Corrigé Serie N°2 - LMD

Exo16,

Soit $C_{eau} = 4,18 \ kJ.kg^{-1}.k^{-1}$

T du volume V_1 d'eau chaude à l'état initial $T_1 = 70°c$

T du volume V_2 d'eau froide à l'état initial $T_2 = 15°c$

La Température finale (Eau froide + Eau chaude) = 37°c (T_f)

Le volume total $V_{tot} = V_1 + V_2 = 250 L$ ....①

* Pour un volume V d'eau, la masse d'eau à chauffer est :

$$m = \rho_{eau} . V$$

* L'energie thermique necessaire pour faire passe l'eau de T_i à T_f est donnée par la relation suivante : $Q = m.C_{eau}(T_f - T_i)$

d'où $Q = \rho_{eau}.V.C_{eau}(T_f - T_i)$

soit Q_1 = energie cedée par l'eau chaude

$$Q_1 = \rho_{eau} \times V_1 \times C_e (T_f - T_1)$$

et Q_2 : energie reçue par l'eau froide

$$Q_2 = \rho_{eau} \times V_2 \times C_e (T_f - T_2)$$

Si on suppose le système est isolé, l'energie total se conserve.

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow \rho_{eau} \times V_1 . C_e (T_f - T_1) + \rho_{eau} \times V_2 C_e (T_f - T_2) = 0$$

$$\Rightarrow V_1 (T_f - T_1) + V_2 (T_f - T_2) = 0$$

AN : $V_1 (37 - 70) + V_2 (37 - 15) = 0$

$\Rightarrow \quad -33 V_1 + 22 . V_2 = 0$ ...②

de (1) : $V_1 = 250 - V_2$ .....(3)

On remplace (3) dans (2) : $-33(250 - V_2) + 22.V_2 = 0$

$\Rightarrow V_2 = 150 L$ et $V_1 = 100 L$

Il faut donc 100 L d'eau froide et 100 L d'eau chaude

Exo 2 :

A) Un calorimètre (système isolé)

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_{cedée} + Q_{reçue} = 0$$

Q_1 : chaleur reçue par le système (Q reçue) ; Eau chaude cède de la chaleur à l'eau froide

Q_2 : chaleur cédée par le système (Q cédée)

$$Q_1 = m_1 \cdot C_{eau} (T_{eq} - T_1) + C_{cal} (T_{eq}$$

$$Q_2 = m_2 \cdot C_{eau} (T_{eq} - T_2)$$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cancel{C_{eau}} (T_{eq} - T_1) + m_2 \cancel{C_{eau}} (T_{eq} - T_2) = 0$$

$$\Rightarrow m_1 T_{eq} - m_1 T_1 + m_2 T_{eq} - m_2 T_2 = 0$$

$$T_{eq} (m_1 + m_2) = m_1 T_1 + m_2 T_2$$

$$\Rightarrow T_{eq} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{280(10) + 300(80)}{280 + 300}$$

$$\Rightarrow T_{eq} = 51,81°C$$

B) 1) Déduire l'équivalent en eau "μ" du calorimètre :

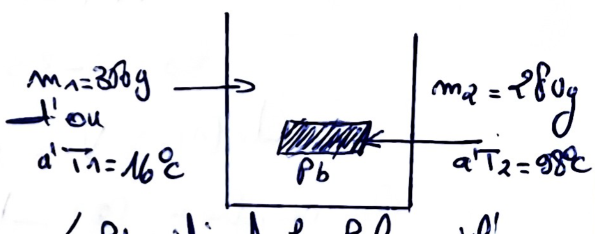
μ est la masse d'eau qui échange la même quantité de chaleur que le calorimètre et ses accessoires $C_{cal} = \mu \cdot C_{eau}$

$$\Rightarrow \mu = \frac{C_{cal}}{C_{eau}} = \frac{209}{4,18} = 50 \text{ g}$$

2) La chaleur massique du plomb

Q_1 : chaleur reçue : $m_1 \cdot C_1 (T_{eq} - T_1) + C_{cal} (T_{eq} - T_1)$

Q_2 : chaleur cédée : $m_2 \cdot C_2 (T_{eq} - T_2)$



Le Pb cède de la chaleur à l'eau froide

$$\sum Q = 0 \Rightarrow m_1 \cdot C_1 (T_{eq} - T_1) + C_{cal} (T_{eq} - T_1) + m_2 C_2 (T_{eq} - T_2) = 0$$

$$\Rightarrow C_2 = C_{pb} = \frac{-(m_1 . C_1 + C_{col})(T_{eq} - T_1)}{m_2 (T_{eq} - T_2)}$$

