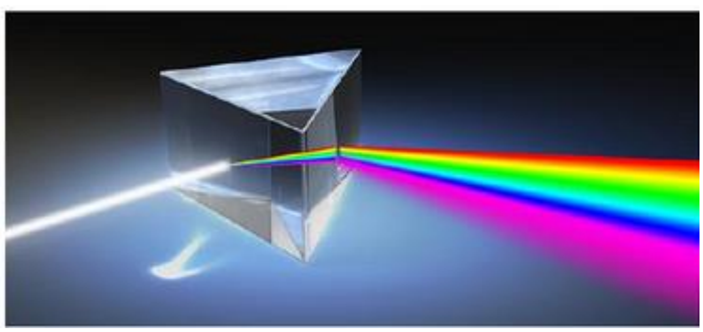
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Abderrahmane Mira - Bejaia
Faculté des Sciences de la Nature et de la Vie

Cours de Physique

1ère Année Licence SNV/SA

(2023/2024)



Présenté par :

Dr : SLIMI Ouidette

AVANT-PROPOS

C'est avec un immense enthousiasme que je vous présente ce polycopié de cours, dans le cadre de mon habilitation, Conçu spécialement pour les étudiants en tronc commun Sciences de la Nature et de la Vie (SNV) et en Sciences alimentaires (SA). Le contenu de ce cours, correspond au programme officiel de la matière << Physique >> enseigné en première année. Il a été rédigé dans le but de permettre d'avoir un outil de travail et de référence recouvrant les connaissances qui leur sont demandés.

Composé de trois chapitres distincts, ce polycopié commence par un rappel mathématique qui constitue les formules usuelles utilisées en première année, puis un traité général des principes de la mécanique des fluides qui sera limitée à celle des fluides homogènes. Enfin, il aborde l'ensemble des concepts et des applications qui forment la base de l'étude des phénomènes optiques. En ce qui concerne les exercices, nombreux et variés sont proposés dans les séries d’exercices et traités dans les séances des travaux dirigés et ce pour permettre à l’étudiant d’appliquer les connaissances de cette matière.

Enfin, nous souhaitons que cet ouvrage soit utile et servira de bonne référence, à toute personne, intéressée par ce domaine.

Je vous souhaite une lecture enrichissante et un succès éclatant dans vos études en Biologie.

Table des matières

1 Rappels mathématique

1.1 Introduction

Le mot physique vient d'un mot grec qui signifie nature, donc la physique est une science qui s'intéresse à l'étude des phénomènes naturels. Tous les processus naturels observés dans la nature obéissent à des lois bien déterminées. Comme toute autre science, la physique a pour objectif essentiel la découverte et l'étude de ces lois. Les sciences physiques jouent un rôle très important en biologie, en médecine puisque les phénomènes comme la montée de la sève dans les végétaux, l'ouïe, la vue, la tension artérielle, …etc sont des problèmes qui ne peuvent être expliqués sans les lois de la physique. La physique est une science exacte où les lois sont exprimées par des formules mathématiques. Pour décrire ces lois, la physique fait appel aux notions de grandeurs physiques.

La physique est une science exacte où les lois sont exprimées par des formules mathématiques. Pour décrire ces lois, la physique fait appel aux notions de grandeurs physiques. Chacune d'elles doit être bien définie et nous devons savoir la mesurer. Il existe deux types de grandeurs :

• Scalaire : une grandeur dont la valeur ne dépend que du point auquel on l'évalue. Il se résume à une valeur numérique et l'unité de la mesure.

• Vectorielle : une grandeur qui est caractérisée par une direction, un sens, un module et un point d'application.

1.2 Les grandeurs physiques

- **Définition**

Une **grandeur** est définie comme attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance chimique, physique ou biologique, qui est susceptible d'être distinguée qualitativement et déterminée quantitativement (tirée de la Norme française NF X 07-001 de décembre 1994 "Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie").

La grandeur est caractérisée par une valeur numérique et une unité, qui sont indissociables. Ainsi, attribuer une valeur numérique à une grandeur sans en préciser l'unité n'a aucun sens.

Une **mesure** est le fait de donner un nombre à une grandeur physique (par exemple, une longueur, un volume, ou une température) à qui permet une comparaison entre les objets. Autrement dit c'est trouver la valeur d'une grandeur avec un instrument, et souvent par comparaison avec quelque-chose de la même grandeur physique. Par exemple on peut mesurer la masse d'un objet avec une balance et des « poids » de masse connue.

Pour cela on a besoin d'une unité de mesure (par exemple, le mètre, le litre ou le Kelvin). Effectuer une mesure nécessite un instrument de mesure (par exemple, une règle graduée, ou un thermomètre).

Dans le cas général : La mesure d'une grandeur physique « G » peut donc toujours s'écrire sous la forme :

$$\boxed{G = A\ \textbf{unité}}$$

avec :

A : un réel,

Unité : l'unité choisie pour évaluer la grandeur **G**.

Exemple : la vitesse de la lumière dans le vide

$$C = 3\ .10\text{-}8\ m.s^{-1}$$

On peut classer les grandeurs en deux catégories : les grandeurs mesurables et les grandeurs repérables

1.2.1 La notion de chiffres significatifs :

On garde combien de chiffre après la virgule ? L'objectif de ce document est de permettre à tous de répondre correctement à cette trop fréquente question.

- ***Définition***

On appelle « chiffres significatifs » les chiffres obtenus de façon certaine par la mesure. Leur nombre dépend de l'instrument et la méthode utilisée. Sont considérés comme « significatifs »

Afin de déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur, il faut retenir la **règle** suivante:

Dans un nombre, les chiffres significatifs correspondent à l'ensemble des chiffres apparaissant à partir du premier chiffre différent de zéro en allant de la gauche vers la droite.

- ***Application de la méthode***

Prenons l'exemple de la longueur **028,500 m** : celle-ci contient **5 chiffres significatifs**. En effet:

- le zéro le plus à gauche n'est pas significatif.
- les chiffres 2, 8, et 5 sont significatifs
- les deux chiffres 0 se trouvant le plus à droite sont significatifs : ils indiquent que cette longueur est précise millième de près.

➢ **Cas des zéros**

Cette méthode de décompte du nombre de chiffres significatifs implique en particulier que les **zéros situés le plus à droite** dans un nombre, y compris ceux situés après la virgule, sont significatifs : ils apportent une indication sur la précision du nombre.

Quant aux **zéros situés le plus à gauche**, il est assez simple de comprendre pourquoi ils sont exclus du décompte du nombre de chiffres significatifs : une simple conversion doit permettre de les éliminer.

En prenant l'exemple d'un arbre qui mesure **0,55 mètres**, deux chiffres significatifs sont décomptés, il s'agit des deux chiffres 5. Cette hauteur peut également être convertie en centimètres, l'arbre mesure alors **55 cm.** On décompte à nouveau deux chiffres significatifs : à nouveau les deux chiffres 5. Ainsi, les zéros se trouvant à gauche d'une valeur ne donnent aucune indication sur la précision de la mesure, ils ne sont donc pas significatifs.

- **Cas des puissances de 10**

Quand une valeur est exprimée en notation scientifique avec une puissance de 10, tous les chiffres se trouvant devant la puissance de 10 sont significatifs : la puissance de 10 n'est pas prise en compte dans le décompte des chiffres significatifs.

Prenons l'exemple de la valeur $2,5 \times 10^4$. Cette valeur comporte deux chiffres significatifs : 2 et 5.

Quelques exemples de valeurs associées à leur nombre de chiffres significatifs

Le tableau ci-dessous prend d'autres exemples de décompte des chiffres significatifs. Ces derniers sont également soulignés :

	0, 10	5200	0 ,0064	40	3,6634	0,00001	0032,1	70000,05
Nombre de chiffres significatifs	2	4	2	2	5	1	3	7

Exercice : (La *pratique mène à la perfection*)

Combien de chiffres significatifs y a-t-il ?

2143 ____________ 2,143 ____________

0,002143 ____________ 2008 ____________

2800 ____________ 1,500 ____________

0,0043 ____________ 0,0430 ____________

Bon c'est bien joli tout ça mais à quoi ça sert ?
C'est ce que nous allons voir !

- **Dans les calculs : multiplications et divisions**

Dans les exercices, vous aurez souvent des applications numériques à effectuer, c'est-à-dire remplacer des lettres par des valeurs. Vous allez alors trouver un résultat mais qui ne va pas

forcément tomber juste (avec plein de chiffres après la virgule…).
La question est la suivante :

Combien garde-t-on de chiffres pour le résultat ??

Le principe est simple : on regarde le nombre de chiffres significatifs de CHAQUE DONNÉE de l'énoncé.
Le résultat aura autant de chiffres significatifs que la donnée qui en a LE MOINS.

- *Exemple* :
  On a 3 données : une avec 4 C.S, une autre avec 5 C.S. et une autre avec 2 C.S. Le résultat aura 2 C.S (puisque 2 est le plus petit entre 2, 4 et 5).
- Prenons un autre exemple encore plus concret en chimie.
  On sait que $n = C \times V$
  On donne $C = 6,00 \times 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ *et* $V = 23\ L$.
  C a ici 3 C.S. tandis que V n'en a que 2 : le résultat final aura donc 2 C.S.
  Faisons l'application numérique :
  $n = 6,00 \times 10^{-2} \times 23$
  Le résultat est 1,38 mais 1,38 possède 3 C.S. alors qu'il n'en faut que 2 !
  On arrondit donc à 1,4 qui possède 2 C.S :
  $n = 1,4\ mol.$
  Sur votre copie vous écrirez donc:
  $n = C \times V$
  $n = 6,00 \times 10^{-2} \times 23$
  $n = 1,4\ mol.$
  Comme vous le voyez pas besoin d'écrire le 1,38 vous écrivez directement le résultat avec le bon nombre de chiffres significatifs.
- **Autre exemple**, qui fait en plus intervenir les problèmes de conversion:
  Le poids P a pour formule $P = m \times g$.
  On donne $m = 5000\ g$ *et* $g = 9,81\ m.s^{-2}$
  Il faut faire attention que dans la formule la masse doit être en kg et non en g.
  Beaucoup d'étudiants diront 5000 g = 5 kg… oui mais 5000 a 4 C.S. tandis que 5 n'en a

qu'un !!

vous pouvez donc dire 5000 g = 5,000 kg mais le mieux est de passer avec des puissances de 10 :

5000 g = 5000 × 10^{-3} kg et là vous êtes sûr de ne pas vous tromper dans les C.S. puisque vous ne touchez pas au nombre en lui-même (le 5000) mais uniquement à la puissance de 10 qui n'a pas de rapport avec les C.S comme on l'a vu précédemment.

