Corrigé de la série de TD N°4

Exercice 1:

I) Calcul de l'énergie de l'e^- dans l'atome:

on a : $E = W_{ext} + E_c \Rightarrow W_{ext} = E - E_c$

or: $E = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$

et: $E_c = \dfrac{1}{2} m_{e^-} \cdot v_{e^-}^2$

donc : $W_{ext} = h\dfrac{c}{\lambda} - \dfrac{1}{2} m_{e^-} \cdot v_{e^-}^2$

$$\Rightarrow W_{ext} = \frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^{8})}{1{,}5 \cdot 10^{-10}} - \frac{1}{2}(9{,}1 \cdot 10^{-31})(2{,}1 \cdot 10^{7})^2$$

$$= 11{,}23 \cdot 10^{-16}\ J.$$

$$\boxed{W_{ext} = 11{,}23 \cdot 10^{-16}\ J}.$$

II)-1) Calcul de l'énergie cinétique et de la vitesse de l'e^- émis par une radiation de 300 nm:

$$E = W_{ext} + E_c$$

or: $W_{ext} = 2{,}14\ eV$ et $E = h\dfrac{c}{\lambda}$

$$\Rightarrow E_c = h\frac{c}{\lambda} - W_{ext}$$

$$= \frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^{8})}{300 \cdot 10^{-9}} - (2{,}14)(1{,}6 \cdot 10^{-19})$$

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$\boxed{E_c = 3,2 \cdot 10^{-19}\ J}$$

*) Calcul de la vitesse de l'e^- :

$$E_c = \frac{1}{2} m_{e^-} \cdot v_{e^-}^2 \Rightarrow v_{e^-} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_{e^-}}}$$

$$\Rightarrow v_{e^-} = \sqrt{\frac{2\,(3,2 \cdot 10^{-19})}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 8,386 \cdot 10^5\ m/s$$

$$\boxed{v_{e^-} = 8,386 \cdot 10^5\ m/s}$$

2)- La fréquence seuil est la fréquence minimale pour que l'effet photoélectrique se produise, elle est liée au W_{ext} par :

$$W_{ext} = h\,\nu \Rightarrow \nu = \frac{W_{ext}}{h}$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{2,14\,(1,6 \cdot 10^{-19})}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 5,17 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$$

$$\boxed{\nu = 5,17 \cdot 10^{14}\ s^{-1}}$$

Donc l'effet photoélectrique ne sera plus observé pour des fréquences $\nu < 5,17 \cdot 10^{14}\ Hz$.

Exercice 2)

II) - 1) - Etat fondamental $\Rightarrow n_1 = 1$.

$E_1 = -13,54 \text{ eV}$

a) passer au 1er état excité :

donc : $\begin{cases} n_1 = 1 \\ n_2 = 2. \end{cases} \Rightarrow \Delta E_{1\to 2} = E_2 - E_1$

or : $E_n = -\dfrac{13,54}{n^2}$ donc : $E_2 = -\dfrac{13,54}{(2)^2}$ eV.

$\Rightarrow \Delta E_{1\to 2} = -\dfrac{13,54}{4} - (-13,54) = 10,155 \text{ eV}$

$$\boxed{\Delta E_{1\to 2} = 10,155 \text{ eV}}$$

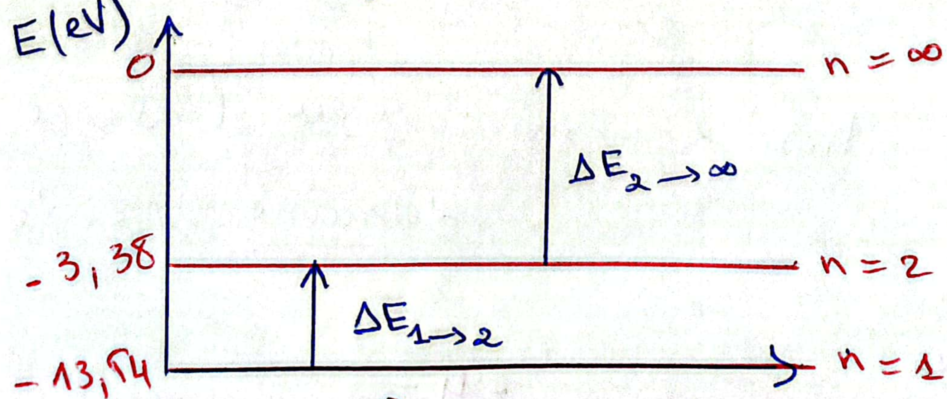
b) Passer du 1er état excité à l'état ionisé :