$$C_2 = \frac{-(350 \times 4,18 + 209)(17,7 - 16)}{280(17,7 - 98)}$$

$\Rightarrow C_{pb} = 0,126$ J/g.K

C/ $C_{col} = 32,23$ J/K ; $m_1 = 100g$ (eau) ; $T_1 = 18°C$; $m_2 = 20g$ (glace) ; $T_2 = -10°C$

et $T_{eq} = T_f = 1,88°C$

$T_2 = -10°C$ ——— $T_f = 0°C$ ——— $T_{fusion} = 0°C$ ——— $T_f = T_{eq}$

glace $Q_1 = m_2 . C_g(T_f - T_2)$; $Q_2 = m_2 . L_{fus}$; $Q_3 = m_2 . C_{eau}(T_{eq} - T_{fus})$

Q reçue $= Q_1 + Q_2 + Q_3$; avec : $Q_1 = m_2 . C_g (T_{fusion} - T_2)$

$Q_2 = m_2 . L_{fus}$ (changement d'état)

$Q_3 = m_2 . C_{eau} (T_{eq} - T_{fus})$

$Q' = Q_{cédée} = m_1 . C_{eau}(T_{eq} - T_1) + C_{col}(T_{eq} - T_1) = m_1 . C_{eau} + C_{col} [T_{eq} - T_1]$

$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q' = 0$

$\Rightarrow m_1 . C_{eau}(T_{eq} - T_1) + C_{col}(T_{eq} - T_1) + m_2 C_g (T_f - T_2) + m_2 L_{fus} + m_2 . C_{eau}(T_{eq} - T_{fus})$

$$\Rightarrow L_{fus} = \frac{-[m_1 . C_{eau} + C_{col})(T_{eq} - T_1] - m_2 . C_g (T_{fus} - T_2) - m_2 C_{eau} (T_{eq} - T_{fus})}{m_2}$$

$$\Rightarrow L_{fus} = \frac{-[100 \times 4,18 + 32,23][1,88 - 18] - 20 \times 2,1(0+10) - (20 \times 4,18)(1,88 - 0)}{20}$$

$\Rightarrow L_{fus} = 334,026$ J/g

Exercice N°3

$P_1 = 1atm$ ① $\xrightarrow{\text{isobar}}$ ② $\xrightarrow{\text{isochor}}$ ③ $P_3 = 0,5\ atm$

$T_1 = ?$ $\qquad P_2 = ?$ $\qquad T_3 = ?$

$V_1 = 22,4L$ $\qquad T_2 = 546,3K$ $\qquad V_3 = 44,8L$

$V_2 = ?$

isotherme

① Calcul de T_1:

$$P_1 . V_1 = n.RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_1 . V_1}{n . R} = \frac{1 \times 22,4}{1 \times 0,082} = 273,17K$$

② Calcul de V_2

a' $P = cst \Rightarrow \frac{V}{T} = cst \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{T_1}$

① → ②

$$\Rightarrow V_2 = \frac{22,4}{273,17} \times 546,3$$

$$\Rightarrow V_2 = 44,8L$$

où : $P_2 . V_2 = n.RT_2 \Rightarrow V_2 = \frac{n.RT_2}{P_2} = \frac{1 \times 0,082 \times 546,3}{1} = 44,8$

$\Rightarrow V_2 = V_3 = 44.8$; La transformation ② → ③ est isochore

③ Calcul de T_3:

$$T_3 = \frac{P_3 . V_3}{n . R} = \frac{0,5 \times 44,8}{1 \times 0,082} = 273,17K$$

$\Rightarrow T_3 = T_1 \Rightarrow$ La transformation ③ → ① est isotherme

④ Calcul de P_2:

$$P_2 = \frac{n.RT_2}{V_2} = \frac{1 \times 0,082 \times 546,3}{44,8} \simeq 1\ atm$$

$P_1 = P_2 = 1atm \Rightarrow$ La transformation ① → ② est isobare

* Déterminations de W, Q, ΔH et ΔU pour chaque transformation :

* transformation ① $\xrightarrow[P=cst]{\text{isobar}}$ ②

$$\Delta U = W + Q = n.c_v \Delta T$$

$$W_{1\to2} = -\int_{V_1}^{V_2} P dv = -P(V_2 - V_1) = -1,013 \times 10^5 (44,8 - 22,4 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow W_{1\to2} = -2270,157 J$$

$Q_{P\,1\to2} = n.c_p (T_2 - T_1)$ avec : $C_p - C_v = R \Rightarrow C_p = R + C_v = R + \frac{5}{2}R$

$Q_{P\,1\to2} = 1 \times 29,1 (546,3 - 273,17) = 7948,083J$ $\qquad \Rightarrow C_p = 29,1\ J/mol.K$

