Université A- mira de Bejaia

Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion

Département SEGC(LMD)

Module stat I

Enseignante : Dr. BERRAH

Chapitre 2 : Représentions d'une série statistique : Tableaux et graphiques

Suite à la collecte de données, qu'il s'agisse d'une enquête, d'une expérience ou d'une autre source, les informations brutes obtenues ne sont pas directement exploitables. Elles nécessitent d'être organisées, structurées et présentées de manière claire et compréhensible. C'est là qu'intervient la statistique descriptive, qui offre des outils et des techniques pour transformer ces données brutes en informations significatives sous forme de tableaux ou de graphes.

1. Présentation d'une série statistique sous forme des tableaux

Les tableaux statistiques sont des outils indispensables pour organiser et présenter des données de manière structurée. Ils facilitent la lecture, l'analyse et l'interprétation des informations, et permettent de communiquer efficacement les résultats. Ils se présentent généralement sous la forme suivante :

Tableau 1 : Tableau statistique

Caractère (X_i)	**Effectifs Absolus (n_i)**	**Fréquences relatives ($f_i = n_i / N$)**
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
…	…	…
x_i	n_i	f_i
Total	N	1

Sachant :

- $x_1, x_2, \ldots, x_i$ indiquent les modalités du caractère étudié.
- $n_1, n_2, \ldots, n_i$ indiquent le nombre de fois de chaque modalité. Ce nombre est appelé effectif ou fréquence absolue. C'est-à-dire le nombre d'individus **ni** présentant la modalité xi.

- N : Nombre total d'individus de la population observée, est appelé effectif total, c'est la somme des effectifs. On note donc : $N = \sum_{i}^{k} n_i = n_1 + n_2 + ...n_i$.
- f_i **:** fréquence relative, c'est la proportion d'individus ayant la modalité xi, est égale au rapport de l'effectif de la modalité x_i du caractère sur l'effectif total. Donc $f_i = \frac{n_i}{N}$ et $\sum_{i=1} f_i = 1.$

Cependant, le type du tableau statistique à utiliser pour présenter une série statistique dépend de la nature du caractère étudié.

1.1. Présentation des données d'un caractère qualitatif

Les fréquences relatives peuvent également être exprimées en pourcentage en multipliant chaque fréquence relative par 100. Ainsi, le pourcentage associé à la modalité x_i est égal à f_i * 100.

Pour présenter les résultats observés dans le caractère qualitatif, nous distinguons d'abord les différentes modalités du caractère étudié. On les désigne par x_1, x_2, x_3,… x_i. Nous déterminons ensuite le nombre d'individus associés à chacune des modalités, ils sont identifiés par $n_1, n_2, n_3, ..., n_i$.

Nous pouvons aussi évaluer la fréquence relative de chaque modalité. Elle se représente par $f_1, f_2, ..., f_i$ et obtenue grâce au rapport suivant : $f_i = \frac{n_i}{N}$.

où N est l'effectif total, c'est-à-dire la somme de tous les effectifs ($N = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_i$).

Nous pouvons également exprimer les fréquences relatives en pourcentage. Il suffit de multiplier la fréquence relative de chacune des modalités de la variable par **100.**

Exemple : Enquête sur la couleur des yeux d'étudiants

Une enquête réalisée sur un groupe des étudiants, concernant la couleur des yeux a révélé les résultats suivants : verte, rouge, bleu, noire, blanche, rouge, verte, blanche, bleu, verte, rouge, verte, rouge, verte, bleu.

Solution

Pour présenter les résultats observés, nous distinguons d'abord les différentes modalités du caractère étudié. Dans ce cas c'est la couleur des yeux, représentée par ***Xi***. Nous déterminons ensuite le nombre d'individus associés à chacune des valeurs de cette variable. Ils sont identifiés par ***ni***. Enfin, nous pouvons construire un tableau statistique pour présenter ces résultats de manière plus claire.

Tableau 2 : répartition des étudiants selon la couleur des yeux.

Caractère (x_i : couleur des yeux)	Effectif (n_i : nombre d'étudiants)
verte	5
rouge	4
bleu	3
blanche	2
noire	1
total	15

Source : réalisé par nous-mêmes à travers les résultats de l'enquête

Par exemple, le nombre 5 représente le nombre d'étudiants ayant les yeux verts.

1.2. Présentation des données d'un caractère quantitatif discret

Dans le cas d'un caractère quantitatif discret, les valeurs de la variable X_i sont des nombres entiers. Les effectifs absolus (n_i) représentent le nombre d'observations correspondant à chaque valeur isolée (x_i) de la variable statistique.

Pour les caractères quantitatifs (discrets ou continus), il est possible de calculer les fréquences cumulées, qui permettent de déterminer le nombre (ou la proportion) d'observations inférieures ou supérieures à une valeur donnée, elles se calculent de la manière suivante :

- Cas des fréquences cumulées croissantes : Elles représentent le nombre d'observations inférieures ou égales à une valeur donnée. Pour les calculer on additionne (ou on cumule) les fréquences absolues successivement jusqu'à obtenir leur somme totale, de la manière suivante :

- L'effectif cumulé croissant de la 1ère modalité est toujours égal à l'effectif partiel de la 1ére modalité.
- L'effectif cumulé croissant d'une modalité est la somme de l'effectif partiel de cette modalité et de l'effectif cumulé croissant de la modalité précédente.
- L'effectif cumulé croisant de la dernière modalité est toujours égal à l'effectif total.

