

## Corrigé de la Série N°2

### Exercice 1

#### 1) Rappels :

- $Z$  = numéro atomique = nombre de protons du noyau.
- $A$  = nombre de masse = total des nucléons ( $A = Z + N$ ).
- $N = A - Z$  = nombre de neutrons.
- $Z$  Nombre d'électrons aussi.

#### 2) Constituants du noyau et nombre d'électrons

Nucléide	A	Z	$N = A - Z$	Charge	Nombre d'électrons	Nature
$^{19}_{9}\text{F}$	19	9	10	0	9	Atome neutre
$^{40}_{20}\text{Ca}$	40	20	20	0	20	Atome neutre
$^{238}_{92}\text{U}$	238	92	146	0	92	Atome neutre
$^{222}_{86}\text{Rn}$	222	86	136	0	86	Atome neutre
$^{24}_{12}\text{Mg}$	24	12	12	0	12	Atome neutre
$^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$	24	12	12	+2	10	Ion (cation)
$^{78}_{34}\text{Se}^{2-}$	78	34	44	-2	36	Ion (anion)
$^{52}_{24}\text{Cr}^{3+}$	52	24	28	+3	21	Ion (cation)
$^{127}_{53}\text{I}$	127	53	74	0	53	Atome neutre
$^{108}_{47}\text{Ag}^+$	108	47	61	+1	46	Ion (cation)

#### 3) Analyse de la nature

- **Atomes neutres** : F, Ca, U, Rn, Mg, I
- **Cations** :  $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Cr}^{3+}$ ,  $\text{Ag}^+$
- **Anion** :  $\text{Se}^{2-}$

Exercice 2 :

$$M_k = x_1 \cdot M_1 + x_2 \cdot M_2 + x_3 \cdot M_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

Substituons  $x_2 = 0,00012$  et  $x_3 = 1 - x_1 - x_2$  :

$$x_3 = 1 - 0,00012 - x_1 = 0,99988 - x_1$$

Remplaçons dans la première relation :

$$M_k = x_1 \cdot M_1 + 0,00012 \cdot M_2 + (0,99988 - x_1) \cdot M_3$$

$$M_k = x_1 \cdot (M_1 - M_3) + 0,00012 \cdot M_2 + 0,99988 \cdot M_3$$

Formule finale :

$$x_1 = [ M_k - 0,00012 \cdot M_2 - 0,99988 \cdot M_3 ] / (M_1 - M_3)$$

**Donc**

$$M_1 = 38,9677 \quad M_2 = 39,9640 \quad M_3 = 40,9618 \quad M_k = 39,102$$

$$x_1 = [ 39,102 - 0,00012 \cdot 39,9640 - 0,99988 \cdot 40,9618 ] / (38,9677 - 40,9618)$$

$$x_1 = 0,93072$$

$$x_3 = 1 - 0,00012 - 0,93072 = 0,06916$$

Isotope	Masse (uma)	Abondance (%)
$^{39}\text{K}$	38,9677	93,072 %
$^{40}\text{K}$	39,9640	0,012 %
$^{41}\text{K}$	40,9618	6,916 %

**Exercice 2:**

1. Calcul des abondances naturelles des isotopes 39 et 41 dans le potassium naturel

Isotope 1 (K 39)

$$M_1 = 38,9677, \quad x_1$$

Isotope 2 (K 40)

$$M_2 = 39,9640, \quad x_2 = 0,00012$$

Isotope 2 (K 41)

$$M_3 = 40,9618, \quad X_3$$

$$\mathbf{M} = \sum x_i \mathbf{M}_i$$

$$M = x_1 M_1 + x_2 M_2 + x_3 M_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_2 = 1 - 0,00012 - x_3$$

$$= 0,99988 - x_3 = 0,99988 - x_1 M_K$$

$$= x_1 M_1 + 0,00012 M_2 + (0,99988 - x_1) M_3 M_K$$

$$= x_1 M_1 + 0,00012 M_2 + 0,99988 M_3 - x_1 M_3 M_K - 0,00012 M_2 - 0,99988 M_3$$