On a alors :

$P = 5{,}000 \times 10^{-3} \times 9{,}81$

$P = 49{,}1\ N$.

Le résultat est normalement 49,05 mais 5,000 a 4 C.S alors que 9,81 n'en a que 3 : il faut donc 3 C.S, donc on arrondit 49,05 à 49,1.

- **Dernier exemple** cette fois-ci avec des fractions (c'est le même principe):

On a :

$$C = \frac{n}{V}$$

Or :

$$n = \frac{m}{M}$$

Donc:

$$C = \frac{m}{M \times V}$$

On donne dans l'énoncé: $m = 0{,}207\ g$, $M = 35{,}6\ g.mol^{-1}$ et $V = 5{,}0\ L$.

m a 3 C.S, M en a 3 aussi mais V n'en a que 2 : le résultat final aura donc 2 C.S (car 2 est plus petit que 3) :

$$C = \frac{0{,}207}{35{,}6 \times 5{,}0}$$

$$C = 0{,}0012\ mol.L^{-1}$$

$$C = 1{,}2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

La calculatrice affiche en effet 0.00116292134 mais on ne doit garder que 2 C.S, donc 0,0012 c'est-à-dire 1,2 × 10^{-3} en notation scientifique.

ATTENTION cependant !!

Dans ce dernier exemple, on a plusieurs formules : C = n/V et n = m/M.

Ce qu'il ne faut PAS faire c'est de calculer successivement en arrondissant, il vaut mieux faire UN SEUL calcul.

En effet, on aurait très bien pu d'abord calculer n :

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{0{,}207}{35{,}6}$$

$$n = 5{,}81 \times 10^{-3} mol$$

On garde en effet 3 C.S car 0,207 et 35,6 en ont chacun 3.

On calcule ensuite C:

$$C = \frac{n}{V}$$

$$C = \frac{5{,}81 \times 10^{-3}}{5{,}0}$$

$$C = 0{,}0012\, mol.L^{-1}$$

Certes on trouve ici le même résultat mais ce n'est pas toujours le cas !
En effet, on a d'abord arrondi le n, puis on a refait un arrondi en calculant le C.
Le C final est donc un arrondi de l'arrondi qui peut ne pas être le même qu'avec un seul arrondi… Ici il n'y a que deux formules mais il arrive parfois qu'il y ait plein de formules à appliquer et si vous les appliques séparément vous aurez plein d'arrondis à faire, et donc peut-être une valeur finale qui n'est pas la bonne !

Il vaut donc mieux faire un seul calcul en insérant les différentes formules dans ce calcul.
Cela permet en plus de vérifier l'homogénéité de la formule, et de n'avoir à réfléchir aux chiffres significatifs qu'une seule fois, lors de l'application numérique finale, au lieu de devoir réfléchir aux chiffres significatifs à chaque formule…

- Petite remarque avant de passer à la suite :

Les chiffres significatifs à prendre sont ceux des ***DONNÉES****, pas les chiffres qui peuvent parfois être dans la formule.*

Par exemple, la formule du périmètre d'un cercle est $2\pi R$: le 2 n'est pas à prendre en compte ! En effet, 2 ne représente pas une donnée (comme une vitesse, une distance etc…) c'est un chiffre qui est dans la formule.
On ne prendra donc en compte que la valeur du rayon R pour savoir combien de C.S il faut.

De même pour l'énergie cinétique par exemple qui est $E = \frac{1}{2}\, m\, v^2$: le 1/2 n'est pas à prendre en compte, seul le nombre de C.S de m et v sera pris en compte.

Le principe général à retenir est donc que le résultat final a autant de chiffres significatifs que la DONNÉE qui en a le moins.
Il existe cependant une exception : quand on fait des additions et soustractions.

- **Cas particulier : les additions et soustractions**

La règle est en effet légèrement différente lorsque l'on fait des additions ou des soustractions.
Le principe est le suivant :

Lors d'une addition ou d'une soustraction, le résultat doit avoir autant de chiffres après la virgule que le nombre qui en comporte le moins.

Avec un exemple ce sera plus simple :
25,12 + 36,2 + 4,965 + 82,1294 = 148,4
Le résultat est en réalité 148,4144 mais 36,2 n'a qu'un seul chiffre après la virgule alors que les autres en ont 2, 3 ou 4.
Le résultat final n'a donc **qu'un seul chiffre après la virgule** !
Vous voyez également que le nombre de chiffres significatifs de chaque terme n'a pas d'importance, **c'est le nombre de chiffres après la virgule qui est important.**

La position de la virgule est donc déterminante pour une addition ou une soustraction contrairement aux multiplications et aux divisions.

Attention cependant, les chiffres ne doivent pas être en notation scientifique !

Reprenons l'exemple d'avant en mettant chaque nombre en notation scientifique :

$2,512 \times 10^1 + 3,62 \times 10^1 + 4,965 + 8,21294 \times 10^1$

Le résultat aurait 2 chiffres après la virgule puisque les nombres ont respectivement 3, 2, 3 et 5 chiffres après la virgule.

En réalité le résultat ne doit avoir qu'un seul chiffre après la virgule comme vu précédemment…

Il faut donc mettre les chiffres **sous forme décimale.**

Remarque :

Le nombre de chiffres significatifs du résultat final peut, contrairement aux multiplications, avoir plus de chiffres significatifs que les données !!!

En effet, dans notre exemple le résultat final (148,4) a 4 C.S tandis que 36,2 n'en avait que 3…

Les règles concernant les chiffres significatifs pour les additions/soustractions et les multiplications/divisions sont donc bien distincts.

Cependant, en physique-chimie, vous aurez quasiment tout le temps des multiplications et divisions et non des additions.

Un des seuls cas où tu auras à faire des additions est quand vous calculerez la masse molaire d'une molécule.

En effet, si on vous donne M(H) = 1,0 g.mol.L^{-1} et M(O) = 16,0 g.mol.L^{-1}, pour calculer la masse molaire de H_2O par exemple, vous ferez :

$M(H_2O) = 2\ M(H) + M(O)$

$M(H_2O) = 2 \times 1,0 + 16,0$

$M(H_2O) = 18,0$ g.mol.L^{-1}.

Comme 1,0 et 16,0 ont tous les deux 1 chiffres après la virgule, le résultat final aussi. On remarque que ce résultat final (18,0) a donc trois C.S alors que 1,0 n'en a que deux : comme dit précédemment le résultat final peut avoir plus de C.S que les données contrairement aux multiplications/divisions.

1.2.2 Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées

a) Grandeurs fondamentales

Certaines grandeurs mesurables s'obtiennent à l'aide de relations de définitions, reflets de relations entre grandeurs mesurables. Les physiciens ont retenu, en particulier lors de la Conférence Générale des Poids et Mesures de 1972 créant le Système International (en abrégé S.I.), une liste de grandeurs de base, dites fondamentales, dont toutes les autres sont dérivées. Ce sont : **La masse**, **le temps**, **la longueur**, **la température**, **l'intensité lumineuse**, l'intensité électrique, **la quantité de matière**. Celles que nous utiliserons le plus souvent sont notées en gras.

Remarque : *seul le nombre d'unités fondamentales est imposé, puisqu'elles doivent permettre, par combinaison, de mesurer toute grandeur physique connue sans définition redondante, mais le choix précis des unités fondamentales comme les unités de masse, longueur, temps, courant électrique, température, intensité lumineuse et quantité de matière est purement arbitraire*

Les 7 unités du Système international

Le tableau suivant donne la définition actuelle de ces 7 unités de base :

Tab 1.2 : *Les sept unités de base du SI*

Grandeur	Symbole du grandeur	Unité	Symbole d'unité	Dimension
Longueur	l , x , d, r , *etc.*	mètre	m	L
Masse	m	kilogramme	kg	M
Temps	t	seconde	s	T
Intensité électrique	I , i	ampere	A	I
Température	T	kelvin	K	ϴ
Quantité de matière	n	mole	mol	N
Intensité lumineuse1	I	candela	cd	J

Plus deux autres grandeurs supplémentaires :

Tab 1.3 : *Unités supplémentaires*

Grandeur	Symbole	Nom de l'unité	Symbole
Angle plan	α,β,θ	radian	rad
Angle solide	Ω	stéradian	sr

b) Grandeurs dérivées

Il existe de nombreuses autres grandeurs, toutes avec leurs unités dans le système SI, mais elles dérivent des sept unités fondamentales précédentes. Donnons-en un tableau récapitulatif :

Tab 1.3 *: Grandeurs dérivées*

Grandeur physique	Symbole	Unité SI	Combinaison SI
fréquence	f	hertz (Hz)	s^{-1}
force	F	newton (N)	$kg.m.s^{-2}$
pression	p	pascal (Pa)	$N.m^{-2}$ ou $kg.m^{-1}.s^{-2}$
énergie	ϵ	joule (J)	$kg.m^2.s^{-2}$

Grandeur physique	Symbole	Unité SI	Combinaison SI
puissance	P	watt (W)	$kg.m^2.s^{-3}$ ou $J.s^{-1}$
vitesse	v		$m.s^{-1}$
accélération	a		$m.s^{-2}$
accélération de la pesanteur	g		$m.s^{-2}$
charge électrique	q	coulomb (C)	A.s
tension ou fem	U ou V	volt (V)	$kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$
capacité	C	farad (F)	$kg^{-1}.m^{-2}.s^4.A^2$
résistance	R	ohm (Ω)	$kg.m^2.s^{-3}.A^{-2}$
conductance	G	siemens (S) ou (Ω^{-1})	$kg^{-1}.m^{-2}.s^3.A^2$
champ magnétique	B	tesla (T)	
flux magnétique	ϕ	weber (Wb)	$kg.m^2.s^{-2}.A^{-1}$ ou V.s
inductance	L	henry (H)	$kg.m^2.s^{-2}.A^{-2}$
lumen (flux lumineux)	lm		cd ou cd.stéradian (4π)
Lux (flux par m^2)	lx		$cd.m^{-2}$

Les grandeurs dérivées sont représentées par une équation aux dimensions, qui symbolise la définition de ces grandeurs par rapport aux grandeurs fondamentales. D'autres grandeurs dérivées ont des unités dérivées qui n'ont pas de nom spécifique.