-Cas des fréquences cumulées décroissantes : Elles représentent le nombre d'observations supérieures ou égales à une valeur donnée. Pour les calculer on poursuit les étapes suivantes :

- L'effectif cumulé décroissant de la 1ère modalité est toujours égal à l'effectif total.
- L'effectif cumulé décroissant d'une modalité est la différence de l'effectif cumulé de la modalité précédente et de l'effectif partiel de la modalité précédente.
- Et ainsi de suite jusqu' à l'effectif cumulé décroisant de la dernière modalité qu'est toujours égal à l'effectif partiel de la dernière modalité.

Remarque : Le même principe à appliquer pour les fréquences relatives cumulées.

Exemple : soit la série suivante qui indique les notes d'un groupe de 30 étudiants à l'examen en statistique : 3; 2; 4; 6; 5; 2; 3; 6; 4; 4; 2; 3; 3; 4; 4 ; 5; 6; 4; 4; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5.

- Construire le tableau des fréquences.
- Calculer les effectifs cumulés croissants et décroissants.

Solution :

Le nombre d'observations (effectif total) est N= 30.

Le nombre de modalités est 5 modalités, qui représentent les notes des étudiants : 2, 3, 4, 5 et 6. Sachant : la note 2 se rencontre 3 fois, la note 3 est 8 fois, la note 4 est 11 fois, la note 5 est 5 fois et la note 6 est 3 fois. Par exemple, l'effectif de la valeur 2 est 3,…..Etc.

Donc le tableau des fréquences et des fréquences absolues cumulées se présentent de la manière suivante :

Tableau 3 : Distribution des étudiants selon leur note d'examen

Note (X_i)	Effectif (n_i)	Fréquence relative ($f_i = \frac{ni}{N}$)	$n_i \uparrow$	$n_i \downarrow$
2	3	3/30 = 0,1	3	30
3	8	8/30 = 0,2666	11	27
4	11	11/30 = 0,3666	22	19
5	5	5/30=0,1666	27	8
6	3	3/30 = 0.1	30	3
Total	30	1	-	-

1.3. Présentation des données d'un caractère quantitatif continu

Lorsque la variable statistique est continue, l'établissement du tableau de fréquences implique de regrouper au préalable les données en classes ou intervalles. Cela nécessite de définir le nombre de classes souhaité et, par conséquent, l'amplitude ou la largeur de chaque classe.

Par convention, l'intervalle de classe est fermé à gauche et ouvert à droite. La ième classe est alors notée « $[x_i ; x_{i+1}[$ », ce qui correspond à l'intervalle $[x_i, x_{i+1}[$.

Dans ce cas, on peut calculer :

- **L'amplitude (a_i) d'une classe :** Elle représente la largeur de l'intervalle de cette classe. Pour la ième classe, l'amplitude est donnée par : $a_i = x_{i+1} - x_i$. Les classes

peuvent avoir toutes la même amplitude (on parle alors de classes d'amplitudes égales) ou avoir des amplitudes différentes.

- **Le centre de classe (c_i) :** Il représente la valeur centrale de la classe. Elle est égale à la moyenne arithmétique des valeurs des extrémités de la classe. D'où : $C_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$

Exemple : Une enquête sur la taille de 50 étudiants donne les résultats suivant (en cm) :
158 ; 172 ; 166 ; 170 ; 168 ; 175 ; 152 ; 190 ; 191 ; 157 ; 163 ; 160 ; 149 ; 186 ; 188 ; 172 ; 173 ; 184 ; 181 ; 180 ; 170 ; 173 ; 168 ; 167 ; 169 ; 180 ; 181 ; 178 ; 166 ; 164 ; 160 ; 168 ; 166 ; 162 ; 170 ; 182 ; 183 ; 190 ; 167 ; 169.

- Classer ces données en amplitude des classes 5 cm.
- Calculer les fréquences absolues et relatives.
- Calculer les fréquences relatives cumulées croissantes et les centres de classe.

Solution : On dresse le tableau de la manière suivante.

Tableau 4 : Répartition des étudiants selon leur taille

classes	Effectifs(n_i)	$f_i (= \frac{ni}{N})$	$f_i \uparrow$	$f_i \downarrow$	Centre de classe : $C_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$
[145 -150 [	1	0,02	0,02	1	147,5
[150 - 155[	1	0,02	0,04	0,98	152,5
[155-160[	2	0,04	0,08	0,96	157,5
[160-165[	5	0,10	0,18	0,92	162,5
[165-170[	12	0,24	0,42	0,82	167,5
[170-175[	11	0,22	0,64	0,58	172,5
[175-180[	4	0,08	0,72	0,36	177,5
[180-185[	8	0,16	0,88	0,28	182,5
[185-190[	2	0,04	0,92	0,12	187,5
[190-195[	3	0,06	0,98	0,08	192,5
[195-200[	1	0,02	1	0,02	197,5
Total	50	1	-	-	-

L'interprétation des fréquences cumulées :

-Par rapport à la colonne $f_i \uparrow$: par exemple 64% des étudiants mesurent moins de 175 cm.

