 42{,}500 DA$