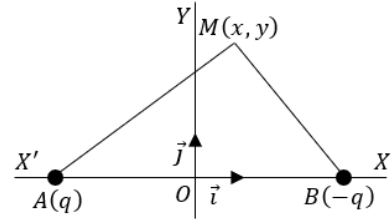


Examen Final de Physique 2

Exercice 1 : (04 points)

Deux charges ponctuelles $q_1 = q$ et $q_2 = -q$ (avec $q > 0$) sont placées sur l'axe (OX) aux positions respectives, $A(-a, 0)$ et $B(a, 0)$ (voir Figure ci-contre).

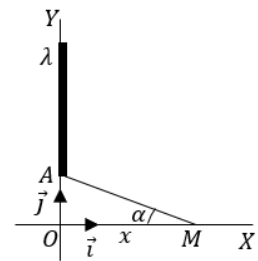
- Déterminer, en fonction de K, q, a, x et y , le potentiel électrique $V(M)$ au point $M(x, y)$.
- Déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ à partir du potentiel obtenu.
- Que deviennent les expressions de $V(M)$ et $\vec{E}(M)$ dans les cas suivants : i) $x = 0$ et ii) $y = 0$?



Exercice 2 : (04 points)

Un fil semi-infini (AY) est uniformément chargé avec une densité linéique positive λ . Soit M un point situé sur l'axe (OX) , tel que $OM = x > 0$. On pose $OA = a$ (voir Figure ci-contre).

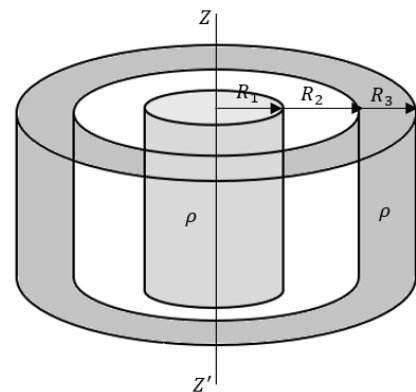
- Déterminer, en fonction de K, λ, x et a , l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par ce fil au point M .
- Déduire le champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par le fil infini porté par l'axe $(Y'OY)$.



Exercice 3 : (06 points)

On considère deux cylindres infinis et coaxiaux (de même axe $Z'Z$). Le premier, de rayon R_1 , est uniformément chargé avec une densité volumique positive ρ . Le second cylindre, qui entoure le premier, est également uniformément chargé avec la même densité volumique ρ , et s'étend radialement entre un rayon intérieur R_2 et un rayon extérieur R_3 . (Voir la figure ci-contre.).

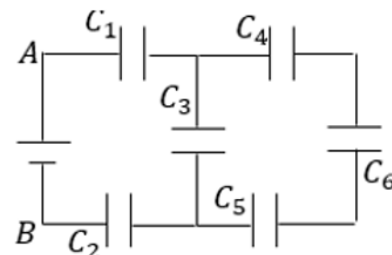
- En utilisant le théorème Gauss, calculer le champ électrostatique créé par cette distribution en tout point M de l'espace, tel que $OM = r$. Distinguer les régions : I) $r < R_1$, II) $R_1 < r < R_2$, III) $R_2 < r < R_3$, IV) $r > R_3$.
- Trouver le potentiel électrostatique $V(M)$ en un point M de la région III, sachant que $V(r = R_2) = 0$.



Exercice 4 : (04 points)

Soit l'association de condensateurs de la figure ci-contre, où : $C_1 = C_2 = 15 \mu F$, $C_3 = 20 \mu F$, $C_4 = C_5 = C_6 = 30 \mu F$

- Calculer la capacité équivalente $C_{eq} = C_{AB}$ entre les points A et B.
- Si $V_{AB} = 220 V$. A l'équilibre, calculer les charges $(Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6)$ ainsi que les tensions $(V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6)$ relatives à chaque condensateur.



Questions de cours (02 points) : 1. Donner la définition de l'électrostatique. 2. Quelles sont les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique ?