Exemple:

Grandeur dérivée	***Unité dans SI***	***Unité en unités des grandeurs fondamentales du SI***
Surface (aire)	Metre.metre (m^2)	m^2
Viscosité	Pascal. Seconde (Pa.S)	$m^{-1}.Kg.S^{-1}$
Tension superficielle	Newton par mètre (N/m)	$Kg.S^{-2}$
Champ électrique	Volt par mètre (V/m)	$m.Kg.S^{-3}.A^{-1}$
Entropie massique	Joul/kilogramme.Kelvin ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)	$m^2.S^{-2}.K^{-1}$

Enfin, il existe aussi des unités en dehors du SI dont la valeur en unité SI est obtenue expérimentalement comme par exemple :

Nom	***Symbole***	***Valeur en unités SI***
Electronvolt	eV	1 eV = $1{,}06021773349.10^{-19}$ J
Calorie	Cal	1 cal = 4,184 J
Unité de masse atomique	u	1 u = $1{,}660540210.10^{-27}$ Kg
Unité astronomique	ua	1 ua = $1{,}4959787069130.10^{11}$ m
Cheval-heure (puissance produite par un cheval pendant 1 heure)	Ch-h	1 ch-h = 2 647 900 J

A noter que des préfixes des multiples et sous-multiples décimaux des unités SI ont été définis :

***Tab 1.4** : multiples et sous-multiples décimaux*

Facteur	***Préfixe***	***Symbole***	***Facteur***	***Préfixe***	***Facteur***
10^{24}	Yotta	Y	10^{-1}	Déci	d
10^{21}	Zetta	Z	10^{-2}	Centi	c
10^{18}	Exa	E	10^{-3}	Milli	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	Micro	µ
10^{12}	Téra	T	10^{-9}	Nano	n

10^{9}	Giga	G	10^{-12}	Pico	p
10^{6}	Méga	M	10^{-15}	Femto	f
10^{3}	Kilo	K	10^{-18}	Atto	a
10^{2}	Hécto	h	10^{-21}	Zepto	z
10^{1}	Déca	da	10^{-24}	yocto	y

1.2.3 Equation aux dimensions

Dans le système international, n'importe quelle grandeur physique (G) peut être exprimée en fonction des grandeurs fondamentales (Longueur, Masse, Temps, Intensité de courant,…) selon l'expression :

$$[G] = L^a . M^b . T^c . I^d . \theta^e . \mu^f . J^j \quad (1)$$

Avec : a, b, c, d, e, f et j sont des nombres réels.
L'expression $[G] = L^a . M^b . T^c . I^d . \theta^e . \mu^f . J^j$ est l'équation aux dimensions de la grandeur G. L'analyse dimensionnelle nous permet de retrouver facilement les formules physiques et d'éviter les erreurs dues aux unités puisque toutes les relations entre les grandeurs physiques sont homogènes de point de vue dimensions.
Toutes les sciences sont concernées pour mesurer des quantités qui s'appellent des grandeurs. Exemple ; nombre des étudiants, leurs âges etc. Ce fait exige qu'il y a des standards ou des bases de mesures.

Exemples : *La surface* ***$[L^2]$****, le volume* ***$[L^3]$****, la force* ***$[MLT^{-2}]$,*** *la quantité d'électricité* ***[IT]*** *On peut ajouter que l'unité d'angle plan est le radian (rad) et que celle d'angle solide est le stéradian (sr), toutes deux sans dimension puisque définies comme étant le rapport de deux longueurs (angle plan) ou de deux surfaces (angle solide).*

Tab 1.5 : Dimensions des grandeurs physiques.

Grandeur physique		**Unité SI**		**Dimension**
nom	*notation usuelle*	*nom*	*abréviation*	
Vitesse linéaire	v		m/s	$L.T^{-1}$
Vitesse angulaire, pulsation	Ω, ω		rad/s	T^{-1}
Accélération linéaire			m/s^2	$L.T^{-2}$
Accélération angulaire			rad/s^2	T^{-2}
Fréquence	f	hertz	Hz	T^{-1}
Force	F	newton	N	$M.L.\ T^{-2}$
Moment d'inertie	J		$kg.m^2$	$M.L^2$
Pression	p	pascal	Pa	$M.L^{-1}.\ T^{-2}$
Travail, énergie, quantité de chaleur	W, Q	joule	J	$M.L^2.\ T^{-2}$
Puissance	P	watt	W	$M.L^2.\ T^{-3}$
Quantité d'électricité	q	coulomb	C	T.I
Potentiel électrostatique	V	volt	V	$M.L^2.\ T^{-3}I^{-1}$
Champ électrique	E		V/m	$M.L.\ T^{-3}I^{-1}$
Capacité	C	farad	F	$M^{-1}.L^{-2}.\ T^4I^2$
Résistance électrique	R	ohm	Ω	$M.L^2.\ T^{-3}I^{-2}$
Champ d'induction magnétique	B	tesla	T	$M.\ T^{-2}I^{-1}$
Flux	φ	weber	Wb	$M.L^2.\ T^{-2}I^{-1}$
Champ d'excitation magnétique	H		A/m	$L^{-1}.\ I$
Coefficient d' inductance	L	henry	H	$M.L^2.\ T^{-2}I^{-2}$

1.2.4 Quelques régles sur les équations aux dimensions :

1) Les dimensions des grandeurs physiques s'expriment toutes comme des produits de puissances des dimensions fondamentales ;
2) Lorsque, dans l'écriture aux dimensions d'une grandeur G, on obtient [G]=1, la grandeur est dite de dimension 1 ;
3) L'équation aux dimensions de toute grandeur G peut se mettre sous la forme généralisée citée en haut ;
4) La dimension du produit de deux grandeurs A et B est le produit des dimensions de chacune des grandeurs : $[C] = [AB] = [\ A][B]$ et $[A^n]$=$[A]^n$;
5) Pour les fonctions $sin\ (a), cos\ (a)\ , tan\ (a), exp\ (a), ln\ (a)\ ou\ log\ (a),$ la longueur a est sans dimension ;
6) Dans 1+A, la grandeur doit être sans unité, et dans A×B, les grandeurs doivent être de même dimension ;

7) Un dimension ne s’additionne pas, en effet, si $A = B + C$, alors forcément $[A] = [B] = [C]$;
8) Un nombre réel x est sans dimension i.e. $[x] = 1$;

1.2.5 Homogénéité d'un résultat

Par souci de clarté, on doit conduire tous les calculs sous forme littérale en conservant les symboles des différentes grandeurs physiques. On ne réalise d'application numérique que lorsque le calcul littéral est terminé. Ceci permet de juger l'homogénéité d'une formule. Il faut en effet se rappeler le principe suivant : Tout résultat non homogène, de point de vue analyse dimensionnelle, est nécessairement faux. Par contre, un résultat homogène, de point de vue analyses dimensionnelle, n'est pas forcement juste.

Pour vérifier qu'une équation est bien homogène, il faut s’assurer que les deux parties de l'équation utilisent la même dimension. En effet, si ces dernières sont différentes, votre équation sera automatiquement considérée fausse.

Exemple : Volume d'un cône:

a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
b) $V = \pi h^2 r$
c) $V = \frac{(\pi h^2)}{r}$

$$[V] = [L]^3$$

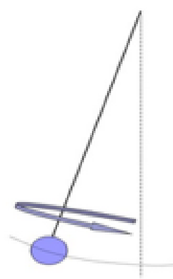
a) $[V] = [L]^2[L] = [L]^3 \rightarrow homog\grave{e}ne$
b) $[V] = [L]^2[L] = [L]^3 \rightarrow homog\grave{e}ne$
c) $[V] = [L]^2[L]^{-1} = [L] \rightarrow non\ homog\grave{e}ne$

Remarque: ce n'est pas parce que les deux premières formules sont homogènes à un volume qu'elles sont toutes les deux exactes.

Exemple 2 :

Soit l'expression suivante qui donne la période d'oscillation d'un pendule simple de longueur l et g est l'accélération de la pesanteur. Le premier membre a la dimension d'un temps ; il faut que le deuxième membre ait la même dimension, sinon la formule est fausse.

- $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$



L'expression est homogène si : $[T_0] = \left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right]$

$$[T_0] = T\ ; [l] = L$$

$$p = mg \Rightarrow g = p/m$$

$$[g] = \frac{[F]}{[m]} = MLT^{-2}M^{-1} = L.T^{-2}$$

$[l/g]$= $LT^2L^{-1} = T^2$ et donc $\left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = T$

Donc : les équations aux dimensions permet de:

- *Déterminer l'unité composée d'une grandeur en fonction des grandeurs fondamentales.*
- *Tester si une formule est homogène.*
- *Faire de conversations des unités*

1.2.6 Orthographe des unités physiques

Les **NOMS** des unités physiques sont des noms communs, ils s'écrivent donc en minuscules et prennent un S au pluriel. Exemples : kelvin, ampère, 2 volts, etc…

Les **ABRÉVIATIONS** des unités physiques s'écrivent également en minuscule, sauf si l'unité provient du **nom d'une personne**.

Exemples : m, s, V, A, K, etc…

1.3 Erreur et incertitude

"La connaissance progresse en intégrant en elle l'incertitude, non en l'exorcisant"

Edgar Morin

Objectif

Mesurer une grandeur en sciences expérimentales ne consiste pas uniquement à lui donner une valeur, mais aussi à lui associer une incertitude afin de qualifier la qualité de la mesure

Les valeurs mesurées de grandeurs physiques sont toujours entachées d'erreurs, la valeur mesurée n'est alors qu'une valeur approchée

1.3.1 Différents types d'erreurs

En sciences expérimentales, il n'existe pas de mesures exactes celles-ci ne peuvent être qu'entachées d'erreurs plus ou moins importants. Accéder à une valeur objective de la réalité sans erreur est tout simplement impossible. L'erreur fait partie de l'opération de mesure.

***Exemple* :**

Mesurons, à l'aide d'un chronomètre, la durée t correspondant à 2,5 périodes d'oscillation d'un pendule simple (5 passages à la verticale). En faisant faire cette même mesure par différents étudiants on trouve :

Mesure n°	*1*	*2*	*3*	*4*
Durée t	*3,62 s*	*3,47 s*	*3,44 s*	*3,30 s*

L'expérience précédente montre que les résultats sont différents ce qui traduit l'existence **d'erreurs de mesure**. L'erreur faite lors de la mesure d'une grandeur x est l'écart entre la valeur mesurée (x_i) et sa valeur vraie (x_{vraie}), laquelle est unique mais inaccessible. Elle présente deux composantes.