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2} = -2270,167 + 7948,083$$

$$\Rightarrow \Delta U_{1-2} = 5677,976\,J$$

$$\Delta H_{1-2} = Q_p = n \cdot c_p \Delta T = 7948,083\,J$$

Où $\Delta H_{1-2} = \gamma \cdot \Delta U_{1-2}$ et $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{29,1}{20,8} = 1,4$

$$\Rightarrow \Delta H_{1-2} = 1,4 \times (5677,97) = 7949,16\,J$$

* transformation ② $\xrightarrow[V = cst]{\text{isochore}}$ ③

$W_{2\to3} = 0$ car $dV = 0$

$$\Delta U_{2\to3} = W_{2\to3} + Q_{2\to3} \Rightarrow \Delta U_{2\to3} = Q_{2-3} = n \cdot c_v (T_3 - T_2)$$

$$\Delta U_{2\to3} = 1 \times \frac{5}{2} \times 8,314 (273,17 - 546,3)$$

$$\Delta U_{2\to3} = Q_{2\to3} = -5677,007\,J$$

$$\Delta H_{2\to3} = \gamma \cdot \Delta U = 1,4 \times (-5677,007) = -7947,8\,J$$

$$\Rightarrow \Delta H_{2-3} = -7947,8\,J$$

* transformation ③ $\xrightarrow[T = cst]{\text{isotherme}}$ ①

$\Delta U_{3-1} = 0$! $\Delta H_{3-1} = 0$

$$W_{3-1} = -Q_{3\to1}$$

$$\Rightarrow W_{3\to1} = -\int_{V_3}^{V_1} p\,dV = -n \cdot R T \ln \frac{V_1}{V_3} = 1 \times 8,314 \times 273,17 \ln\left(\frac{44,8}{22,4}\right)$$

$$W_{3-1} = 1574,23\,J$$

$$W_{cycle} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1} = -696\,J \Rightarrow Q_{3\to1} = -1574,23\,J$$

$$Q_{cycle} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1} = +696,8\,J$$

$$\Delta U_{cycle} = \Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-1} = 0\,J$$

$$\Delta H_{cycle} = \Delta H_{1-2} + \Delta H_{2-3} + \Delta H_{3-1} = 0\,J$$

Exo 4

- transformation isotherme $A \to B$:

$$W = -\int p\, dV$$

$$P.V = n.RT \Rightarrow P = \frac{n.RT_0}{V}$$

$$W_{A\to B} = -n.R.T \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

$$\boxed{W_{A-B} = n.RT \ln \frac{V_A}{V_B}}$$

$$\Delta U_{A-B} = W_{AB} + Q_{AB} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_{AB} = -W_{AB} = -nRT \ln \frac{V_A}{V_B}}$$

- compression adiabatique : $Q = 0$

$$\text{Etat } A \xrightarrow[\text{adiabatique}]{\text{compression}} \text{Etat } B'$$

$P_A = P_0$	$P_B' = 10 P_0$
$T_A = T_0$	$T_B' = ?$
$V_A = V_0$	$V_B' = ?$

$$\Delta U = n.C_v (T_B - T_A) = W + Q = W + 0$$

$$\Rightarrow W = \Delta U = n.C_v (T_B - T_A)$$

et $P.V^\gamma = cste \Rightarrow P_A.V_A^\gamma = P_B.V_B^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma = \frac{P_A}{P_B} = \frac{P_0}{10P_0} = \frac{1}{10}$

$$\Rightarrow \boxed{V_B = \frac{V_A}{10^{1/\gamma}} = \frac{V_0}{10^{1/\gamma}}}$$

Détermination de T_B :

$$P_B.V_B = n.RT_B \Rightarrow T_B = \frac{P_B.V_B}{n.R} = \frac{10.P_0 \times \frac{V_0}{10^{1/\gamma}}}{n.R}$$

$$\Rightarrow T_B = \underbrace{\frac{P_0.V_0}{n.R}}_{T_0} \times \frac{10}{10^{1/\gamma}}$$

$$\Rightarrow T_B = T_0 \times 10^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Donc : le travail $W = n.C_v T_0 \left(10^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$

et $Q = 0$

II Détermination du travail (détente isotherme irréversible) :

Pour une transformation irréversible $P_{ext} \neq P_{int}$ ($P_{finale} = cste$)

transformation ① ⟶ ②

$$W_{irréversible} = -P_{final}\,(V_f - V_i)$$

$$W_{irréversible} = -P_2\,(V_2 - V_1)$$

$$W_{irr} = -(1{,}013\times10^5)\times5\,(10\times10^{-3} - 8\times10^{-3}) = -810{,}4\,J$$