

*Université A- mira de Bejaia*  
*Faculté des sciences économiques, commerciales et des sciences de gestion*  
*Département SEGC(LMD)*  
*Module stat I*  
*Enseignante : Dr. BERRAH*

**Chapitre 8 : Les indices**

**Introduction :**

Le mot indice désigne un nombre sans dimension permettant de mesurer l'évolution d'un indicateur entre deux périodes donnée et porte essentiellement sur des prix et des quantités.

**2-Les types d'indices :** Il existe 2 types d'indices : indices élémentaires et indices synthétiques ».

**2-1-les indices élémentaires (simples)**

Un indice simple noté  $I_{t/0}$  de la grandeur X est le rapport de la valeur  $X_t$ , prise par la grandeur à l'époque t, à la valeur  $X_0$  prise à la date 0. Il est décrit sous la formule suivante :

$$I_{t/0} = \frac{X_t}{X_0} \times 100$$

Cet indice exprime donc la variation ou l'évolution de la grandeur X entre deux dates « t » et « 0 ». La date « t » est la date finale (courante), la date « 0 » est la date de référence ou de base.

**Remarque1 :** L'interprétation de la valeur des indices est faite de la manière suivante :

-Valeur de l'indice – 100= (+ ) donc c'est une augmentation du résultat de la différence entre deux années.

-Valeur de l'indice – 100= (- ) donc c'est une baisse du résultat de la différence entre deux années.

-Valeur des indice – 100= (0) donc c'est une stagnation entre deux années.

**Exemple :** Le prix d'un litre d'huile est passé de 250 DA à 400 DA entre 2015 et 2018. Calculer l'indice du prix d'huile de l'année courante (année 2018) par rapport à l'année 2015.

$$I_{2018/2015} = \frac{X_{2018}}{X_{2015}} \times 100 = \frac{400}{250} \times 100 = 160\%.$$

On dit alors qu'il y a une augmentation de 60% du prix entre 2015 et 2018.

**Les propriétés des indices élémentaires :** Les indices élémentaires se caractérisent par : *la circularité, la réversibilité, et l'identité.*

**- La circularité :** Elle s'exprime de la manière suivante :

$$I_{t/0} = I_{t/t-1} \times I_{t-1/t-2} \times I_{t-2/t-3} \times \dots \times I_{2/1} \times I_{1/0}$$

Ceci est aussi appelé le principe d'enchaînement des indices ou de transférabilité.

**La réversibilité :** Elle s'exprime de la manière suivante :  $I_{0/t} = \frac{1}{I_{t/0}}$

**L'identité :** Elle s'exprime de la manière suivante :  $I_{0/0} = 100$

**Remarque :** Il est possible de calculer les indices élémentaires de prix, de quantité et de valeur :

- $I(Q)_{t/0} = \frac{q_t}{q_0} \times 100$
- $I_{valeur} = I_{prix} \times I_{quantité}$

**2-2- les indices synthétiques :** Il existe trois formules de calcul de ces indices : la formule de Laspeyres, la formule de Paasche et la formule de Fischer.

**2-2-1-L'indice de Laspeyres (Economiste allemand) :** Deux types d'indices sont distingués par Laspeyres, l'indice des prix noté  $L^p$  et l'indice des quantités noté  $L^q$ . A la date de référence « 0 », les indices de Laspeyres sont décrits de la manière suivante :

	Formule de définition	Formule développée
L'indice de prix de Laspeyres	$L_{t/0}^p = \sum CB_0 \times I_{t/0}^p$	$L_{t/0}^p = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$
L'indice des quantités de Laspeyres	$L_{t/0}^q = \sum CB_0 \times I_{t/0}^q$	$L_{t/0}^q = \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_0 q_0} \times 100$

**Remarque 2 :** le coefficient budgétaire(CB), c'est un coefficient de pondération utilisé pour calculer les indices, ils sont calculés de la manière suivante :  $CB_0 = \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$  et

$$CB_t = \frac{p_t q_t}{\sum p_t q_t} \times 100$$

**2-2-2-L'indice de Paasche :** On distingue deux types d'indices de Paasche : l'indice des prix noté  $P^p$  et l'indice des quantités noté  $P^q$ . Ils sont décrits de la manière suivante :

	Formule de définition	Formule développée
L'indice de prix de Paasche	$P_{t/0}^P = \frac{1}{\sum \frac{CB_t}{I_{t/0}^P}}$	$P_{t/0}^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \times 100$
L'indice des quantités de Paasche	$P_{t/0}^q = \frac{1}{\sum \frac{CB_t}{I_{t/0}^q}}$	$P_{t/0}^q = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} \times 100$

**2-3-L'indice de Fisher :** L'indice de Fisher est la moyenne géométrique des indices de Laspeyres et de Paasche. On distingue deux types d'indices de Fisher : l'indice des prix noté

$F^P$  et l'indice des quantités noté  $F^q$ . Ils sont décrits de la manière suivante :

- L'indice de prix de Fisher s'écrit :  $F_{t/0}^P = \sqrt{L_{t/0}^P P_{t/0}^P}$
- L'indice des quantités de Fisher s'écrit :  $F_{t/0}^q = \sqrt{L_{t/0}^q P_{t/0}^q}$

**Exemple d'application :** Le tableau ci-après donne les prix et les quantités de deux biens pour les dates « 0 » et « t » :

Biens	P <sub>0</sub>	Q <sub>0</sub>	P <sub>t</sub>	Q <sub>t</sub>
Orange	100	14	150	10
Pomme	60	10	50	12

**Questions :**

- 1- Calculez les coefficients budgétaires des deux produits en date « 0 » et en date « t ».
- 2- Calculez les indices élémentaires de prix et de quantité, de la date « t » par rapport à la date « 0 ».
- 3- Calculez les indices de Laspeyres de prix et de quantité (par les deux formules : de définition et développée). Interpréter les résultats.
- 4- Calculez les indices de Paasche de prix et quantité (par les deux formules : de définition et développée). Interpréter les résultats.
- 5- Déduisez les indices de Fisher de prix et de quantité. Interpréter.
- 6- Calculez l'indice des valeurs globales. Interpréter.