- **Les erreurs systématiques** se produisent par exemple lorsqu'on emploie des unités mal étalonnées (échelle fausse, chronomètre mal ajusté) ou lorsqu'on néglige certains facteurs qui ont une influence sur la marche de l'expérience (par ex. l'influence du champ magnétique terrestre dans une mesure magnétique). Cela mène à un décalage du résultat si l'erreur commise est toujours la même. Les erreurs systématiques influencent l'exactitude (ou justesse) de la mesure (voir Fig. 1.c). Dans la plupart des cas, les erreurs systématiques, pour autant qu'on connaisse leur cause, peuvent être prises en considération par une correction correspondante apportée au résultat de la mesure. Pour les mesures effectuées dans le cadre de travaux pratiques de physique, elles n'ont en général qu'une signification de second plan.

Exemple *: l'utilisation d'une règle dont il manque le premier centimètre : toutes les mesures seraient surévaluées ou si une balance indique déjà quelques grammes lorsque le plateau n'est pas chargé, toutes les mesures fourniront une valeur trop élevée.*

- **Les erreurs aléatoires (ou accidentelles)** ne peuvent en principe pas être évitées. Leur cause se trouve dans l'expérimentateur lui-même. La sûreté avec laquelle la main manie un instrument (par ex. l'arrêt d'un chronomètre), l'exactitude avec laquelle l'œil observe (par ex. la position d'une aiguille sur une échelle) ou l'acuité différentielle de l'oreille (par ex. pour la détermination d'un minimum d'intensité sonore) sont limitées. C'est la tâche de tout observateur d'être conscient des erreurs accidentelles de mesure, de les maintenir aussi faibles que possible et d'estimer ou calculer leur influence sur le résultat obtenu. Les erreurs accidentelles affectent la précision (ou fidélité) de la mesure (Fig. 1.b).

Exemple *: la mesure de la longueur d'un objet par une règle ; l'erreur aléatoire est inévitable liée à l'ajustement de la règle sur l'objet, à la vision de l'expérimentateur et à la précision de la règle. La valeur mesurée peut être surévaluée ou sous-évaluée et une répétition des mesures puisse atténuer l'erreur aléatoire.*

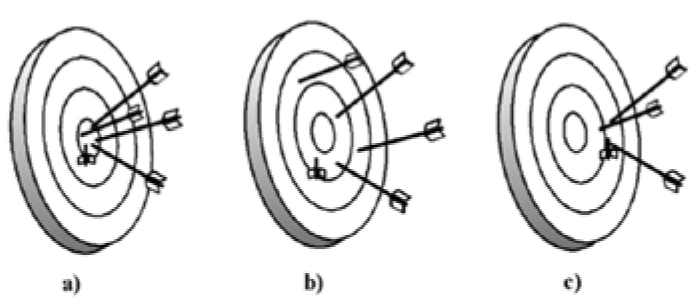


Fig 1.1*-Exactitude et précision :a) Exact et précis ; (b) exact, pas précis ;(c) pas exact, mais précis*

Dans l'expérience précédente on peut lister les différentes sources d'erreur :

Erreur aléatoire	***Erreur systématique (biais)***
réflexion humain	*défaut de parallaxe*
fidélité limité du chronomètre	*chronomètre mal calibré*
erreur de lecture	*vertical mal positionnée*

1.3.2 Correction de l'erreur

Bien qu'il ne soit pas possible de compenser l'erreur aléatoire faite sur une mesure, elle peut être réduite en augmentant le nombre d'observations comme nous allons le voir. En revanche, l'erreur systématique d'un résultat de mesure ne peut être réduite en augmentant le nombre d'observations, mais par l'application d'une correction.

L'erreur absolue, notée δX, c'est la valeur absolue de l'écart entre la valeur vraie (X_v) et la valeur mesurée (X_m). La valeur vraie (X_v) étant inconnue, l'erreur absolue l'est également.

$$Erreur\ absolue\ (\delta X)\ =\ |X_v - X_m|\ =\ inconnue \qquad (2)$$

Comme la valeur exacte de la grandeur à mesurer est inconnue, il faut évaluer une limite supérieure de l'erreur absolue qui n'est autre que l'incertitude absolue notée :

$$\Delta x = sup([\delta\, X]) \qquad (3)$$

1.3.4 Erreur relative, incertitude relative

L'erreur relative est le rapport de l'erreur absolue à la valeur mesurée. Elle n'est pas connue.

$$\varepsilon_r = \frac{\delta\, X}{X_m} = \frac{X_v - X_m}{X_m} \qquad (4)$$

Egalement, si la valeur exacte de la grandeur est inaccessible, on prendra la limite supérieure de l'erreur relative qui n'est autre que l'incertitude relative : $\frac{\Delta\, X}{\boldsymbol{X_m}}$

1.3.5 Précision d'une mesure

L'incertitude relative d'une mesure est définie par le rapport de l'incertitude absolue et la valeur mesurée (rapport sans unité). Si on l'exprime en %, dans ce cas on parle de la précision de la mesure et s'exprime par le rapport :

$$\varepsilon_r\% = \frac{\delta X}{X_m} \times 100 = \frac{X_v - X_m}{X_m} \times 100 \qquad (5)$$

Exemple:

L = (16.5 ±0.1) m

Remarque:

1. Une incertitude absolue sur une grandeur X s'exprime dans la même unité que celle de X.
2. Une incertitude relative sur une grandeur X s'exprime en pourcentage.

1.4 Calcul d'incertitude

1.4.1 Cas des mesures indirectes

- **1^er^ cas** : Lorsque la grandeur G est mesurée directement à l'aide d'un appareil de mesure. Dans ce cas, l'erreur globale est minimale commise est l'incertitude de la mesure. Elle est égale à :

$$|\Delta G| = |\Delta G|_s + |\Delta G|_l + |\Delta G|_i \qquad (6)$$

Avec : $|\Delta G|_s$ est l'erreur systématique, $|\Delta G|_l$ est l'erreur de lecture et $|\Delta G|_i$ est l'erreur instrumentale.

Exemple : La mesure avec une burette est de 80 graduations sur 100 graduations.

• Quelle est le volume mesuré lorsque la burette est de 10mL?

• Quelles sont les incertitudes absolue et relative de cette mesure ?

• Si la graduation lue par le lecteur est n=79, quelle est l'erreur de lecture commise ? • Calculer l'erreur globale commise lors de cette mesure?

Corrigé :

• 80 graduations sur l'échelle N=100 graduations.

Le volume est 100 graduations → 10mL

80 graduations → V

Alors: V= 8mL

Incertitude absolue : $\Delta V = 0{,}2/20 = 0{,}01mL$

• *Incertitude relative :* $\varepsilon\,(\%) = (\Delta V/V)x100 = 1/8 = 0{,}125\%$

• *La valeur lue est: 100 graduations → 10mL*

79 graduations → V'

Alors : $V' = 7{,}9mL$

L'erreur de lecture est $\Delta V = 8 - 7{,}9 = 0{,}1mL$

• *L'erreur globale est:* $\Delta V = |\Delta Vs| + |\Delta Vl| = 0{,}01 + 0{,}1 = 0{,}11mL$

- **2 ème cas**

On parle d'incertitude composées quand il s'agit d'une grandeur G dépendant d'autres grandeurs x, y, z c'est-à-dire $G= f\,(x, y, z)$. L'incertitude commis sur cette grandeur, ΔG, peut être exprimé en fonction des incertitudes absolue Δx, Δy, Δz en appliquant une des méthodes suivantes :

a) Méthode de la différentielle totale

On suppose que la déviation (erreur) d'une grandeur G est très petite par rapport à la vraie valeur G_0. On écrit la différentielle de $G\,(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n)$ en fonction des dérivées partielles par rapport à chacune des variables $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x_1}\,dx_1 + \frac{\partial G}{\partial x_2}\,dx_2 + \cdots + \frac{\partial G}{\partial x_n}\,dx_n \qquad (7)$$

On approxime alors $dG \lesssim \Delta G,$ et on majore la valeur absolue de ΔG par la somme des valeurs absolues :

$$\Delta G = \left|\frac{\partial G}{\partial x_1}\right|\,\Delta x_1 + \left|\frac{\partial G}{\partial x_2}\right|\,\Delta x_2 + \cdots + \left|\frac{\partial G}{\partial x_n}\right|\,\Delta x_n \qquad (8)$$

Ce qui permet d'estimer l'incertitude ΔG en fonction des incertitudes $\Delta x_i, 1 \le i \le n$

Exemple : soit v la vitesse rectiligne et uniforme d'un mobile ; $v = L/t$ où L le déplacement durant une unité de temps t.

Pour mesurer v, on a besoin des informations sur L et alors ; $v = f(L,t)$ la différentielle totale eq (7) de v s'exprime : $dv = \frac{\partial v}{\partial L}\, dL + \frac{\partial v}{\partial t}\, dt.$

Où $\frac{\partial v}{\partial L} = \frac{1}{t}\ et\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-L}{t^2}$.

Finalement l'eq (8) s'écrit : $\Delta v = \frac{1}{t}\ \Delta L + \frac{L}{t^2}\ \ \Delta t$.

b) Méthode de la différentielle de la fonction logarithme

En outre, cette méthode n'a pas à priori une formule directe pour l'appliquer, mais l'idée principale vient du fait que la dérivée du logarithme d'une fonction f qui doit être une fonction positive ; soit G une grandeur physique telle que $G = \log\ (f)$ alors $dG = \frac{df}{f}$ ce qui permet aussi de sur-estimer l'erreur sur G en fonction celle sur f, $\Delta G = \frac{\Delta f}{f}$

Exemple : soit $v = L/t$, donc la fonction logarithmique est une application bijective ce qui permet d'écrire : $logv = \log L - \log t$, on différencie coté à coté : $\frac{dv}{v} = \frac{dL}{L} - \frac{dt}{t}$ et finalement on majore l'erreur sur v tel que : $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta t}{t}$

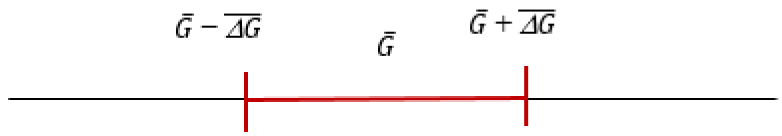
1.4.2 Cas des mesures répétées et directes

Lorsque les erreurs sont aléatoires (erreurs de sensibilité, erreurs de fidélité, …) on utilise la méthode statistique en répétant (n) fois la même mesure de la grandeur X, la valeur la plus probable est donnée par la valeur moyenne des n valeurs trouvées :

$$G_{moy} = G_m = \frac{G_1 + G_2 + \cdots + G_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i}{n} \tag{9}$$

Pour évaluer ΔG, on prend :

$$\Delta G = \frac{|G_1 - G_m| + |G_2 - G_m| + \cdots + |G_n - G_m|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |G_i - G_m|}{n} \tag{10}$$



Intervalle de confiance

Et l'intervalle $[\bar{G} - \overline{\Delta G}, \bar{G} + \overline{\Delta G}]$ s'appelle l'intervalle de confiance de la mesure.