-Par rapport à la colonne $f_i \downarrow$: par exemple 8% des étudiants mesurent plus de 190 cm.

2. Représentation graphique d'une série statistique

La représentation graphique d'une série statistique offre une visualisation immédiate de la distribution des données et permet de mieux appréhender l'ensemble des informations recueillies. Il existe différentes représentations graphiques, adaptées au type de caractère étudié :

2.1. Cas d'un caractère qualitatif : On distingue généralement deux types de représentations graphiques utilisées dans le caractère qualitatif : diagramme en tuyaux d'orgue et diagramme à secteurs circulaires.

2.1.1. Diagramme en tuyaux d'orgue : Il s'agit de représenter les modalités de la variable par des rectangles verticaux dont les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs des modalités (ou fréquences relatives).

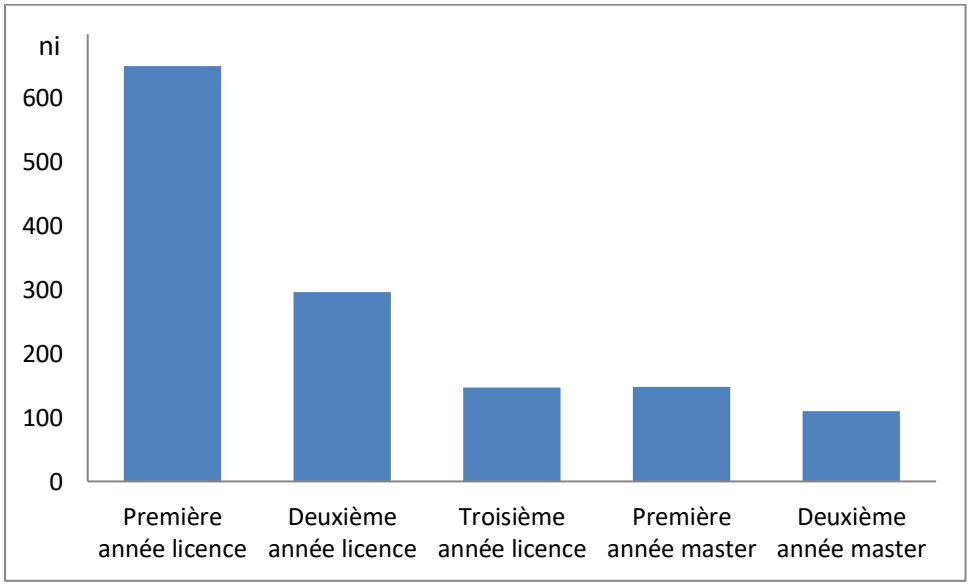
Exemple : Le tableau ci-après donne la répartition des étudiants par leur niveau d'étude.

Tableau 5 : répartition des étudiants selon leur niveau d'étude

Niveau d'étude (xi)	Nombre des étudiants (ni)
Première année licence	650
Deuxième année licence	296
Troisième année licence	147
Première année master	148
Deuxième année master	110

- Présenter graphiquement cette série par le diagramme en tuyaux d'orgue.

Solution :



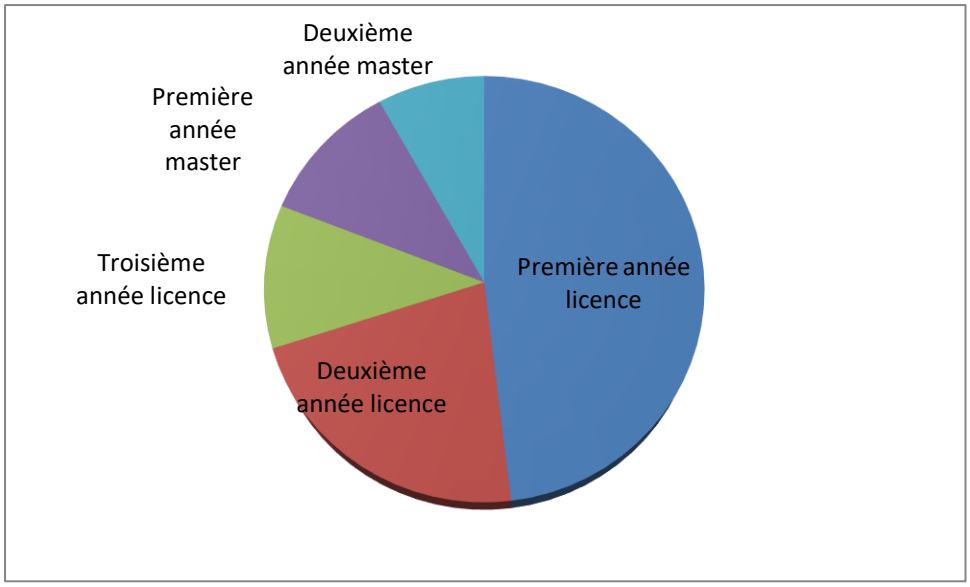
2.1.2. Diagramme circulaire : Dans ce cas, chaque modalité est représentée par une portion de cercle proportionnelle à l'effectif de la modalité. Par conséquent chaque secteur a un angle au centre (α_i) proportionnel à l'effectif de la modalité qu'il représente, qui s'obtient tout simplement de la règle suivante : $\alpha_i° = f_i \times 360^0$.

