

Exercice 1 :

1. En fonction de V, Q', R, R' et l , calculer :

a. La charge Q portée par S :

Soit V_1 le potentiel créé par Q sur S , et V_2 celui créé par Q' sur S . D'après le principe de superposition :

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{Q}{R} + K \frac{Q'}{l} \rightarrow Q = R \left(\frac{V}{R} - \frac{Q'}{l} \right)$$

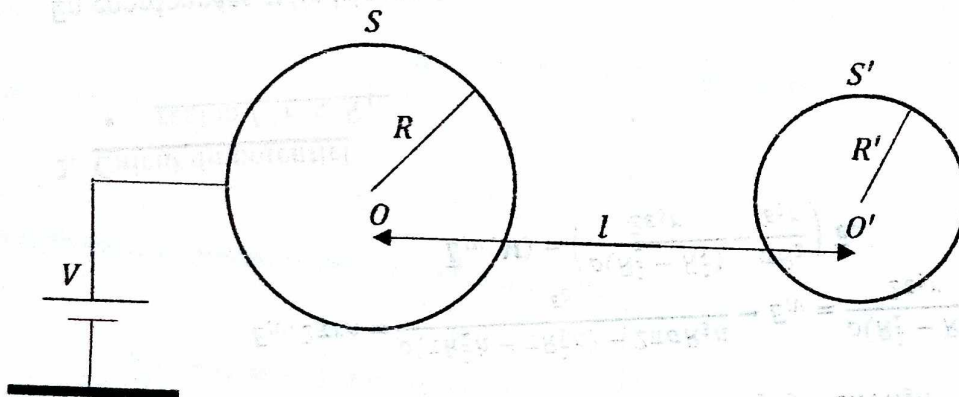
b. Le potentiel V' de S' :

De même, le potentiel V' est la somme des potentiels V'_1 et V'_2 , où V'_1 est le potentiel créé par Q' sur S' et V'_2 celui créé par Q sur S' . D'où :

$$V' = K \frac{Q'}{R'} + K \frac{Q}{l} = K Q' \left(\frac{l}{R'} - \frac{R}{l^2} \right) + \frac{R}{l} V$$

c. La force $\vec{F}$ exercée par (S) sur (S') .

$$|F| = K \frac{|QQ'|}{l^2} = \left| K \frac{Q'}{l^2} \left(V - K \frac{Q'}{l} \right) \right|$$



2. La

maintenue à l'infini, il n'y a plus d'influence entre les sphères S et S' . La charge Q_0 portée par S est alors donnée par :

$$V = K \frac{Q_0}{R} \rightarrow Q_0 = \frac{RV}{K} = 0.04 \mu C$$

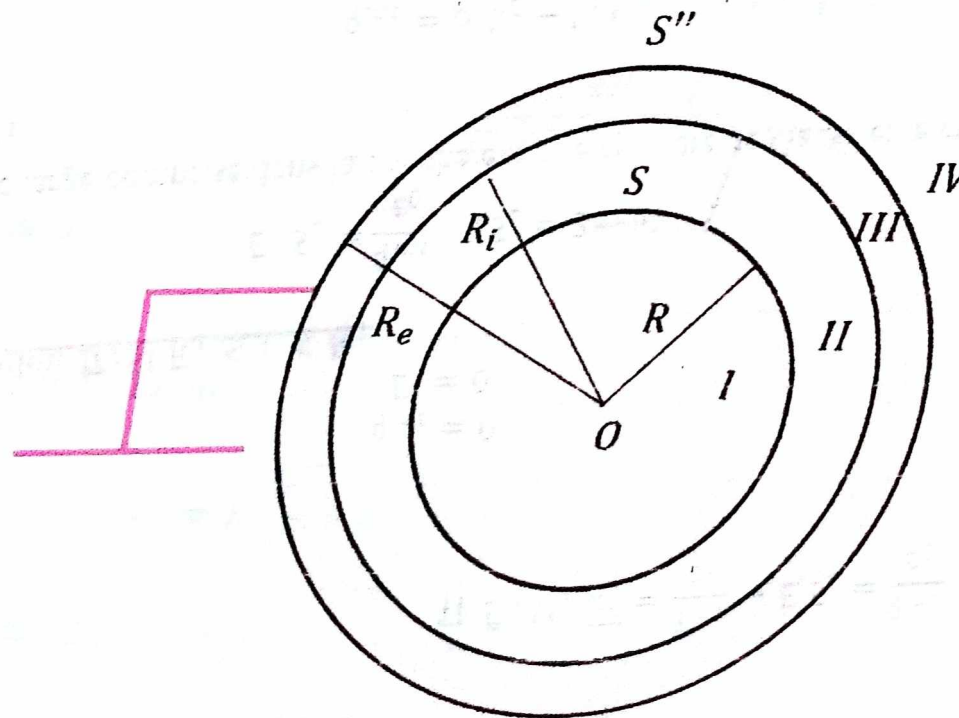
La sphère S étant isolé du générateur, sa charge ne change pas lorsqu'on l'entoure par la sphère S' : $Q_0 = 0.04 \mu C$.