Exemple : Pour manque de fidélité de notre ampèremètre, on répète 5 fois la mesure de l'intensité du courant électrique (en mA) qui traverse une résistance R. Les résultats obtenus sont : 101,00 ; 102,30 ; 99,80 ; 100,90 ; 98,50.

- *Calculer $\bar{I}$: par définition de la moyenne :* $\bar{I} = \frac{\sum_{n=1}^{5} I_n}{5}$

(A.N) : $\bar{I} = \frac{101{,}00 + 102{,}30 + 99{,}80 + 100{,}90 + 98{,}50}{5} \Rightarrow : \ \bar{I} = 100{,}50\ mA$

- *Calculer* $\overline{\Delta I}$: *par définition de l'écart moyen :* $\overline{\Delta I} = \frac{\sum_{n=1}^{5} |I_n - \bar{I}\,|}{5}$

(A.N) : $\overline{\Delta I} = \frac{|101{,}00-100{,}5|+|102{,}30-100{,}5|+|99{,}80-100{,}5|+|100{,}90-100{,}5|+|98{,}50-100{,}5|}{5}$

$\Rightarrow \overline{\Delta I} = 1{,}08 mA.$

Déterminer l'intervalle de confiance de cette mesure : par définition de l'intervalle de confiance : $[\,\bar{I} - \overline{\Delta I};\ \bar{I} + \overline{\Delta I}]$

(A.N) : $[\,\bar{I} - \overline{\Delta I};\ \bar{I} + \overline{\Delta I}] \equiv \left[100{,}5 - 1{,}08\ ;\ 100{,}5 + 1{,}08\,\right] \equiv [99{,}42; 101{,}58].$

Série de TD N°1

(Grandeurs et analyse dimensionnelle)

Exercice 1

Donner les résultats des calculs suivants en notation scientifique avec le bon nombre de CS :

$a)\ \frac{4{,}00\times10^{5}\times5{,}44\times10^{-4}}{9{,}30\times10^{-7}}$; b) $1{,}68\times10^{-6}\times2{,}5\times10^{5}\times77{,}7$; $d)\ 85{,}2+11{,}245+3{,}71$

Exercice 2

Convertir et donner le résultat en notation scientifique :

L= 0,008 mm =..................m=..............dam	T=3, 4x10^{-4} s =................µs =...............ps
m=9,5x10^{-7}g =...................mg =............ Kg	θ = - 73, 35 °C =..............................K
V=4x10^{-4} L =....................mL =.............. m^3	E=154 GJ =............... J =............... eV

Exercice 3

La vitesse limite **v** d'une sphère de rayon **a** et de masse volumique $\boldsymbol{\rho'}$ tombant dans un milieu visqueux de coefficient de viscosité **η** et de masse volumique **ρ** est donnée par la formule :

$$\boldsymbol{v=\frac{1}{9}\frac{a^2g(\rho'-\rho)}{\eta}}$$

où g est l'accélération de pesanteur. Vérifiez l'homogénéité de cette formule**.**

Exercice 4

La fréquence de vibration d'une goutte d'eau peut s'écrire sous la forme :

$$\boldsymbol{f\ =\ k\,R^{\alpha}\rho^{\beta}\sigma^{\gamma}}$$

où k est une constante sans dimension. R est le rayon de la goutte, ρ sa masse volumique.σ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur. Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres, β et γ

Série de TD N° 2

(Erreurs et calculs d'incertitudes)

Exercice 1

Afin de trouver la vitesse moyenne **v** d'un mobile sur une table à coussin d'air, un étudiant mesure la distance **d** parcourue durant un intervalle de temps **t**, il trouve $d = (5.10 \pm 0.01)\, m$ et $t = (6.02 \pm 0.02)\, s$.

1- Que vaut la vitesse **v** ainsi que son incertitude absolue **Δv** ?

2- Quelle est la valeur réelle de la quantité de mouvement du mobile ($p = m.v$), sachant que sa masse vaut : $m = (0.711 \pm 0.002)\, kg$?

Exercice 2

Cinq étudiants se sont relayés pour mesurer le diamètre (D) d'un disque compact (CD), ils inscrivent leurs résultats dans le tableau suivant :

Etudiant 1	Etudiant 2	Etudiant 3	Etudiant 4	Etudiant 5
101,00 mm	102,30 mm	99,80 mm	100,90 mm	98,50 mm

1. Donner le résultat de cet ensemble de mesures par deux méthodes différentes.
2. Quelle est la précision de mesure dans chaque cas.
3. Déterminer l'intervalle de confiance de cette mesure pour l'une des méthodes utilisées.

Exercice 3

Pour déterminer le type d'écoulement d'un liquide dans une conduite de forme cylindrique, nous utilisons le nombre de Reynolds exprimé par la relation : $R_e = \frac{\rho.v.r}{\eta}$

Avec :(ρ) : masse volumique du liquide ; (r) : rayon de la conduite ; (v) : la vitesse critique de l'écoulement du liquide ; (η) : viscosité dynamique du liquide.

1. Calculer le nombre de Reynolds (R_e).
2. Calculer les incertitudes « absolu ($\Delta\, R_e$) et relative ($\Delta\, R_e/R_e$) » en utilisant les deux méthodes (la différentielle totale et logarithmique). Comparer les résultats obtenus.
3. Donner l'intervalle de confiance de mesure de R_e.

On donne : $\rho = (1{,}10 \pm 0{,}02) g/cm^3$; $r = (2{,}00 \pm 0{,}02)\, cm$; $v = (0{,}040 \pm 0{,}001)\, m/s$; $\eta = (1{,}00 \pm 0{,}01)10^{-3} Pa.s$

Corrigé de la série N°1

Exercice 1

$a)$ $2{,}34 \times 10^8$ $(3CS)$

b) $3{,}3 \times 10^1$ (2CS)

$d)$ $1{,}0 \times 10^2$ (1 seul décimal)

Exercice 2

Convertir et donner le résultat en notation scientifique :

L= 0,008 mm = 8×10^{-6} m=.8×10^{-7}dam

T=3, 4x10^{-4} s =$3{,}4 \times 10^2$µs =$3{,}4 \times 10^8$.ps

m=9,5x10^{-7}g =.$9{,}5 \times 10^{-4}$ mg =.$9{,}5 \times 10^{-10}$ Kg

θ = - 73, 35 °C =$1{,}99 \times 10^2$ K

V=4x10^{-4} L =.4×10^{-1}.mL = 4×10^{-7}.m^3

E=154 GJ =.$1{,}54 \times 10^{11}$J =$9{,}61 \times 10^{29}$eV

(L'électronvolt (de symbole eV) est une unité d'énergie utilisée pour de très petites quantités d'énergie. Sa valeur est environ de **: 1 eV = 1,602.10^{-19} J)**

A=4500 mm^2 = $4{,}500 \times 10^1$$cm^2$ = $4{,}500 \times 10^{-3}$.m^2

V=25,323 m^3 =$2{,}53 \times 10^4$ dm3 =.$2{,}53 \times 10^{10}$ mm^3

Exercice 3

L'équation aux dimensions donne :

- Le membre de gauche a pour dimension :

$$[v]= L.T^{-1}$$

- Le membre de droite a pour dimension :

$$[a]^2[(\rho' - \rho)][\eta^{-1}][g] = L^2(M.L^{-3})(M.L^{-1}.T^{-1})^{-1}(LT^{-2})$$

$$= LT^{-1}$$

La formule est donc homogène.

Exercice 4

σ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur (c.-à-d.) :

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{l}}$$

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}}$$

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \frac{[F]}{[l]} = \frac{[m][g]}{[l]} = M.L.T^{-2}.L^{-1} = M.T^{-2}$$

$$[\boldsymbol{\rho}] = \frac{[m]}{[V]} = M.L^{-3}$$

$$[\boldsymbol{f}] \; = \; [\boldsymbol{k}]\,[\boldsymbol{R}]^{\alpha}[\boldsymbol{\rho}]^{\beta}[\boldsymbol{\sigma}]^{\gamma}$$

$$[\boldsymbol{k}] = \mathbf{1}$$

L'équation aux dimensions donne :

$$T^{-1} = L^{\boldsymbol{\alpha}}.M^{\boldsymbol{\beta}}.L^{-3\boldsymbol{\beta}}.M^{\boldsymbol{\gamma}}.T^{-2\boldsymbol{\gamma}}$$

$$T^{-1} = L^{\boldsymbol{\alpha}-3\boldsymbol{\beta}}.M^{\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\gamma}}.T^{-2\boldsymbol{\gamma}}$$

Par identification, on tire : $\begin{cases} -1 = -2\gamma \\ \alpha - 3\beta = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = 1/2 \\ \beta = -1/2 \\ \alpha = -3/2 \end{cases}$

L'expression de la fréquence de vibration d'une goutte d'eau se met alors sous la forme :

$$\boldsymbol{f = kR^{-3/2}.\rho^{-1/2}.\sigma^{1/2}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{f = k\frac{1}{R}\sqrt{\frac{\sigma}{R\rho}}}$$

Corrigé de la série N°2

Exercice 1 :

d= $(5{,}10 \pm 0{,}01)m \rightarrow \begin{cases} d_0 = 5{,}10m \\ \Delta d = 0{,}01m \end{cases}$, $t = (6.02 \pm 0.02)\ s \rightarrow \begin{cases} t_0 = 6.02 \\ \Delta t = 0.02m \end{cases}$

1. Que vaut la vitesse **v** ainsi que son incertitude absolue **Δv** ?

$$\boldsymbol{v = (v_0 \pm \Delta v)}$$

On sait que la vitesse est donnée par la relation suivante :

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta t}{t}$$

$$\begin{cases} v_0 = \dfrac{5{,}10}{6{,}02} = 0{,}847\ m.s^{-1} \\ \dfrac{\Delta v}{v_0} = \dfrac{0{,}01}{5{,}1} + \dfrac{0{,}02}{6{,}02} = 0{,}52\% \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ v_0 = 0{,}847\ m.s^{-1}$$

$$\Delta v = v_0 \times 5{,}2.10^{-3} \Rightarrow \Delta v = 4{,}4.10^{-3} m.s^{-1}$$

$$v = (0{,}847 \pm 0{,}004) m.s^{-1}$$

$\boldsymbol{p = m.v}$

$p = (p_0 \pm \Delta p)\ \ \Rightarrow$

$$\begin{cases} p_0 = m_0 v_0 \\ \dfrac{\Delta p}{p_0} = \dfrac{\Delta m}{m_0} + \dfrac{\Delta v}{v_0} \end{cases}$$