Exemple : Le même exemple précédent, présenter graphiquement la série par le diagramme circulaire.

Solution : On doit construire alors le tableau de la manière suivante :

Niveau d'étude (xi)	Nombre des étudiants (ni)	f_i	$f_i \times 360^0$
Première année licence	650	0,48	172,8
Deuxième année licence	296	0,22	79,2
Troisième année licence	147	0,11	39,6
Première année master	148	0,11	39,6
Deuxième année master	110	0,08	28,8
Total	1351	1	360

Présentation par le diagramme circulaire



2.2. Cas d'un caractère quantitatif discret

Les représentations graphiques utilisées dans ce type de caractère sont les suivantes : le diagramme en bâtons et le diagramme cumulatif.

2.2.1. Diagramme en bâtons : Est une représentation graphique d'une variable statistique dont la hauteur des bâtons correspond à l'effectif ni (ou fréquence fi) associe à chaque

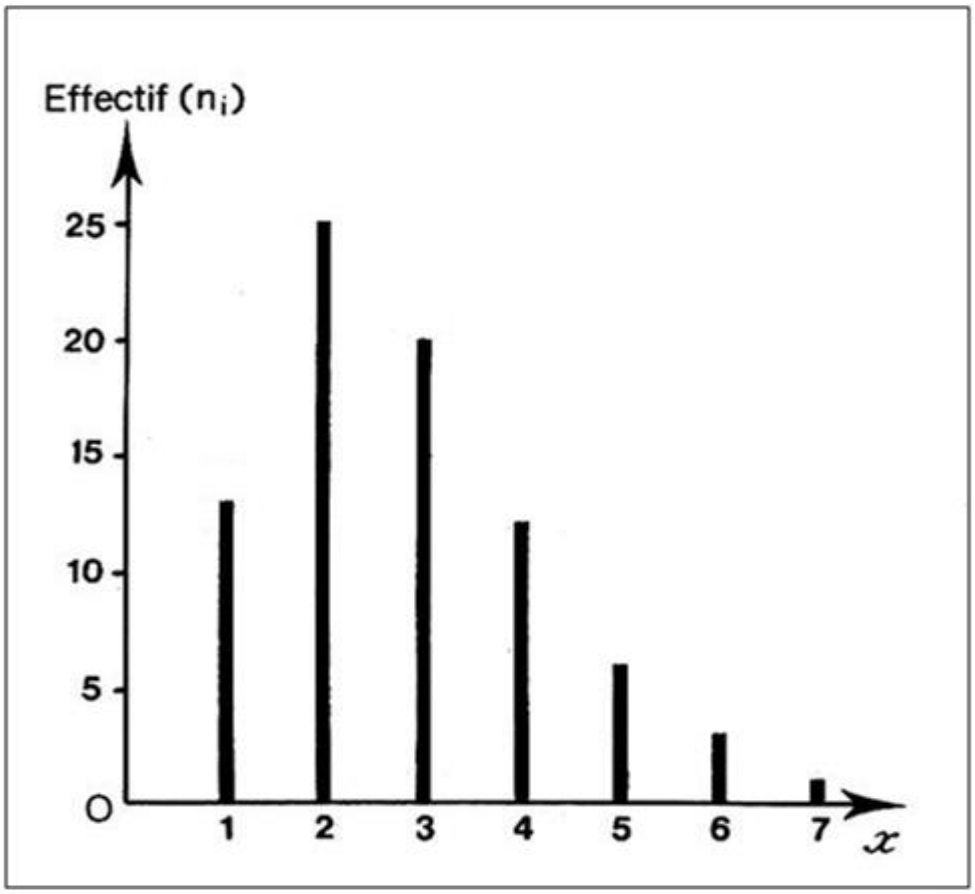
modalité du caractère xi. Les valeurs xi sont portées sur l'axe des abscisses et les valeurs ni (ou fi) sont portées sur l'axe des ordonnées.

Exemple : Le tableau suivant donne la répartition des ménages suivant le nombre de personnes possédées.

Nombre de personnes (xi)	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de ménages (ni)	13	25	20	12	6	3	1

- Présenter la série graphiquement.

Solution : la présentation graphique appropriée à cette série est le diagramme en bâtons.