donc : $\begin{cases} n_1 = 2 \\ n_2 = \infty. \end{cases} \Rightarrow \Delta E_{2\to\infty} = E_\infty - E_2$

$= 0 - E_2 = -\left(-\dfrac{13,54}{(2)^2}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_{2\to\infty} = 3,38 \text{ eV}}$$

2) - Diagramme énergetique de ces transitions :



3) Les longueurs d'onde correspondantes :

on a : $\Delta E_{i \to f} = E_f - E_i = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{i \to f}}$.

$$\Rightarrow \boxed{\lambda_{i \to f} = \frac{h.c}{\Delta E_{i \to f}}}.$$

a) transition : $n_1 = 1 \longrightarrow n_2 = 2$.

$$\lambda_{1 \to 2} = \frac{hc}{\Delta E_{1 \to 2}} = \frac{(6{,}62.\ 10^{-34})(3.\ 10^{8})}{(10{,}155\ .\ 1{,}6.\ 10^{-19})} = 122{,}23$$

$$\boxed{\lambda_{1 \to 2} = 122{,}23\ nm}$$

b) transition : $n_1 = 2 \longrightarrow n_2 = \infty$

$$\lambda_{1 \to \infty} = \frac{(6{,}62.\ 10^{-34})(3.\ 10^{8})}{(3{,}38\ .\ 1{,}6.\ 10^{-19})} = 367{,}23\ nm.$$

$$\boxed{\lambda_{1 \to \infty} = 367{,}23\ nm.}$$

4) - La série et le domaine spectral :

a) transition $1 \longrightarrow 2$: <u>série</u> : de Lyman

<u>domaine</u> : UV

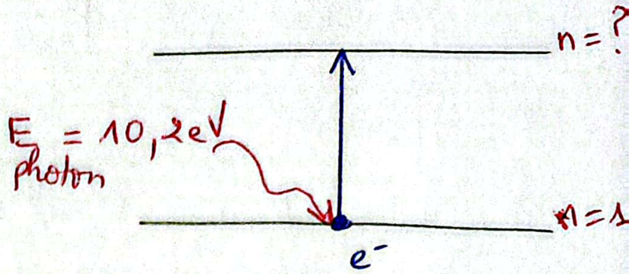
b) transition $2 \longrightarrow \infty$: <u>série</u> : Balmer

<u>domaine</u> : Visible.

Exercice 3).

1) Niveau d'excitation de l'e^- :

$E_{photon} = 10{,}2$ eV



on a : $E_{photon} = \Delta E_{1 \to n}$

$= E_n - E_1$

$\Rightarrow E_n = \Delta E_{1\to n} + E_1 = 10{,}2 + \left(-\frac{13{,}6}{1^2}\right)$

$\Rightarrow E_n = -3{,}4 \text{ eV} = -\frac{13{,}6}{n^2}$

$\Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow \boxed{n = 2.}$

2) la raie, la série et le domaine :

on a : $n = 1 \longrightarrow n = 2$: C'est la 1ère raie de la série de Lyman (1ère série).

Domaine : UV.

3) Energie d'ionisation d'un atome (énergie de 1ère ionisation notée E_i) est l'énergie qu'il faut fournir à cet atome pour arracher un électron du niveau fondamental.

$E_i = \Delta E_{1\to\infty} = E_\infty - E_1 = 0 - (-13{,}6) = 13{,}6$ eV

$= 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ J.