$$= x_1 (M_1 - M_3)$$

$$x_1 = (M_K - 0,00012 M_2 - 0,99988 M_3) / (M_1 - M_3)$$

$$x_1 = (39,102 - 0,00012 * 39,4640 - 0,99988 * 40,9618) / (38,9637 - 40,9618)$$

$$x_1 = 0,93072$$

$$\text{Alors } x_3 = 0,06916$$

$$^{39}\mathbf{K} = 93,072\%$$

$$^{40}\mathbf{K} = 0,012\%$$

$$^{41}\mathbf{K} = 6,916\%$$

2. la composition nucléaire de chaque isotopes :

compose	Nombre de masse A	Nombre de protons Z	Nombre de neutrons N
<sup>39</sup> K	39	19	20
<sup>40</sup> K	40	19	21
<sup>41</sup> K	41	19	22

3. Calcul en joule et en MeV l'énergie de liaison de chaque isotopes

$$\text{Eliason} = |\Delta m| \cdot C^2$$

$$\Delta m = m_{\text{réelle}} - m_{\text{théorique}} = [Z * m_p + (A-Z) * m_n] - m_{\text{théorique}}$$

a)  $^{39}\text{K}$

$$\Delta m = 38,9637 - ((19 \times 1,00727) + (20 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 38,9637 - 39,31133$$

$$\Delta m = -0,348 \text{ u} = -0,577 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E \text{ liaison } (^{39}\text{K}) = |-0,577 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,193 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E \text{ liaison } (^{39}\text{K}) = |-0,348| \times 931,5 = 324,162 \text{ MeV}$$

$$E \text{ liaison } (^{39}\text{K}) = 324,162 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{39}\text{K} : E(^{39}\text{K}) = \text{Eliason} / A$$

$$E(^{39}\text{K}) = 324,162 / 39 = 8,311 \text{ MeV / nucléo}$$

b)  $^{40}\text{K}$

$$\Delta m = 39,9640 - ((19 \times 1,00727) + (21 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 39,9640 - 40,319$$

$$\Delta m = 0,3559 \text{ u} = 0,59 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E \text{ liaison } (^{40}\text{K}) = |0,59 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,31 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E \text{ liaison } (^{40}\text{K}) = |0,3559| \times 931,5 = 331,52 \text{ MeV}$$

$$E \text{ liaison } (^{40}\text{K}) = 331,52 \text{ MeV}$$

$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{40}\text{K} : E(^{40}\text{K}) = \text{Eliason} / A$$

$$E(^{40}\text{K}) = 331,52 / 40 = 8,288 \text{ MeV / nucléo}$$

C)  $^{41}\text{K}$

$$\Delta m = 40,9618 - ((19 \times 1,00727) + (22 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 40,9618 - 41,328$$

$$\Delta m = -0,366 \text{ u} = -0,608 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E \text{ liaison } (^{41}\text{K}) = |-0,608 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,48 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E \text{ liaison } (^{41}\text{K}) = |-0,366| \times 931,5 = 340,929 \text{ MeV}$$