Corrigé de l'examen final de Physique 2

Exercice 1 : (04 points)

1. Le potentiel électrique $V(M)$ au point $M(x, y)$:

D'après le principe de superposition :

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) = K \frac{q_1}{AM} + K \frac{q_2}{BM} \quad (0.25)$$

$$AM = \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \quad (0.25); \quad BM = \sqrt{(a-x)^2 + y^2} \quad (0.25)$$

$$V(M) = Kq \left(\frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \right) \quad (0.25)$$

2. Le champ électrique $\vec{E}(M)$ à partir du potentiel obtenu :

$$\begin{aligned} \vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M) &= -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} \quad (0.5) = Kq \left\{ \frac{x+a}{[(x+a)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{x-a}{[(a-x)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \vec{i} \\ &+ Kq \left\{ \frac{y}{[(x+a)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{[(a-x)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \vec{j} \quad (0.5) \end{aligned}$$

3. Les expressions de $V(M)$ et $\vec{E}(M)$ dans les cas suivants :

$$x = 0 \rightarrow \begin{cases} V(M) = 0 \quad (0.5) \\ \vec{E}(M) = \frac{2Kqa}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{i} \quad (0.5) \end{cases} ; \quad y = 0 \rightarrow \begin{cases} V(M) = Kq \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{a-x} \right) \quad (0.5) \\ \vec{E}(M) = Kq \left[\frac{1}{(x+a)^2} - \frac{1}{(a-x)^2} \right] \vec{i} \quad (0.5) \end{cases}$$

Exercice 2 : (04 points)

1. L'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ créé par ce fil au point M :

L'élément de charge dq va créer au point M un champ élémentaire :

$$d\vec{E}(M) = \frac{Kdq}{r^2} \vec{u} = \frac{K\lambda dl}{r^2} \vec{u} \quad (0.5)$$

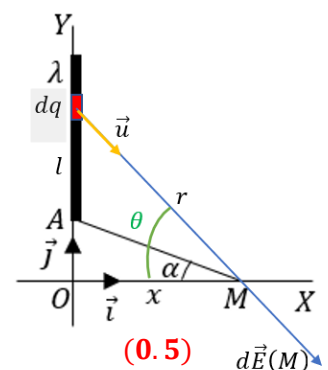
D'après la figure :

$$\tan \theta = \frac{l+a}{x} \rightarrow l = x \tan \theta - a \rightarrow dl = \frac{x}{\cos^2 \theta} d\theta \quad (0.5)$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \rightarrow r = \frac{x}{\cos \theta} \quad (0.5)$$

$$\vec{u} = \cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j} \quad (0.5)$$

En remplaçant dans l'expression du champ élémentaire, on trouve :



$$d\vec{E}(M) = \frac{K\lambda}{x} (\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j}) d\theta \quad (0.5)$$

Le champ total s'obtient en intégrant sur tout le fil :

$$\vec{E}(M) = \int_{(L)} d\vec{E}(M) = \frac{K\lambda}{x} \int_{\alpha_0}^{+\frac{\pi}{2}} (\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j}) d\theta = \frac{K\lambda}{x} [(1 - \sin \alpha) \vec{i} - \cos \alpha \vec{j}] \quad (0.5)$$

2. Le champ électrique créé par le fil infini porté par l'axe ($Y'OY$) :

$$\alpha = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \vec{E}(M) = 2 \frac{K\lambda}{x} \vec{i} \quad (0.5)$$

Exercice 3 : (06 points)

1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$:

La distribution présente une symétrie cylindrique, le champ $\vec{E}(M)$ est radial : $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r \quad (0.50)$

La surface de Gauss est un cylindre d'axe ($z'Oz$), de rayon $r = OM$ et de hauteur $h \quad (0.5)$.

Le flux de $\vec{E}(M)$ à travers la surface de Gauss :

$$\begin{aligned} \Phi &= \oiint_{(S_G)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \iint_{(S_1)} \vec{E} \cdot \vec{n}_1 ds + \iint_{(S_2)} \vec{E} \cdot \vec{n}_2 ds + \iint_{(S_3)} \vec{E} \cdot \vec{n}_3 ds \\ &= \iint_{(S_3)} E ds \quad (\vec{n}_1, \vec{n}_2 \perp \vec{E}, \vec{n}_3 \parallel \vec{E}) = ES_3 = E(2\pi rh) \quad (0.5) \end{aligned}$$

Théorème de Gauss :

$$\Phi = \oiint_{(S_G)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi\epsilon_0 rh} \quad (0.5)$$