4) - Calcul de la longueur d'onde et de l'énergie pour $_4Be^{3+}$:

$Z = 4$:

⊙ Relation Ritz - Balmer : $\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right]$

or : $\begin{cases} n_1 = 1. \\ n_2 = 2. \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = (1{,}09 . 10^7)(4)^2 \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right]$

$\Rightarrow 1/\lambda = 13{,}08 . 10^7 \ m^{-1}$.

$\Rightarrow \boxed{\lambda = 7{,}645 \ nm}$

⊙ Energie du photon :

on a : $E_{photon} = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \frac{(6{,}62 . 10^{-34})(3 . 10^8)}{(7{,}645 . 10^{-9})}$

$= 259{,}7 . 10^{-19} \ J$.

$\boxed{E_{photon} = 259{,}7 . 10^{-19} \ J}$

Exercice 4)

I) 1) Hypothèse de Louis De Brogli : A toute particule de masse m et animée d'une vitesse v, est associée à une onde de longueur d'onde λ, telle que : $\lambda = \frac{h}{mv}$

où :

mv : est la quantité de mouvement de la particule

h : est la constante de Planck.

Donc la particule représente un double aspect : ondulatoire (rayonnement de longueur d'onde) et corpusculaire (matière de masse m).

2) - Calcul de la longueur d'onde :

a) un e^- se déplaçant à $3.10^4 m/s$:

$$\lambda_{e^-} = \frac{h}{m_{e^-} \cdot v_{e^-}} = \frac{6,62.10^{-34}}{(9,11.10^{-31})(3.10^4)} = 0,24.10^{-7}$$

$$\boxed{\lambda_e = 240 \text{ Å}}$$

$\lambda_{e^-} = 240$ Å, la valeur décrit bien un système microscopique.

b) un proton accéléré par $U = 2,5.10^5 V$:

on a : $E_c = \frac{1}{2} m . v^2 = q . U \Rightarrow mv = \sqrt{2.m.q.U}$

$$\Rightarrow \lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2m.q.U}}$$

$$\lambda_p = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\,(1{,}67 \cdot 10^{-27})(1{,}6 \cdot 10^{-19})(2{,}5 \cdot 10^{5})}}$$

$$= 57{,}3 \cdot 10^{-15}\,m \quad = \quad 57{,}3\ fm$$

$$\boxed{\lambda_p = 57{,}3\ fm} \qquad (fm = femto)$$

$1\,fm = 10^{-15}\,m$.

la valeur λ_p décrit bien un système microscopique

c) une balle de golf de 100g et $v = 30\,m/s$:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{(100 \cdot 10^{-3})(30)} = 2{,}207 \cdot 10^{-34}\,m.$$

la valeur de λ est négligeable devant les dimensions de la balle (système macroscopique).

3) Conclusion : L'aspect ondulatoire est insignifiant à l'échelle macroscopique, par contre il est d'une importance capitale à l'échelle microscopique d'où la nécessité de prendre en considération le caractère ondulatoire des systèmes infiniment petits.

II) 1) - Calcul de l'incertitude sur la position selon le principe de Heisenberg : « Il est impossible de déterminer simultanément et avec précision la position x et la quantité de mouvement P_x d'une particule ».

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta P_x = m \cdot \Delta v \quad \Rightarrow \quad \Delta v \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi \cdot m}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi m \cdot \Delta v}$$

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$, $m_{e^-} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$, $\Delta v = ?$

*) Determination de l'incertitude sur la vitesse : Δv.

on a : $\Delta v = 0{,}01 \cdot v$ or : $v = ?$

on a : $E_c = \frac{1}{2} m_{e^-} \cdot v^2 = e \cdot U$.

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_{e^-}}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(1{,}6 \cdot 10^{-19})(2 \cdot 10^3)}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 2{,}65 \cdot 10^7\ m/s$$

$$\boxed{v = 2{,}65 \cdot 10^{7}\ m/s}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geqslant \frac{h}{2\pi \cdot m_{e^-} \cdot (0{,}01 \cdot v)}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geqslant \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2\pi\,(9{,}11 \cdot 10^{-31})(0{,}01 \cdot 2{,}65 \cdot 10^{7})}$$

$$\Rightarrow \Delta x \geqslant 4{,}37 \cdot 10^{-10}\ m.$$

$\Rightarrow \boxed{\Delta x \geqslant 4{,}37\ \mathring{A}}$ l'incertitude sur la position Δx est très importante à l'échelle microscopique.