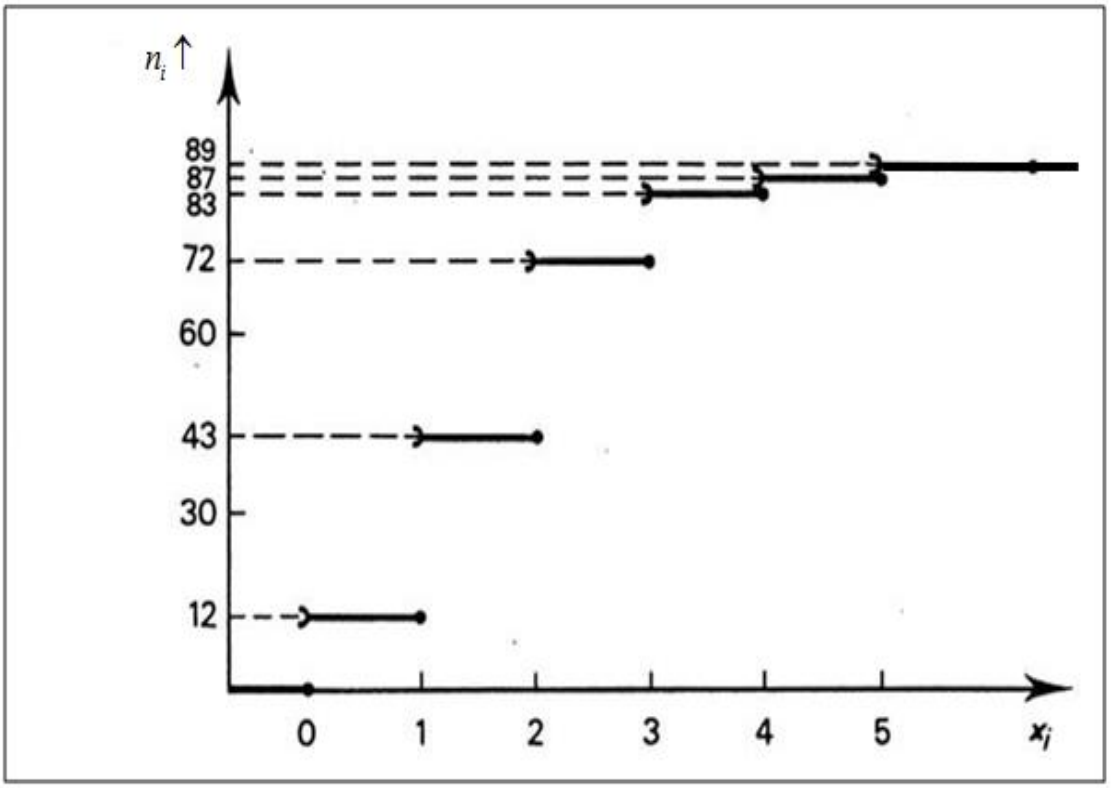
2.2.2. Diagramme cumulatif : C'est un diagramme en escalier dont les paliers sont horizontaux, il permet de visualiser l'évolution des effectifs cumulés ou les fréquences relatives cumulées associées aux valeurs du caractère étudié.

Exemple : Le tableau suivant donne la répartition des foyers en fonction du nombre d'écran (téléviseur ou ordinateur).

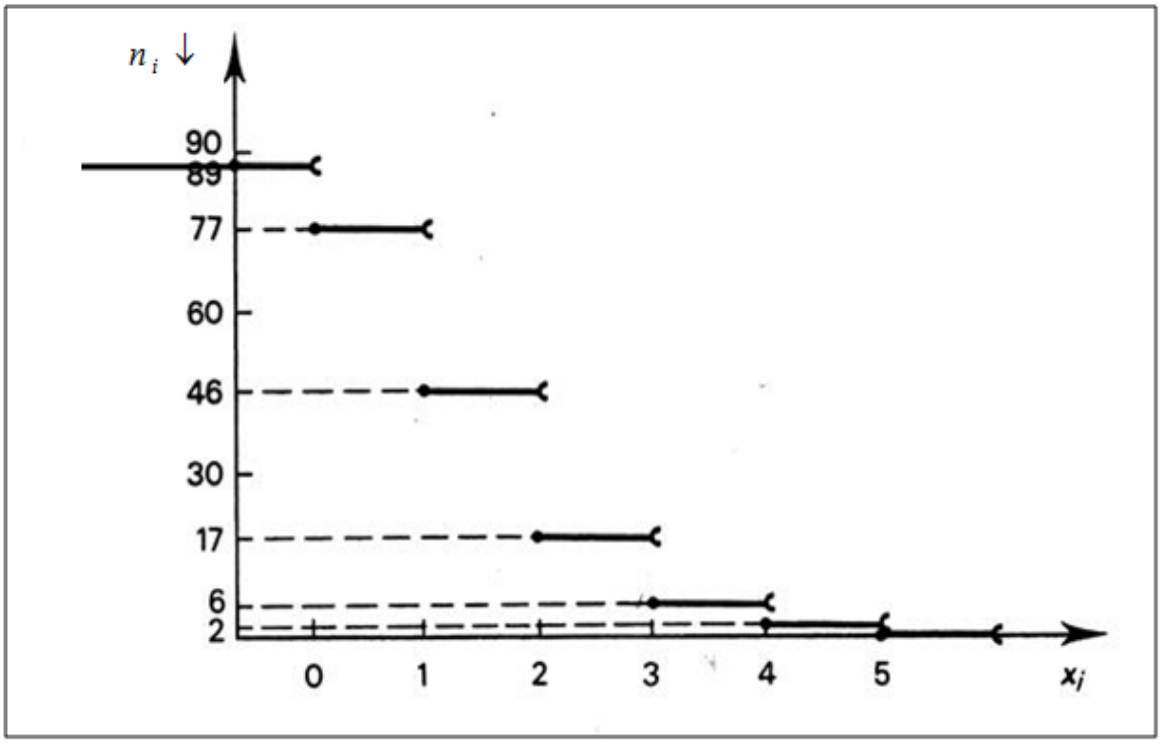
- Tracer les diagrammes cumulatifs des effectifs croissants et décroissants