On trouve : $p = (0{,}602 \pm 0{,}005)\ kg.m.s^{-1}$

Exercice N°2 :

Calcul de la moyenne des valeurs trouvées : $\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}$

$$\overline{D} = \frac{101{,}00+102{,}30+99{,}80+100{,}90+98{,}50}{5} = 100{,}5\ mm$$

- Dans cette expérience l'incertitude absolue ΔD peut se calculer par deux méthodes différentes :

a. Selon la méthode de l'écart maximal :

$$\Delta D = max\{|101,00 - 100,5| + |102,30 - 100,5| + |99,80 - 100,5| + |100,90 - 100,5| + |98,50 - 100,5|\}$$

$$\Delta D = 2\ mm$$

Donc, le résultat de la mesure s'écrit :

$$D = \bar{D}\ \pm \Delta D = (100,5 \pm 2,0)mm$$

b. Selon la méthode de l'écart moyen :

$$\Delta D = \frac{|101,00 - 100,5| + |102,30 - 100,5| + |99,80 - 100,5| + |100,90 - 100,5| + |98,50 - 100,5|}{5}$$

Alors ; $\Delta D = 1,08\ mm$

Donc, le résultat de la mesure s'écrit :

$$D = \bar{D}\ \pm \Delta D = (100,50 \pm 1,08)\ mm$$

1. La précision de la mesure est obtenue par calcul de l'incertitude relative $\left(\frac{\Delta D}{D}\right)$
   a. Selon la méthode de l'écart maximal : $\frac{\Delta D}{D} = \frac{2}{100,5} = 0,019 \approx 0,02$ = **2%**
   b. Selon la méthode de l'écart moyen : $\frac{\Delta D}{D} = \frac{1,08}{100,5} = 0,01$ = **1%**

   - ***Par convention, l'incertitude s'exprime avec un seul chiffre significatif arrondi au supérieur.***

   On note que le résultat de la mesure selon la méthode de l'écart moyen est plus précis que celui obtenu par l'écart maximal.

2. Par définition de l'intervalle de confiance : $D\epsilon\ [\bar{D} - \Delta D; \bar{D} + \Delta D]$

Selon la méthode de l'écart moyen**,** par exemple, la vraie valeur du diamètre mesurée est appartient à l'intervalle :

$$D\epsilon\ [100{,}5 - 1{,}08; 100{,}5 + 1{,}08] \equiv [99{,}42; 101{,}58].$$

Exercice 3 :

1. $L'expression;\quad \boldsymbol{Re_{vraie}} = (\boldsymbol{Re_{mesur\acute{e}}} \pm \Delta \boldsymbol{Re})$

$$R_e = \frac{\rho.v.r}{\eta}$$

$$(A.N) = Re = \frac{1{,}1\times10^3\times4\times10^{-2}\times2\times10^{-2}}{10^{-3}}$$

$$\boldsymbol{Re = 880}\ (\boldsymbol{Sans\ unit\acute{e}})$$

2. $\Delta\ Re = ?,\ \frac{\Delta\ R_e}{R_e} = ?$

Méthode 1 : *Méthode de la différentielle totale* :

$$R_e = \frac{\rho.v.r}{\eta} \rightarrow relation\ physique$$

$$d\ R_e = \frac{\partial\ R_e}{\partial\rho}\bigg|\ d\rho + \frac{\partial\ R_e}{\partial \mathrm{v}}\bigg|\ dv + \frac{\partial\ R_e}{\partial r}\bigg|\ dr + \frac{\partial\ R_e}{\partial\eta}\bigg|\ d\eta$$

$$d\ R_e = \left|\frac{v.r}{\eta}\right| d\rho + \left|\frac{\rho.r}{\eta}\right| dv + \left|\frac{v.\rho}{\eta}\right| dr + \left|-\frac{\rho.v.r}{\eta^2}\right| d\eta$$

Donc :

$$\Delta\ R_e = \left|\frac{v.r}{\eta}\right| \Delta\rho + \left|\frac{\rho.r}{\eta}\right| \Delta v + \left|\frac{v.\rho}{\eta}\right| \Delta r + \left|-\frac{\rho.v.r}{\eta^2}\right| \Delta\eta$$

$$A.\mathrm{N}:\ \Delta\ R_e = \left|\frac{0{,}04\times2\times10^{-2}}{10^{-3}}\right| 0{,}02\times10^3 + \left|\frac{1{,}1\times10^3\times2\times10^{-2}}{10^{-3}}\right| 10^{-3} + \left|\frac{1{,}1\times10^3\times0{,}04}{10^{-3}}\right| 0{,}02\times10^{-2}\times \left|-\frac{1{,}1\times10^3\times0{,}04\times2\times10^{-2}}{(10^{-3})^2}\right| (0{,}01\times10^{-3})$$

$$\Delta\ R_e = 55{,}6\ \text{(Sans unité)}$$

$\boldsymbol{R_e = (880 \pm 55{,}6)\ kg/m^3}$ **(On arrondit à l'entier supérieur)**

Donc on écrit :

$$\boxed{R_e = (880 \pm 56)\ kg/m^3}$$

(Encadrement à l'unité près)

3. **L'intervalle de confiance de la mesure de $\boldsymbol{R_e}$ avec la methode de la différentielle totale :**

$$\boldsymbol{Re_{mesur\acute{e}}} - \Delta R_e \leq \boldsymbol{Re_{vrai}} \leq \boldsymbol{Re_{mesur\acute{e}}} + \Delta R_e$$

$$\mathbf{824} \leq \boldsymbol{Re_{vrai}} \leq \mathbf{936}$$

C'est-à-dire que : Re ∊ [824 ,…………, 936]

<u>Méthode 2</u> : Différentielle de la fonction logarithmique

Nous avons : $R_e = \frac{\rho.v.r}{\eta} \Leftrightarrow \ln\ R_e = \ln\left(\frac{\rho.v.r}{\eta}\right)$

$\ln\ R_e = \ln\rho + \ln v + \ln r - \ln\eta$

$(\ln\ R_e)' = (\ln\rho + \ln v + \ln r - \ln\eta)' = (\ln\rho)' + (\ln v)' + (\ln r)' - (\ln\eta)'$

$\frac{d\,R_e}{R_e} = \frac{d\,\rho}{\rho} + \frac{d\,v}{v} + \frac{d\,r}{r} - \frac{d\,\eta}{\eta}$

Alors : $\frac{\Delta\,R_e}{R_e} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta\,v}{v} + \frac{\Delta\,r}{r} + \frac{\Delta\,\eta}{\eta}$

Donc : $\Delta\,R_e = \left(\frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta\,v}{v} + \frac{\Delta\,r}{r} + \frac{\Delta\,\eta}{\eta}\right).\ R_e$

$$\Delta\,R_e = \left(\frac{0{,}02}{1{,}1} + \frac{0{,}001}{0{,}04} + \frac{0{,}02}{2} + \frac{0{,}01}{1}\right).880\ \approx 55{,}4$$

$$\mathbf{Re_{vrai}} = (\mathbf{880{,}0} \pm \mathbf{55{,}4})\ \textbf{sans unité}$$

(On arrondit à l'unité près)

Donc :

$$\boxed{\boldsymbol{R_e} = (\mathbf{880} \pm \mathbf{55})\ \boldsymbol{kg/m^3}}$$

4. **L'intervalle de confiance de la mesure de $\boldsymbol{R_e}$ avec la methode logarithmique :**

$$\boldsymbol{Re_{mesuré}} - \Delta\, R_e \leq \ \boldsymbol{Re_{vrai}} \leq \boldsymbol{Re_{mesuré}} + \Delta\, R_e$$

$$\mathbf{825} \leq \ \boldsymbol{Re_{vrai}} \leq \mathbf{935}$$

C’est-à-dire que : Re ∊ [825 ,…………, 935]

- **Comparaison de précisions (incertitudes relatives)**

<u>Méthode (1)</u> : $\frac{\Delta\, R_e}{R_e} = 0{,}064 = 6\%$

<u>Méthode (2)</u> : $\frac{\Delta\, R_e}{R_e} = 0{,}063 = 6\%$

2 Mécanique des fluides

2.1 Introduction

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches:

- la statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.
- la dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement. Comme autres branches de la mécanique des fluides. Les applications de la mécanique des fluides sont très importantes notamment dans la biologie.

2.2 Définitions

Un fluide est un ensemble de particules qui sont maintenues ensemble par de faibles forces de cohésion et les parois d'un récipient; le terme englobe les liquides et les gaz. La propriété déterminante est que les fluides peuvent changer de forme sans apparaître sans récupérer la forme "originale".

Exemple : Le sang est un fluide corporel de la circulation sanguine; ce biofluide transporte les globules rouges.

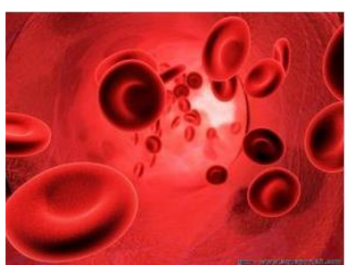


Fig 2.1*- Le sang*

- **Fluides parfaits** se sont les fluides dans lesquels la force de frottement dans les fluides (viscosité) est nulle.

- **Fluides réels** se sont les fluides dans lesquels la force de frottement dans les fluides (viscosité) est différente de zéro.
- **Fluide incompressible :** Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donné ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)
- **Fluide compressible** : Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

2.3 Propriétés des fluides

Tous les fluides possèdent des caractéristiques permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné. Parmi ces caractéristiques qu'on appelle propriétés des fluides on a :

2.3.1 Masse volumique

La masse volumique d'un fluide est la masse de l'unité de volume de ce fluide.

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{11}$$

Où :

$\rho: masse\ volumique\ en\ (kg/m^3)$,

m : $masse\ en\ kg$

V : $volume\ en\ (m^3)$

Exemple :

Fluide	Masse volumique ρ (kg/m^3)	Type de fluide
Benzène	$0,880.\ 10^3$	Incompressible
Chloroforme	$1,489.\ 10^3$	
Eau	10^3	
Huile d'olive	$0,918.\ 10^3$	
Mercure	$13,546.\ 10^3$	
Air	$0,001205.\ 10^3$	compressible[1]
Hydrogène	$0,000085.\ 10^3$	
Méthane	$0,000717.\ 10^3$	

2.3.2 La densité

La densité est la masse volumique du fluide/la masse volumique d'un fluide de référence :

$$d = \frac{masse\ volumique\ du\ fluides}{masse\ volumique\ d'un fluide\ de\ réfèrence} = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \tag{12}$$

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

Exemple : $d_{eau} = \frac{1000}{1000} = 1,\quad d_{air} = \frac{1,20}{1,20} = 1$

Les liquides sont caractérisés par une masse volumique relativement importante ;

$$\rho_{liquides} \gg \rho_{gaz}$$

Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression.