2) Calcul de l'incertitude sur la vitesse d'une bille de $m = 1g$:

et : $\Delta x = 1\,mm = 10^{-3}\,m$.

donc : $\Delta v \geqslant \dfrac{h}{2\pi \cdot m \cdot \Delta x}$

$$\Rightarrow \Delta v \geqslant \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{2\pi\,(10^{-3})(10^{-3})}$$

$\Rightarrow \boxed{\Delta v \geqslant 1{,}054 \cdot 10^{-28}\ m/s}$ cette incertitude est trop faible (non mesurable), le principe de Heisenberg n'a pas de sens à l'échelle macroscopique.

Conclusion: le principe d'incertitude de Heisenberg a des conséquences mesurables et importantes pour les particules microscopiques comme l'e^-, mais ses effets sont imperceptibles pour les objets macroscopiques comme la bille.

Exercice 5)

1) Les états quantiques de l'e^- et l'orbitale correspondante :

- $(3, 2, 1, +\frac{1}{2})$: $n = 3$, $l = 2$, $m = 1$, $s = +\frac{1}{2}$

  l'orbitale est : 3d

- $(5, 3, -2, +1/2)$: $n = 5$, $l = 3$, $m = -2$, $s = +\frac{1}{2}$

  l'orbitale est 5f.

- $(2, 1, -1, -\frac{1}{2})$: $n = 2$, $l = 1$, $m = -1$, $s = -\frac{1}{2}$

  l'orbitale est : 2p

- Les autres états sont impossibles ou non existants

$(2, 2, 2, +\frac{1}{2})$: $n = 2$, $l \cancel{=} 2$, $m = 2$, $s = +\frac{1}{2}$

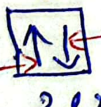
$(4, 0, -1, -\frac{1}{2})$: $n = 4$, $l = 0$, $m \cancel{=} -1$, $s = -\frac{1}{2}$

$(1, 0, 0, -1)$: $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $s \cancel{=} -1$

2) Les états quantiques des e^- :

$2s^2$:

0



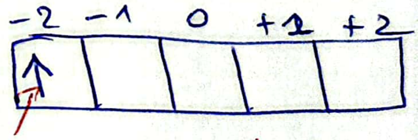
$2s^2$

$n = 2$, $l = 0$, $m = 0$, $s = +\frac{1}{2}$

$n = 2$, $l = 0$, $m = 0$, $s = -\frac{1}{2}$

$5d^1$:

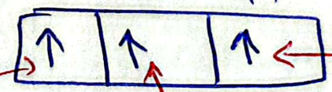
$-2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2$



$(5, 2, -2, +\frac{1}{2})$

$3p^3$:

$-1 \quad 0 \quad +1$



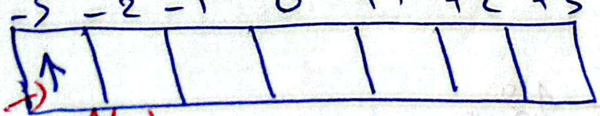
$(3, 1, -1, +\frac{1}{2})$

$(3, 1, 0, +\frac{1}{2})$

$(3, 1, +1, +\frac{1}{2})$

$4f^1$:

$-3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3$



$(4, 3, -3, +1/2)$

3) - Les états excités, impossibles et fondamentaux :

a) $1s^2 . 2s^2 . 2p^6 . 3s^1$ ⟶ Etat fondamental

b) $1s^2 . 2s^2 . 2p^6 . 3s^2 . 3p^6 . 3d^2$ ⟶ Etat excité.

c) $1s^2 . 2s^2 . 2p^6 . 3s^2 . 3p^6 \ 4s^2 . 3d^{10} . 3f^1$ ⟶ état impossible.