x_i	n_i	$n_i \uparrow$	$n_i \downarrow$
0	12	12	89
1	31	43	77
2	29	72	46
3	11	83	17
4	4	87	6
5	2	89	2
Total	89	-	-

- **Le diagramme cumulatif des effectifs croissant ($n_i \uparrow$).**



- Le diagramme cumulatif des effectifs décroissants ($n_i \downarrow$).



2.3. Cas d'un caractère quantitatif continu

Les principaux graphiques utilisés pour tracer le caractère quantitatif continu sont les suivants : l'histogramme et les courbes cumulatives.

- **Histogramme :** C'est un ensemble de rectangles accolés, chaque rectangle correspond à l'amplitude d'une classe et dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif (ou fréquence relative) de la classe. Deux cas peuvent se présenter lors de la construction de l'histogramme :

➢ **Histogramme avec des amplitudes égales :** Dans ce cas l'histogramme se construit directement à partir les valeurs des effectifs (ni) (ou fréquence relative fi). Les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs (ou fréquence relative) sur l'axe des ordonnées.

➢ **Histogramme aves des amplitudes inégales :** Dans ce cas les classes ont des amplitudes différentes. A cet effet, il faut effectuer des corrections pour tenir compte des différences d'amplitude. Il convient de diviser les effectifs par leurs amplitudes correspondantes ($nic = \frac{ni}{ai}$) (ou les fréquences relatives corrigées, $fic = \frac{fi}{ai}$). Dans ce cas l'histogramme se construit à partir les effectifs corrigés (ou

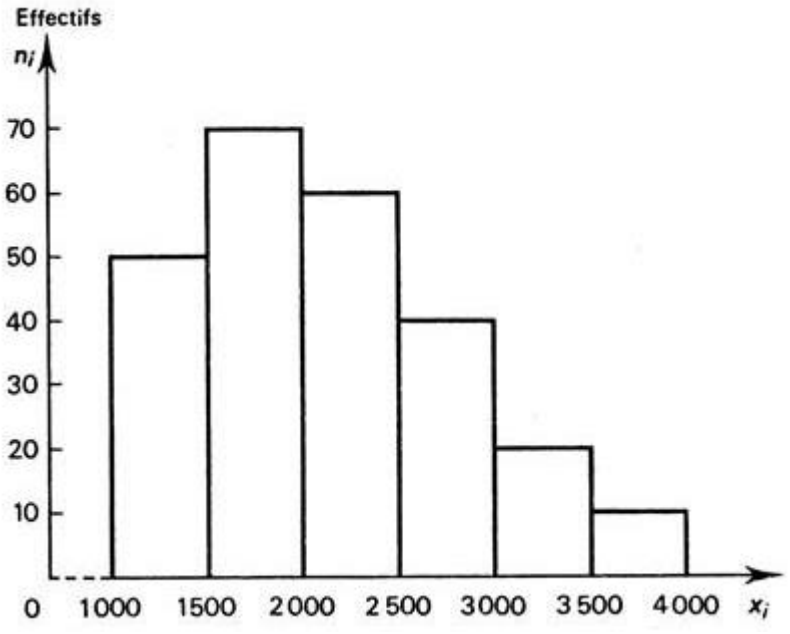
les fréquences relatives corrigées). Les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs corrigés (nic) (ou aux fréquences relatives corrigées) sur l'axe des ordonnées.

Exemple1 (cas des amplitudes égales) : le tableau suivant donne la réparation des salaires de base mensuels du personnel d'une entreprise.

Salaires (x_i)	**Effectifs (ni)**
[1000 - 1500[	50
[1500 - 2000[	70
[2000 - 2500[	60
[2500 -3000[	40
[3000 - 3500[	20
[3500 - 4000[	10
Total	250

-Présenter graphiquement la série statistique.