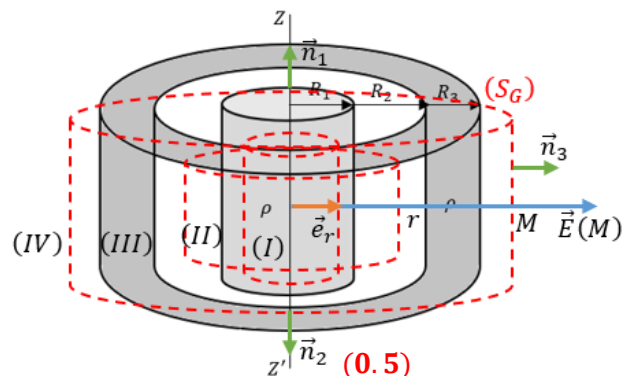
Région I : $r < R_1$

$$Q_{int} = \rho(\pi r^2 h) \rightarrow E_I(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \quad (0.5)$$

Région II : $R_1 < r < R_2$

$$Q_{int} = \rho(\pi R_1^2 h) \rightarrow E_{II}(r) = \frac{\rho R_1^2}{2\epsilon_0 r} \quad (0.5)$$

Région III : $R_2 < r < R_3$



$$Q_{int} = \rho(\pi R_1^2 h) + \rho(\pi r^2 h - \pi R_2^2 h) \rightarrow E_{III}(r) = \frac{\rho(r^2 + R_1^2 - R_2^2)}{2\varepsilon_0 r} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left(r + \frac{R_1^2 - R_2^2}{r} \right) \quad (0.5)$$

Région IV : $r > R_3$

$$Q_{int} = \rho(\pi R_1^2 h) + \rho(\pi R_3^2 h - \pi R_2^2 h) \rightarrow E_{III}(r) = \frac{\rho(R_1^2 - R_2^2 + R_3^2)}{2\varepsilon_0 r} \quad (0.5)$$

2. L'expression du potentiel électrique $V(M)$ dans la région III :

$$V_{III}(r) = - \int E_{III}(r) dr + C_3 = - \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{2} r^2 + (R_1^2 - R_2^2) \ln r \right) + C_3 \quad (0.5)$$

$$V_{III}(r = R_2) = - \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{2} R_2^2 + (R_1^2 - R_2^2) \ln(R_2) \right) + C_2 = 0$$

$$\rightarrow C_2 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{2} R_2^2 + (R_1^2 - R_2^2) \ln(R_2) \right) \quad (0.50)$$

$$\rightarrow V_{III}(r) = - \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left[\frac{1}{2} (r^2 - R_2^2) + (R_1^2 - R_2^2) \ln \left(\frac{r}{R_2} \right) \right] \quad (0.50)$$

Exercice 4 : (04 points)

1. La capacité équivalente : $C_{AB} = C_{eq} = 6 \mu F$ (01)

2. A l'équilibre, calculer les charges ainsi que les tensions relatives à chaque condensateur.

$$Q_{AB} = C_{AB} V_{AB} = 1320 \mu C \quad (0.25); \quad Q_1 = Q_2 = Q_{AB} = 1320 \mu C \quad (0.25)$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 88 V \quad (0.25); \quad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 88 V \quad (0.25)$$

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 \rightarrow V_3 = V_{AB} - V_1 - V_2 = 44 V \quad (0.50) \rightarrow Q_3 = C_3 V_3 = 880 \mu C \quad (0.25)$$

$$Q_1 = Q_3 + Q_4 \rightarrow Q_4 = Q_1 - Q_3 = 440 \mu C \quad (0.25); \quad V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 14.67 V \quad (0.25)$$

$$Q_5 = Q_6 = Q_4 = 440 \mu C \quad (0.25); \quad V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = 14.67 V \quad (0.25); \quad V_6 = \frac{Q_6}{C_6} = 14.67 V \quad (0.25)$$

Questions de cours : (02 points)

1. L'électrostatique est une branche de la physique qui étudie les effets (champ, potentiel...etc.) produits par des charges électriques statiques ou immobiles par rapport à l'observateur (01).
2. Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique : le champ électrique à l'intérieur du conducteur est nul (0.25), le potentiel électrique est constant dans tout le volume du conducteur (0.25), la charge se répartie uniquement sur la surface du conducteur (0.5).

N.B : Le note attribuée au calcul de la capacité équivalente doit être répartie sur les différentes étapes.