Exercice 6).

I) Combien d'e^- au max peuvent contenir les orbitales s, p et d :

sous-couche s : $\boxed{\uparrow\downarrow}$ 2 max.

" p : $\boxed{\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow}$ 6 max.

" d : $\boxed{\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow}$ 10 max.

II) a) Règle de Klechkowski : le remplissage des orbitales se fait suivant les valeurs croissantes de (n + l). A égalité, on remplit les orbitales du (n) le plus faible (petit) en premier. On aura, donc :

1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, ----

b) Règle de Hund (règle de spin maximal).
lorsqu'on dispose d'orbitales atomiques de même energie, on occupe le maximum d'orbitales atomiq en mettant un seul e^- dans chaque case quantiq, les spins étant parallèles, ~~avant~~ avant de commencer à faire des paires d'e^- à spins antiparallèles ($\uparrow\downarrow$) dans une même case.

- c) Principe d'exclusion de Pauli :

Dans un atome, deux e^- ne peuvent avoir leur 4 nombres quantiques (n, ℓ, m, m_s) identiques

III) - 1) 2) 3)

Element	- Configuration électronique - Cases quantiques	e^- Célibataires	e^- Cœur	e^- Valence
$_1H$	$1s^2$ [↑]	1	0	1
$_4Be$	$1s^2$ / $2s^2$: $[He]_2\, 2s^2$ [↑↓]	0	2	2
$_7N$	$1s^2$ / $2s^2 . 2p^3$: $[He]_2\, 2s^2 . 2p^3$ [↑↓] [↑ | ↑ | ↑]	3	2	5
$_8O$	$1s^2$ / $2s^2 . 2p^4$: $[He]_2\, 2s^2 . 2p^4$ [↑↓] [↑↓ | ↑ | ↑]	2	2	6
$_{13}Al$	$1s^2 . 2s^2 . 2p^6$ / $3s^2 . 3p^1$: $[Ne]_{10}\, 3s^2 . 3p^1$ [↑↓] [↑ | |]	1	10	3
$_{14}Si$	$1s^2 . 2s^2 . 2p^6$ / $3s^2\, 3p^2$: $[Ne]_{10}\, 3s^2 . 3p^2$ [↑↓] [↑ | ↑ |]	2	10	4
$_{16}S$	$1s^2 . 2s^2 . 2p^6$ / $3s^2 . 3p^4$: $[Ne]_{10}\, 3s^2 . 3p^4$ [↑↓] [↑↓ | ↑ | ↑]	2	10	6
$_{26}Fe$	$1s^2 . 2s^2\, 2p^6 . 3s^2\, 3p^6$ / $4s^2 . 3d^6$ $[Ar]_{18}\, 4s^2 . 3d^6$ [↑↓] [↑↓ | ↑ | ↑ | ↑ | ↑]	4	18	8
$_{30}Zn$	$1s^2 . 2s^2 . 2p^6 . 3s^2 . 3p^6$ / $4s^2 . 3d^{10}$ $[Ar]_{18}\, 4s^2 . 3d^{10}$ [↑↓]	0	18	2

4)- Calcul de la charge effective :

$_{30}Zn : (1s^2)(2s^2\ 2p^6)(3s^2\ 3p^6)(4s^2)(3d^{10})$

$Z^* = Z - \sum \sigma_{ij}$

$Z^*_{4s} = Z - [1(0,35) + 10(0,85) + 8(0,85) + 8(1) + 2(1)]$

$= 4,35$

$Z^*_{3d} = Z - [9(0,35) + 8(1) + 8(1) + 2(1)]$

$= 8,85$

5)- En cas d'ionisation, expliquer pourquoi les e^- 4s partent avant 3d :

Les e^- sur l'orbitale 4s subissent un effet d'écran plus important que les e^- de l'orbitale 3d. La force qui les retient est donc plus faible que celle des e^- de l'orbitale 3d ; ceci explique pourquoi en cas d'ionisation, les e^- 4s partent avant les e^- 3d.