- a. L'ensemble du conducteur étant relié au sol, son potentiel final sera nul :

$$V_f = 0$$

- b. L'énergie libérée au cours de cette opération est :

$$E_l = \frac{1}{2} C V_s^2 = \frac{1}{2} K Q_0^2 \left(\frac{R_i - R}{R R_i} \right)$$



6405
i. La capacité équivalente C_{AB} du circuit :

Les condensateurs C_2 et C_3 sont en parallèle. On peut les remplacer par un condensateur équivalent :

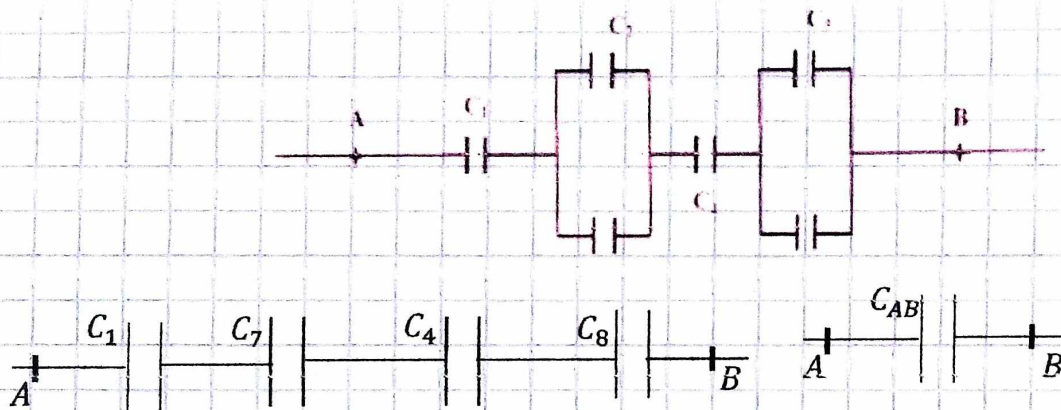
$$C_7 = C_2 + C_3 = 10 \mu F$$

Les condensateurs C_5 et C_6 sont en parallèle. On peut les remplacer par un condensateur équivalent :

$$C_8 = C_5 + C_6 = 10 \mu F$$

Les condensateurs C_1 , C_7 , C_4 et C_8 sont en série. On peut les remplacer par un condensateur équivalent à tout le circuit :

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_7} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_8} \rightarrow C_{AB} = 2 \mu F$$



2. La charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalent :

$$Q_{AB} = C_{AB} U_{AB} = 2000 \mu C = 2 mC$$

3. La charge et la différence de potentiel de chaque condensateur :

Affectons à chaque condensateur une charge et une différence de potentiel (Q_i, V_i) , $i = 1..7$

Relation entre les charges :

$$Q_1 = Q_4 = Q_2 + Q_3 = Q_5 + Q_6 = Q_{AB}$$

A partir de cette relation, on déduit les valeurs de Q_1 et Q_4 :

$$Q_1 = Q_4 = Q_{AB} = 2 mC$$

D'où les valeurs de V_1 et V_4 :

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 400 \text{ V}$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 200 \text{ V}$$

Relations entre les différentielles de potentiel :

$$\begin{cases} V_2 = V_3 \\ V_5 = V_6 \\ U_{AB} = V_1 + V_2 + V_4 + V_5 \end{cases}$$

Pour calculer les charges Q_2 et Q_3 , utilisons les relations :

$$\begin{cases} Q_2 + Q_3 = Q_{AB} \\ V_2 = V_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_2 + Q_3 = Q_{AB} \\ \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3} \end{cases}$$

La résolution de ce système nous donne :

$$Q_2 = \left(\frac{C_2}{C_2 + C_3} \right) Q_{AB} = 0.6 \text{ mC}$$

$$Q_3 = \left(\frac{C_3}{C_2 + C_3} \right) Q_{AB} = 1.4 \text{ mC}$$

D'où les valeurs des différences de potentiel V_2 et V_3 :

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 200 \text{ V}$$

Pour calculer les différences de potentiel V_5 et V_6 , utilisons les relations :

$$\begin{cases} U_{AB} = V_1 + V_2 + V_4 + V_5 \\ V_5 = V_6 \end{cases} \rightarrow V_5 = V_6 = U_{AB} - V_1 - V_2 - V_4 = 200 \text{ V}$$

D'où les charges Q_5 et Q_6 :

$$Q_5 = C_5 V_5 = 0.1 \text{ mC}$$

$$Q_6 = C_6 V_6 = 0.1 \text{ mC}$$