Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

Année universitaire
2025 / 2026

Série de TD n°3 d'algèbre 1

Les nombres complexes :

Exercice n°1

On considère les nombres complexes :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, z_2 = 1 - i, z_3 = \frac{z_1}{z_2}$$

1. Ecrire z_3 sous forme exponentielle et déduire sa forme trigonométrique.
2. Ecrire z_3 sous forme algèbrique.
3. déduire $\cos\theta$ et $\sin\theta\,(\theta = \arg(z_3))$.
4. Calculer z_3^{20}.

Exercice n°2

Soit le polynôme P défini par

$$P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$$

1. Calculer $P(i\sqrt{3})$ et $P(-i\sqrt{3})$.
2. Déterminer le polynôme Q du 2ème degré à coefficients réels tel que pour tout $z \in \mathbb{C}$,

$$P(z) = \left(z^2 + 3\right) Q(z)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

Exercice n°3

On considère l'équation :

$$z^3 - (3+i)z^2 - (2+5i)z + 8 + 14i = 0 \qquad (1)$$

1. Vérifier que 2 est une solution de (1).
2. Déterminer les nombres complexes a, b, c tels que, pour tout $z \in \mathbb{C}$,

$$z^3 - (3+i)z^2 - (2+5i)z + 8 + 14i = (z-2)\left(az^2 + bz + c\right)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (1).

Exercices supplémentaires

Exercice n°4

Soit le nombre complexe $Z = \sqrt{3} + i$.
1. Déterminer les racines carrées de $Z = \sqrt{3} + i$ sous forme algèbrique, puis sous forme trigonométrique.
2. En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice n°5

Soit le nombre complexe $w = 5 + 12i$
1. Vérifier que $|w| = 13$.
2. Déterminer les racines carrées de w.
3. En déduire les solutions complexes de l'équation

$$(1+i)z^2 + z - 2 - i = 0$$

Exercice n°6

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
1. $2z^2 + 6z + 5 = 0$
2. $z^2 + z + 1 = 0$
3. $z^2 - 6z + 13 = 0$
4. $\frac{3z+2}{z+1} = z + 3$

Exercice n°7

Soit l'équation :

$$z^3 + iz^2 - iz + 1 + i = 0 \qquad (2)$$

1. Calculer $P(-1-i)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (2).

Chargé de cours :Dr.Boureni.