$$E \text{ liaison } (^{41}\text{K}) = 340,929 \text{ MeV}$$

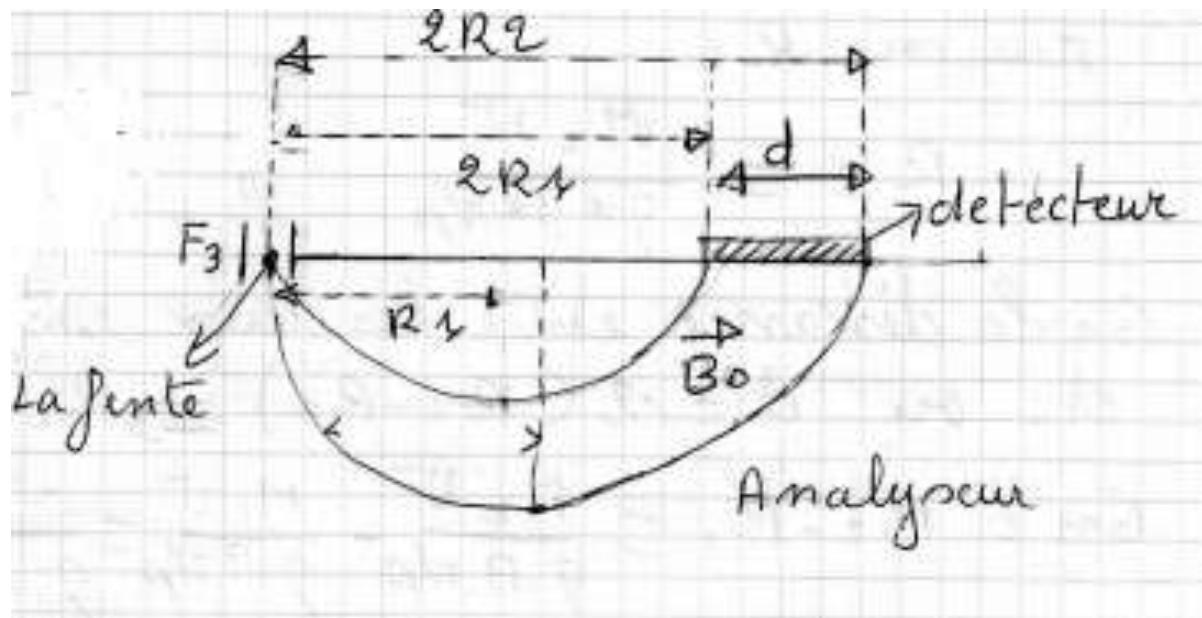
$$\text{Energie de liaison par nucléon de } ^{41}\text{K} : E(^{41}\text{K}) = \text{Eliason} / A$$

$$E(^{41}\text{K}) = 340,929 / 41 = 8,315 \text{ MeV / nucléo}$$

2) l'énergie de liaison par nucléon est un bon indicateur de la stabilité du noyau : plus l'énergie de liaison par nucléon est élevée, plus le noyau est lié (et donc en général plus stable).

$(^{41}\text{K}) > \text{E} (^{39}\text{K}) > \text{E} (^{40}\text{K})$ , ce résultat indique que le noyau de l'atome de  $^{41}\text{K}$  est plus stable que  $^{39}\text{K}$  et  $^{40}\text{K}$ .

1. Représente le schéma correspondant



2. Vitesse des ions dans le filtre de vitesse

On commence par écrire les vecteurs de force électrique et magnétique puis on déduit la vitesse selon :

Nous avons

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$F_m = F_e$$

$$qvB = qE$$

$$B = \frac{E}{v}$$

$$B = \frac{6 \times 10^4}{0,2}$$

$$= 3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

3. Le rayon de courbure de la trajectoire des deux isotopes de potassium dans le champ du spectromètre:

$$\begin{aligned}\vec{F}_m &= \vec{F}_c \\ \Rightarrow qvB &= m \frac{v^2}{r} \\ \Rightarrow qB &= m \frac{v}{r} \\ r &= \frac{mv}{qB}\end{aligned}$$

Pour  ${}^{39}\text{K}$

$$r = \frac{39 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times 3 \times 10^5}{0,3 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 0,404\text{m}$$

Pour  ${}^{41}\text{K}$ :

$$r = \frac{41 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times 3 \times 10^5}{0,3 \times 1,6 \times 10^{-19}} = 0,425\text{m}$$

