Université A.Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département : GC-GM

Année universitaire 2015-2016
Série 2 : TD (Maths 4)

Mars/2016

Exercice 1

les fonctions suivantes sont-elles holomorphes sur $\mathbb{C}$?

$f(z) = iz^2 - 1 + 2i, \qquad g(z) = \dfrac{z}{z^2+1}$

Exercice 2

1) Évaluer l'intègrale $\displaystyle\int_0^{1+i} i\bar{z}dz$ suivant la courbe C :

a) C le chemin orienté dans le sens positif et défini par l'équation $z = it + t^2$.

b) C est formée des segments joignant 0 à 2 et 2 à $1+i$.

c) C est le segment de droite $[OB]$, $O(0,0)$ et $B(1,1)$.

Exercice 3

En se servant de la formule intégrale de Cauchy, calculer les intégrales cur vilignes suivantes :

① $\displaystyle\oint_C \frac{z^3 - z + 1}{z + i - 1}$, où C désigne le cercle de centre $A(0,0)$ et de rayon 5, orienté positivement.

② $\displaystyle\oint_\gamma \frac{e^z}{z^2+2}$, où γ désigne le carré de sommets $1-i$, $1+i$, i, $-i$ orienté positivement.

③ $\displaystyle\oint_C \frac{\sin z}{z^3+z}$, où C désigne le cercle de centre $O(0,0)$ et de rayon 2, orienté positivement.

④ $\displaystyle\oint_C \frac{z-1}{(z+1)^2(z-i)^2}$, où C désigne le cercle de centre $O(0,0)$ et de rayon 2,

orienté positivement.

Exercice 4

Déterminer le développement en série de Laurent de chacune des fonctions suivantes autour du point singulier indiqué puis préciser la nature du point singulier en question ainsi que le résidu en ce point.

① $f(z) = z^3 \cos \frac{1}{z}$, $z_0 = 0$.

② $f(z) = \dfrac{1}{z^3(1-z)^2}$, $z_0 = 0$.