Solution : Présentation graphique par histogramme

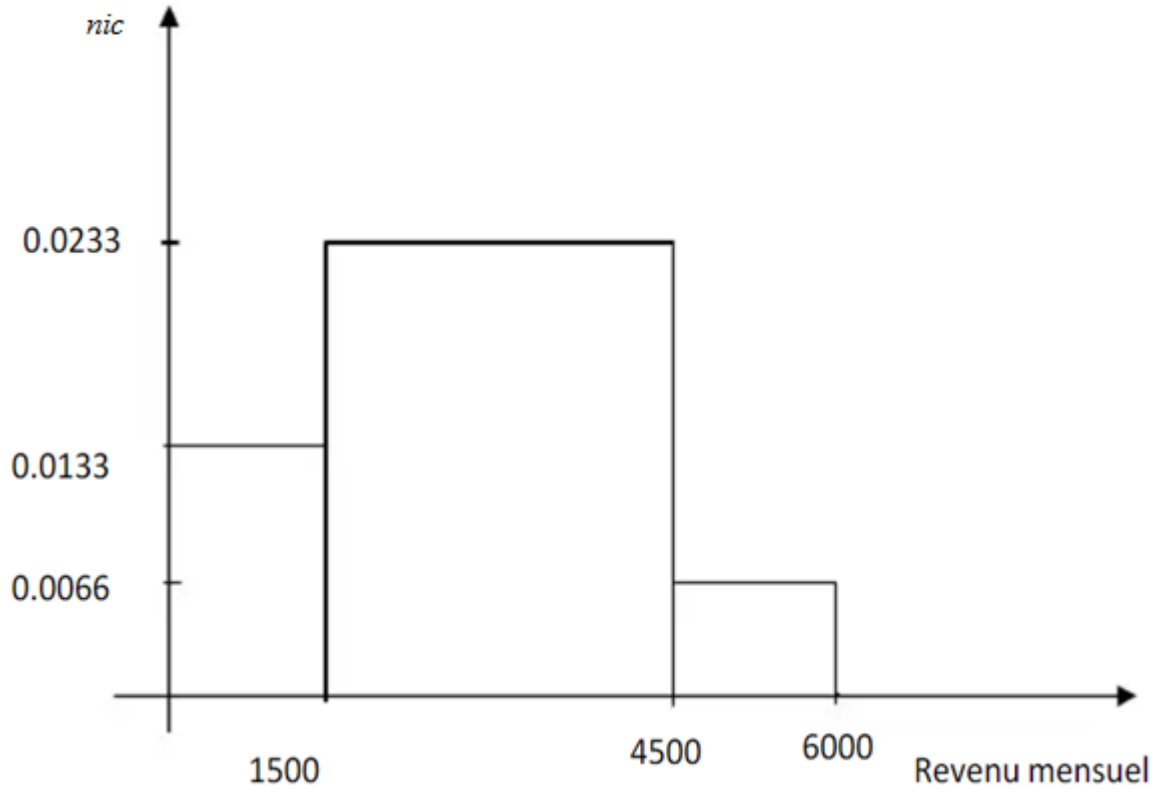


Exemple (cas des amplitudes inégales) : on considère une population de 100 ménages distribués selon leur revenu mensuel en euros.

Revenu mensuel (xi)	n_i	a_i	$nic\ (=\frac{ni}{ai})$
[0 - 1500[	20	1500	20/1500=0.0133
[1500- 4500[	70	3000	70/3000=0.0233
[4500 - 6000[	10	1500	10/1500=0.0066
Total	100	-	-

- Présenter graphiquement la série statistique.

Solution : Comme les amplitudes (a_i) sont inégales, donc on remplace les effectifs (ni) par les effectifs corrigés (nic) pour tracer l'histogramme.



- **Les courbes cumulatives :** La courbe cumulative est une représentation graphique de la distribution des effectifs cumulés ou fréquences cumulées. Il existe deux types de courbes cumulatives :

  - Courbe cumulative croissante : elle permet de connaitre le nombre d'observations inférieures à une valeur donnée.

- Courbe cumulative décroissante : elle permet de connaitre le nombre d'observations supérieures à une valeur donnée.

Dans ce cas, les courbes se tracent sous quelques points :