4. Calcula distance entre les points d'impact des deux isotopes sur la plaque détectrice.

$$d=2(r_{41} - r_{39}).$$

$$d = 2(0,42494 - 0,40421) = 0,04146 \text{ cm.}$$

### Exercice 3:

1. Composition isotopique du lithium naturel:

Soit:

$$X_1 = {}^6\text{Li}$$

$$X_2 = {}^7\text{Li}$$

$$\mathbf{M} = \sum x_i \mathbf{M}_i$$

$$M = x_1 M_1 + x_2 M_2 \square$$

$$\sum x_i = 1 \quad x_1 + x_2 = 1 \text{ d'où } x_2 = 1 - x_1$$

$$M = x_1 M_1 + (1 - x_1) M_2 = x_1 M_1 + M_2 + x_1 M_2$$

$$M - M_2 = x_1 (M_1 - M_2)$$

$$x_1 = (M - M_2) / (M_1 - M_2) = (6,943 - 7,018) / (6,017 - 7,018) = 0,075$$

$$x_2 = 1 - x_1 = 1 - 0,075 = 0,925$$

$${}^6\text{Li} = 7,5\%$$

$${}^7\text{Li} = 92,5\%$$

$$\text{Eliaison} = |\Delta m| \cdot C^2$$

$$\Delta m = m_{\text{réelle}} - m_{\text{théorique}} = [Z * mp + (A-Z) * mn] - m_{\text{théorique}}$$

$$\Delta m = 7,018 - ((3 \times 1,00727) + (4 \times 1,00866))$$

$$\Delta m = 7,018 - 7,05648 = -0,0384 \text{ u}$$

$$\Delta m = -0,0384 \text{ u} = -0,063 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = |-0,0384| \times 931,5 = 35,77 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = 35,77 \text{ MeV}$$

Energie de liaison par nucléon de  ${}^7\text{Li}$  :  $E ({}^7\text{Li}) = \text{Eliaison} / A$

$$E ({}^7\text{Li}) = 35,77 / 7 = 5,10 \text{ MeV / nucléon}$$

$$E_{\text{liaison}} ({}^7\text{Li}) = |-0,063 \times 10^{-27}| \times (3 \times 10^8)^2 = 5,74 \times 10^{-12} \text{ J}$$

### 3. Comparaison de stabilité

$$E ({}^7\text{Li}) = 5,10 \text{ MeV / nucléon}$$

$$E ({}^6\text{Li}) = 4,79 \text{ MeV / nucléon}$$

plus l'énergie de cohésion par nucleon est grande, plus le noyau est stable donc l'isotope le plus stable est le  ${}^7\text{Li}$

### 1. l'expression de la vitesse avec laquelle se déplacent ces ions

Nous avons

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$F_m = F_e$$

$$qvB = qE$$

$$v = \frac{E}{B_0}$$

### 2. Expression du rayon R de la trajectoire circulaire

La trajectoire des ions dans l'analyseur étant circulaire, on peut écrire :

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad qB = m \frac{v}{R}$$

$$\vec{F}_m = \vec{F}_c$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Expression de la masse atomique de l'ion  ${}^A\text{Li}$  et détermination de A

$$\text{On a} \quad R = \frac{mv}{qB}$$

$$m = \frac{qBR}{v}$$

En remplaçant  $v$  par  $\frac{E}{B_0}$

$$m = \frac{qBRB_0}{E}$$

Détermination de A sans connaître E, B<sub>0</sub>, B

Les deux ions ont la **même** vitesse  $v$  et la **même** charge  $q$ . Donc, à champ B identique :

Les ions <sup>A</sup>Li de masse atomique M<sub>1</sub> et de charge q=e, décrivent une circonférence de rayon R<sub>1</sub> :

$$m_A = \frac{qBR_A B_0}{E}$$

- les ions <sup>6</sup>Li de masse atomique M<sub>2</sub> et de charge q=e décrivent une circonférence de rayon

$$R_2 : m_{6\text{Li}} = \frac{qBR_{6\text{Li}} B_0}{E}$$

$$\text{On aura} \quad \frac{m_A}{m_6} = \frac{R_A}{R_6}$$

$$\frac{A}{6} = \frac{R_A}{R_6}$$

$$A = 6 \cdot \frac{R_A}{R_6}$$

$$A = 6 \cdot \frac{0,239}{0,205} = 6 \times 1,165 = 6,995$$

$A \approx 7$

Autrement dit l' isotope <sup>A</sup>Li est <sup>7</sup>Li