2.3.3 Viscosité (η)

C'est une grandeur physique qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

- Si $\boldsymbol{\eta} \approx \mathbf{0}$, le fluide est dit **parfait ou idéal,** il s'écoule sans frottement.

- Si $\boldsymbol{\eta} \neq \mathbf{0}$, le fluide est dit **réel,** il s'écoule avec frottement.

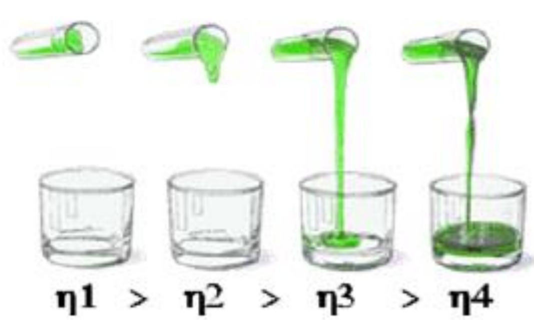


Fig.2.2 *– Type de viscosité d'un fluide parfait*.

La viscosité cinématique, **ν**, est définie comme étant le rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique.

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\eta}{\rho} \tag{13}$$

- Dans le système SI, l'unité de la viscosité dynamique est le **Pa.s** (**Pascal seconde**) ou en **Poiseuille**(Pl).
- La viscosité cinématique s'exprime en m2/s

2.3.4 Compressibilité (χ)

Est la propriété d'un corps quantifiant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. Le coefficient de compressibilité **χ** d'un gaz est très supérieur à celui d'un liquide, donc :

- Les milieux gazeux sont considérés comme des milieux **compressibles.**
- Les milieux liquides sont considérés comme des milieux **incompressibles**.

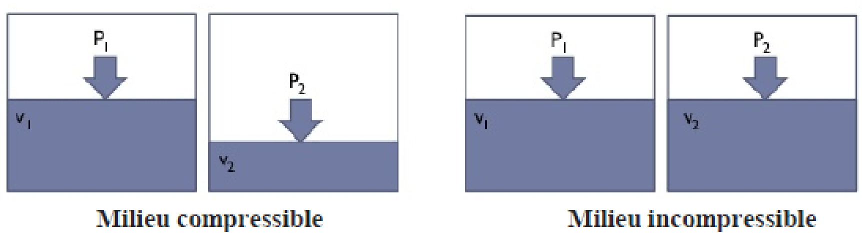


FIG.2.3

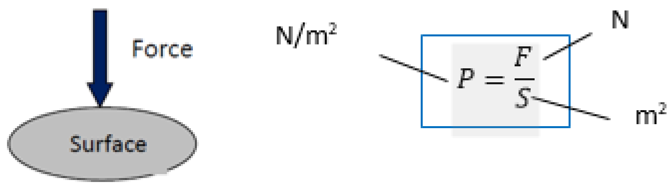
2.4 Hydrostatique

2.4.1 Introduction

La statique des fluides est la branche de la mécanique des fluides qui traite principalement les fluides au repos. L'étude des propriétés des fluides au repos constitue la statique des fluides.

2.4.2 Notions de pression

a) **Forces pressantes** : La pression exercée par une force F agissant perpendiculairement sur une surface S est :



Où : F est la force s'exerçant perpendiculairement à la surface et S est l'air sur laquelle la force est appliquée.

Par analyse dimensionnelle : $[P] = M.L^{-1}.T^{-2}$

L'unité de la pression dans le système international :

$$1\,pascal = 1\,pas = 1\,kg/m.s^2 = 1N/m^2$$

Autres unité de pression :

- ✓ *Le bar* : $1bar = 10^5 Pa$
- ✓ *L'atmosphère :* $1\ atm = 1{,}01325 \times 10^5\ Pa$
- ✓ *La hauteur de mercure (le millimètre de mercure)* : $760\ mm\ Hg = 1\ atm$

2.4.3 Types de pressions

Ces pressions font référence à des mesures obtenues avec différents appareils. Certains mesurent une pression seule : pression absolue ou pression atmosphérique, d'autres mesurent une différence de pression entre deux points quelconque, ou entre un point et l'atmosphère.

a. **La pression absolue (P_{ab})** : se mesure en référence au vide absolu dont la pression est nulle. Elle est toujours positive.

b. **La différence de pression ou pression différentielle** (ΔP), $\Delta P = P2 - P1$ se mesure entre deux points.

En général $$\Delta P = P_{ab} - P_{ref} \quad \textbf{(14)}$$

où pref est une pression de référence.

c. **La pression atmosphérique ambiante (** P_{atm}) : est mesurée avec un baromètre par rapport au vide absolu.

d. **La pression effective** (P_{effec}) ou **pression relative** (P_{rel}) est la pression différentielle mesurée en référence à la pression ambiante. On a donc :

$$P_{rel} = P_{ab} - P_{atm} \quad (15)$$

Cette pression peut prendre une valeur positive ou une valeur négative. La pression négative est désignée par "pression vacuum

e. **Pression à l'air libre :** Dans les problèmes, on rencontre souvent un réservoir, ou un point à l'air libre. Ça signifie que sa pression est égale à la pression atmosphérique définie pour le problème.

2.4.4 Mesure des pressions

L'appareil de mesure de la pression atmosphérique est le **baromètre**, pour les pressions relatives positives on utilise le **manomètre** à aiguille basé sur le système Bourdon ou plus récemment des **manomètres électroniques**, pour mesurer les pressions négatives (dépression) on utilise un **vacuomètre** (échelle de -1,033 bars à 0 bars).

Fig.2.4- *Appareils de mesure de la pression atmosphérique*

2.4.5 La Relation fondamental de l'hydrostatique (RFH)

La différence des pressions entre deux points A et B d'un liquide en équilibre est égale :

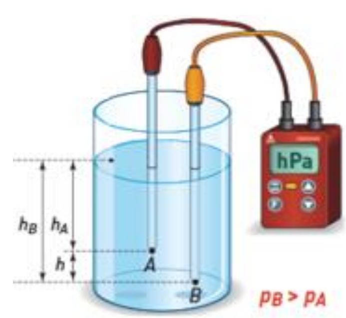
$$P_A - P_B = \rho g h = \rho h(h_A - h_B) \quad (16)$$

ρ est la masse volumique du liquide exprimé en kilogrammes par mètre cube (kg.m^{-3})

g est l'intensité de la pesanteur,

h est la différence de niveau entre les deux points A et B (hauteur) exprimée en mètres (m),

P_A *et* P_B Sont les pressions exprimées en Pascal (Pa).



Remarque :

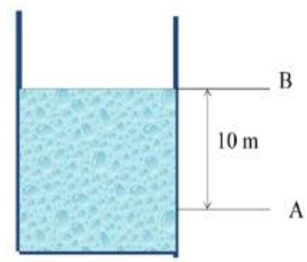
Si h = 0, alors $P_A = P_B$: la pression en deux points A et B situées dans le même plan horizontale sont égales.

Donc : le théorème reste valable pour deux points A et C ne se trouvent pas sur la même verticale

Exemple 1 :

Deux points situés dans l'eau sont à 10 m l'un au-dessus de l'autre. La masse volumique de l'eau étant $\rho = 1000\ kg.M^{-3}$.

Calculer la différence de pression entre ces deux points



Réponse :

$P_A - P_B = \rho g h$

$P_A - P_B = 1000 \times 9{,}81 \times 10$

$$P_A - P_B = 9{,}81 \times 10^4\ pa$$

2.4.6 Transmission des pressions dans les liquides

a. Théorème de Pascal

Toute variation de pression en un point d'un liquide au repos est transmise intégralement à tous les autres points du liquide.

- **Application: Principe de la presse hydraulique**

Soit le schéma de principe d'une presse hydraulique (Fig.1). On y produit une force considérable à partir d'une force relativement peu importante, en considérant la surface d'un piston à la sortie 2 plus large que celui à l'entrée 1.

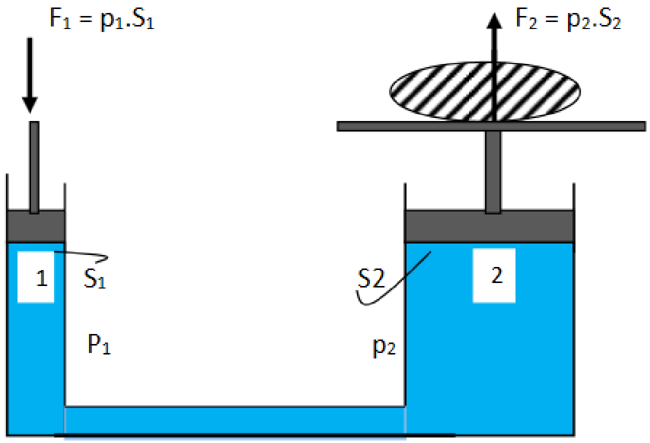


Fig.2.5-:*Principe d'une presse hydraulique*

Lorsque les deux pistons 1 et 2 sont sur le même niveau, on a : $P_1 = P_2$

Soit : $F_1 = P_1 \times s_1$ et $F_2 = P_2 \times s_2$

Donc : $P_1 = \frac{F_1}{s_1}$ et $P_2 = \frac{F_2}{s_2}$

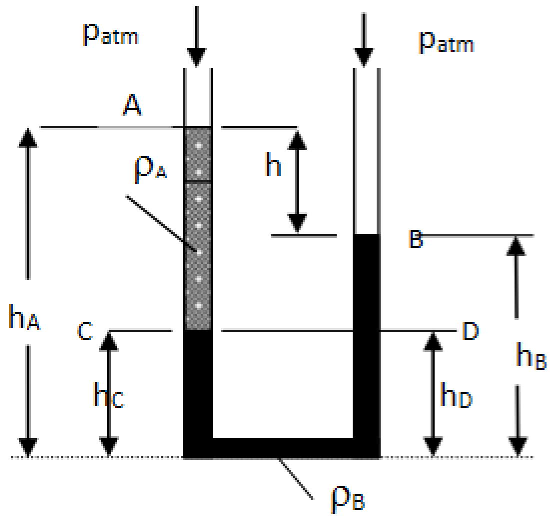
$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2}$$

$$\text{d'où : } \frac{F_2}{F_1} = \frac{s_2}{s_1}$$

Si $s_2 \gg s_1 \Rightarrow F_2 \gg F_1$

- **Equilibre de deux fluides non miscibles**

Un tube en U rempli d'un liquide de masse volumique (ρ_B), si dans l'une des branches un autre liquide non miscible au premier et de masse volumique (ρ_A) est versé, il est observé une dénivellation $h =$ ($h_A - h_B$) entre les deux liquides. Les deux surfaces libres étant à la pression atmosphérique. D'après le principe de Pascal, il est possible d'écrire les équations suivantes :



$$\begin{cases} P_D = P_{atm} + \rho_B g(h_B - h_D) \\ P_C = P_{atm} + \rho_A g(h_A - h_C) \end{cases} \Rightarrow \cancel{P_{atm}} + \rho_B g(h_B - h_D) = \cancel{P_{atm}} + \rho_A g(h_A - h_C)$$