## Solution

Biens	P <sub>0</sub>	Q <sub>0</sub>	P <sub>t</sub>	Q <sub>t</sub>	P <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>	P <sub>0</sub> Q <sub>t</sub>	P <sub>t</sub> Q <sub>0</sub>	P <sub>t</sub> Q <sub>t</sub>	CB <sub>0</sub>	CB <sub>t</sub>	I <sup>P</sup> <sub>t/0</sub>	I <sup>Q</sup> <sub>t/0</sub>
Orange	100	14	150	10	1400	1000	2100	1500	0,7	0,7143	150	71,43
Pomme	60	10	50	12	600	720	500	600	0,3	0.2857	83,33	120
Total	-	-	-	-	2000	1720	2600	2100	1	1	-	-

**1-Calculer les coefficients budgétaires :** voir le tableau

$$CB_0 = \frac{P_0 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100 \text{ et } CB_t = \frac{P_t q_t}{\sum P_t q_t} \times 100$$

**2-Calcul des indices élémentaires de prix et de quantité :** voir le tableau

De prix :  $I^{P}_{t/0} = \frac{P_t}{P_0} \times 100$  et de quantité :  $I^{Q}_{t/0} = \frac{Q_t}{Q_0} \times 100$

**3-Calcul des indices de Laspeyres prix et quantité :** voir le tableau suivant

	Formule de définition	Formule développée
L'indice de prix de Laspeyres	$L^P_{t/0} = \sum CB_0 \times I^P_{t/0}$ $= 0,7 \times 150 + 0,3 \times 83,33 = 130$	$L^P_{t/0} = \frac{\sum P_t q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$ $= \frac{2600}{2000} \times 100 = 130$
L'indice des quantités de Laspeyres	$L^Q_{t/0} = \sum CB_0 \times I^Q_{t/0}$ $= 0,7 \times 71 + 0,3 \times 120 = 86$	$L^Q_{t/0} = \frac{\sum P_0 q_t}{\sum P_0 q_0} \times 100$ $= \frac{1720}{2000} \times 100 = 86$

**Laspeyres de prix :**  $L^P_{t/0} = 130\%$  : le prix a augmenté de 30% entre les deux dates.

**Laspeyres de quantité :**  $L^Q_{t/0} = 86\%$  , la quantité a diminué de 14% entre les deux dates.

**4-Calcul des indices de Paasche :**

Voir le tableau suivant

	Formule de définition	Formule développée
L'indice de prix de Paasche	$P_{t/0}^p = \frac{1}{\sum \frac{CB_t}{I_{t/0}^p}}$ $= \frac{1}{\frac{0,7143}{150} + \frac{0,2857}{83,33}} = 122$	$P_{t/0}^p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \times 100$ $= \frac{2100}{1720} \times 100 = 122$
L'indice des quantités de Paasche	$P_{t/0}^q = \frac{1}{\sum \frac{CB_t}{I_{t/0}^q}}$ $= \frac{1}{\frac{0,7143}{71} + \frac{0,2857}{120}} = 81$	$P_{t/0}^q = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} \times 100$ $= \frac{2100}{2600} \times 100 = 81$

**Paasche de prix :**  $P_{t/0}^p = 122\%$  Selon le résultat, le prix a augmenté de 22% entre la date « 0 » et la date « t ».

**Paasche de quantité :**  $P_{t/0}^q = 81\%$  . Selon ce résultat, la quantité a diminué de 19% entre la date « 0 » et la date « t ».

### 5-Déduction de l'indice de Fischer :

**De prix :**  $F_{t/0}^p = \sqrt{L_{t/0}^p P_{t/0}^p} = \sqrt{130 \times 122,09} = 126\%$

Selon ce résultat, le prix a augmenté de 26% entre la date « 0 » et la date « t ».

**De quantité :**  $F_{t/0}^q = \sqrt{L_{t/0}^q P_{t/0}^q} = \sqrt{86 \times 81} = 83\%$

Selon ce résultat, la quantité a diminué de 17% entre la date « 0 » et la date « t ».

### 6-Calcul de l'indice des valeurs globales :

$$I_{t/0}^{v.G} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} \times 100 = \frac{150 \times 10 + 50 \times 12}{100 \times 14 + 60 \times 10} \times 100 = \frac{2100}{2000} \times 100 = 105\%$$

Selon ce résultat, Les dépenses relatives aux biens 1 et 2 ont augmenté de 5% entre la date « 0 » et la date « t ».

### Série des exercices

#### Exercice 1 : Indice simple (variation de prix)

Le prix d'un produit était de 500 DA en 2022 et de 550 DA en 2023.

1. Calculez l'indice du prix en 2023, base 100 en 2022.
2. Interprétez le résultat.

**Exercice 2 :** Le tableau suivant présente les prix et les quantités de trois produits consommés par un ménage :

Produit	Prix 2022	Quantité 2022	Prix 2023	Quantité 2023
A	10	5	12	6
B	20	3	22	4
C	30	2	33	2

1. Calculez l'indice de Laspeyres des prix en 2023, base 100 en 2022.
2. Calculez l'indice de Paasche des prix en 2023, base 100 en 2022.
3. Interpréter les résultats.