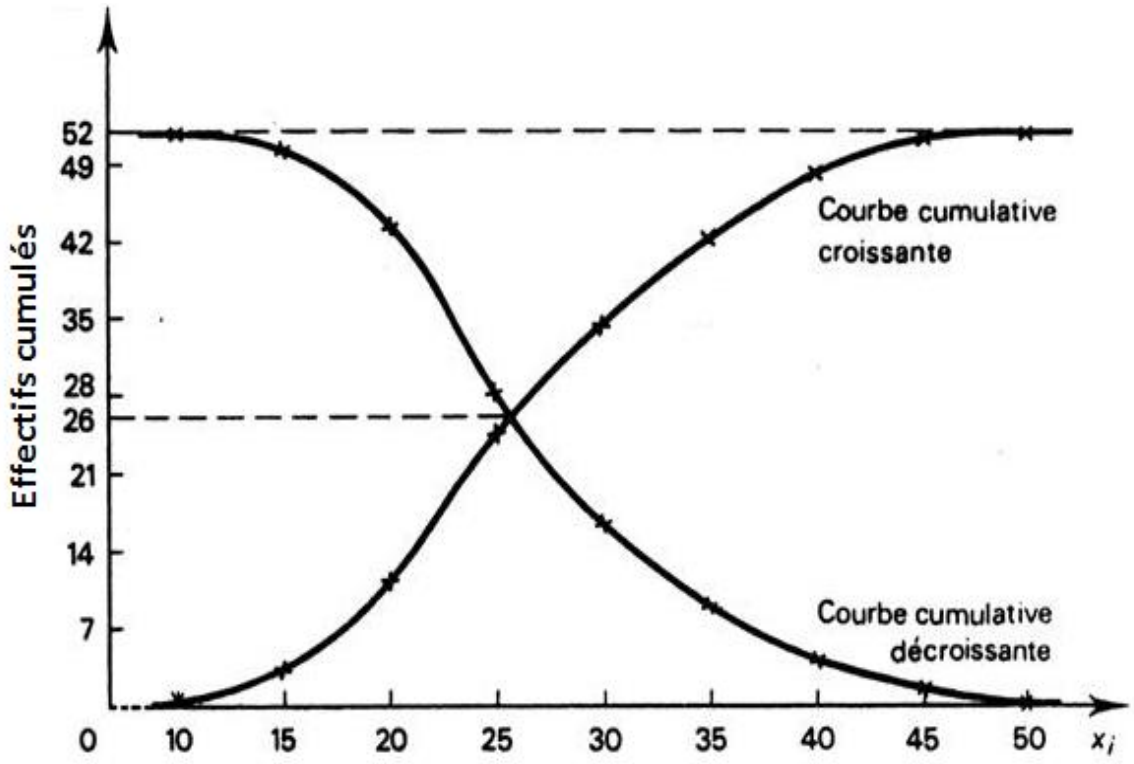
- Pour la courbe croissante, on joint les points de coordonnées $(\text{xi}, n_i \uparrow)$ c'est-à-dire : en abscisse, les valeurs de la borne supérieure (xi) de chaque classe. En ordonnée, les valeurs de l'effectif cumulé $n_i \uparrow$ correspondent à chaque classe.
- Pour la courbe décroissante, on joint les points de coordonnées $(x_{i-1}, n_i \downarrow)$, c'est-à-dire : en abscisse, les valeurs de la borne inférieure x_{i-1} de chaque classe. En ordonnée, les valeurs de l'effectif cumulé $n_i \downarrow$ correspondent à chaque classe.

Exemple : Soit la distribution suivante qui indique la répartition de 52 petits enfants selon leur taille (la taille est exprimé en centimètre).

classes	n_i	$n_i \uparrow$	$n_i \downarrow$
[10 - 15[	3	3	52
[15 - 20[	9	12	49
[20 - 25[	12	24	40
[25 - 35[	18	42	28
[35 - 40[	6	48	10
[40 - 45[	3	51	4
[45 - 50[	1	52	1
Total	52	-	-

- Tracer les courbes cumulatives des effectifs.

Solution



Remarque : La même chose pour le cas d'une variable dont les classes sont inégales, on trace les courbes cumulatives sans corriger les effectifs.

Exercices

Exercice 1 : La répartition des travailleurs d'une entreprise selon la qualification a été résumée dans le tableau ci-après.

Qualification	Nombre de travailleurs
Ouvriers	140
Employés	30
Techniciens	20
Ingénieurs	10

1- Quelle est la population statistique étudiée ?
2- Quelle est l'unité statistique ?
3- Quel est le caractère étudié et son type ?
4- Construire le tableau des fréquences relatives et les graphiques appropriés.

Exercice 2 : Un contrôle impromptu effectué par une équipe de gendarmes permet de relever de nombreuses infractions au code de la route et à la sécurité des usagers.

Nombre d'infractions	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de conducteurs	44	140	92	156	256	80	32

1- Déterminer la population statistique étudiée.
2- Quel est le caractère étudié et son type ?
3- Représenter graphiquement cette série par un diagramme en bâtons.
4- Calculer les effectifs et les fréquences cumulées.
5- Tracer le diagramme cumulatif des effectifs cumulés (croissant et décroissant.

Exercice 3 : On considère l'ensemble des notes obtenues, lors d'un test noté sur 20, par les candidats :10 ;8 ;3 ;12 ;13 ;9 ;12 ;9 ;12 ;11 ;11 ;8 ;5 ;13 ;14 ;14 ;6 ;12 ;7 ;11 ;10 ;15 ;12 ;10 ;1 4 ;11 ;7 ;8 ;10 ;13 ;9,7 ;13 ;11 ;9 ;4 ;10 ;8 ;9 ;6 ;7 ;14.

1- Quelle est la population statistique et le caractère étudié ?
2- Classer ces données en classes d'amplitudes 5.
3- Construire le tableau des fréquences et le représenter graphiquement.
4- Calculer les fréquences relatives cumulées.
5- Quelle est la proportion des candidats ayant une note inférieure à 16 ?
6- Quelle est la proportion des candidats ayant une note comprise entre 5 et 20 ?