Et puisque $h_D = h_C$ (même plan horizontal d'un même fluide) $\Rightarrow \rho_B g(h_B - h_D) = \rho_A g(h_A - h_C)$

$$\boxed{\rho_A = \rho_B \frac{(h_B - h_D)}{(h_A - h_C)}}$$

La simple mesure des hauteurs des deux fluides permet de déterminer la masse volumique d'un fluide. De même ce concept est utilisé pour la masure des pressions avec les manomètres à colonne de liquide ou manomètre différentiel.

b. Principe d'Archimède

Si l'on examine le comportement d'un cylindre de longueur L et de section S, immergé dans un fluide de masse volumique ρdans le champ de pesanteur terrestre, ce cylindre est soumis à plusieurs forces:-des forces radiales de pression qui s'exercent sur la paroi verticale et qui sont diamétralement opposées et s'annulent deux à deux (f et f')

- sur la surface inférieure s'exerce une force verticale normale à S, dirigée vers le haut et d'intensité $F_2 = P_2.S$.
- sur la surface supérieure s'exerce une force verticale normale à S dirigée vers le bas et d'intensité $F_1 = P_1.S$.

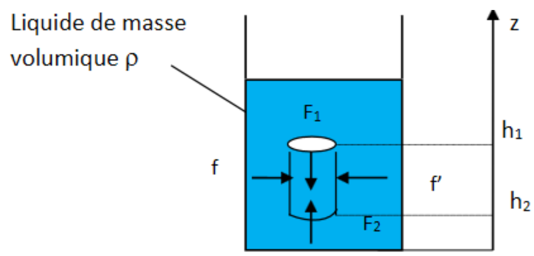


Fig.2.5- *Poussée d'Archimède de cylindre immerge*

La poussée d'Archimède est la résultante de toutes ces forces. Si ces forces sont projetées sur l'axe Oz, la résultante suivante est obtenue:

$\sum F_{ext} = F_2 + F_1 = (P_2 - P_1)S = \ (h_2 - h_1)\rho g S = \rho V g$

Puisque $(h_2 - h_1)$ n'est autre que la hauteur du cylindre.

Donc:

$$\sum F = \rho V g$$

- La poussée d'Archimède est dirigée dans le sens inverse du champ de pesanteur et s'annonce de la façon suivante:«Tout corps totalement immergé dans un liquide est soumis à une poussée dirigée du bas vers le haut et égale au poids du liquide déplacé, c'est-à-dire correspondant au volume du corps immergé
- Le comportement d'un corps immergé dans un fluide au repos; soumis seulement aux forces de pression et de pesanteur, est donné par le sens du vecteur poids apparent, défini par la relation, en projetons sur l'axe Oh; on obtient:

  $\sum F_{app} = -m.g + F_A,$ dans laquelle $F_{app}, mg\ et\ F_A$ représentent respectivement le poids apparent, le poids réel et la poussée d'Archimède. Dans la pratique, trois cas peuvent se présenter, si :

  - $F_A > 0$, le corps s'élève dans le fluide et cette ascension aboutit à une flottaison du solide.
  - $F_A = 0$, le corps est immobile dans le fluide, puisque la poussée d'Archimède équilibre le poids du solide.
  - $F_A < 0$, le corps s'enfonce dans le fluide, c'est le type de chute qui est rencontrée dans la décantation des solides.

2.5 Hydrodynamique

2.5.1 Introduction

Dans cette partie du chapitre 2, nous allons étudier les fluides **en mouvement**. Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes.

On s'intéresse aux équations fondamentales qui régissent la dynamique des fluides **incompressibles parfaits**, en particulier : **l'équation de continuité** (conservation de la masse), le théorème de Bernoulli (conservation de l'énergie).

Un écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si le champ de vitesse ainsi que la pression en chaque point d'un fluide ne dépendant pas du temps. Donc la vitesse du fluide en un point donné est la même de chaque instant.

Le mouvement d'un liquide idéal dans un tuyau de section S est caractérisé par son débit Q.

2.5.2 Le débit

Est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

a. Débit massique : Si **Δm** est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps **Δt**, par définition le débit massique est :

$$Q_m = \Delta m / \Delta t \qquad \textbf{(17)}$$

Dont l'unité **: kg.s^{-1}**

b. Débit volumique : Si **ΔV** est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps **Δt**, par définition le débit volumique est :

$$Q_v = \Delta V / \Delta t \qquad \textbf{(18)}$$

Dont unité : **m^3.s^{-1}**

Si S la section du tube (S constante). Le liquide se déplace une distance Δx pendant un temps Δt. Le volume de liquide sortant du tube est:

$$\Delta V = S.\Delta x = S.V.\Delta t$$

et puisque $\Delta V = Q.\Delta t$

Donc : $Q = S.V$ avec $S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$

2.5.3 L'équation de continuité

Dans un circuit circulatoire d'un fluide dont la section est variable d'un endroit à l'autre, la vitesse circulatoire v est également variable, mais le débit doit rester constant (il s'agit d'un tube rigide et non déformable) en suivant le principe que la quantité de liquide qui entre à une extrémité du circuit doit ressortir à l'autre bout.

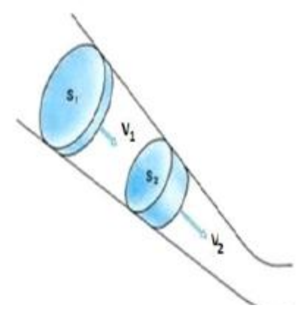
Pour une surface fermée:

$$débit\ massique\ entrant\ =\ débit\ massique\ sortant$$

$$Q_{m_1} = Q_{m_2} \Rightarrow \frac{\Delta m_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{\rho \Delta V_1}{\Delta t_1} = \frac{\rho \Delta V_2}{\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho.S\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{\rho.S\Delta x_2}{\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow S_1.V_1 = S_2.V_2$$



L'équation de continuité qui découle exprime que le produit de la section et de la vitesse est constant en tout point du circuit et égal au débit :

$$\boldsymbol{Q = S_1.V_1 = S_2.V_2 = cst} \qquad \textbf{(19)}$$

2.5.4 L'énergie mécanique d'un fluide

Un liquide en mouvement possède trois formes d'énergie mécanique liées respectivement à la pression, à l'altitude et à la vitesse. Pour les deux premières il s'agit d'énergie potentielle et pour la troisième, d'énergie cinétique.

On exprime généralement ces formes d'énergie en unités de pression (c'est en fait l'énergie par unité de volume : $J.m^{-3}$= Pa).

L'énergie potentielle comporte donc deux termes :

a) l'énergie liée à la pression: Ep1= p

b) l'énergie liée à l'altitude : Ep2= ρgz

L'énergie cinétique découle de la vitesse circulatoire v : **Ec = ρv2/2**

L'énergie mécanique totale du fluide est alors la somme de ces trois termes : Em=P+ρgz+12ρv2

2.5.5 Le théorème de Bernoulli

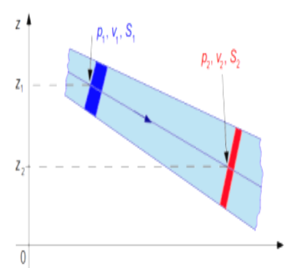
Ce théorème exprime simplement que l'énergie mécanique totale d'un fluide idéal (sans perte de charge) est constante dans un circuit dans lequel il circule à débit constant (au cours du temps).

$$Em=P+\rho gz+1/2\rho v2=cste \qquad (20)$$

C'est donc la transposition, à un fluide en mouvement, de la loi de Pascal valable pour un fluide statique (si v = 0 le théorème de Bernoulli se réduit à p + ρgz = Cst$e$).

Les différentes formes d'énergie (potentielles et cinétique) peuvent par contre se transformer les unes dans les autres, à condition que l'énergie totale reste constante :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



Les conditions d'application du théorème de Bernoulli sont:

- ✓ fluide incompressible et densité constante.
- ✓ fluide non visqueux (pas de frottements) donc pas de perte de charge (perte de pression).
- ✓ fluide en écoulement stationnaire (vitesse d'écoulement constante et non turbulent.

Conditions d'application du théorème de Bernoulli:

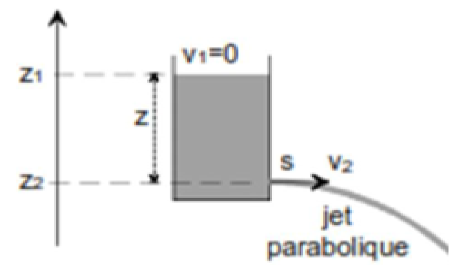
- ***Fluide incompressible de masse volumique constante***
- ***Fluide non visqueux (pas de frottement) donc pas de perte de charge (pas de perte de pression c'est-à-dire d'énergie par unité de volume)***
- ***Ecoulement stationnaire (vitesse d'écoulement constante donc pas de turbulences)***

2.5.6 Applications du théorème de Bernoulli

a. Vase de Torricelli

Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section S. en appliquant le théorème de Bernoulli en (1) et (2) :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g Z_2$$



Or : $P_1 = P_2 = P_{atm}$

Et $S_1 \gg S_2$ alors $V_1 \ll V_2$

(Equation de continuité) : $V_1 \cong 0$

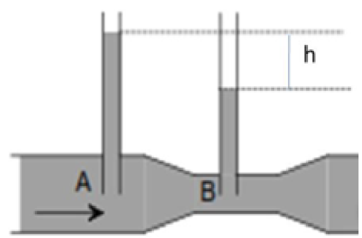
D'où : $\boldsymbol{V_2 = \sqrt{2gZ}}$ **(21)**

b. Effet Venturi

Son principe repose sur l'effet Venturi, autrement dit sur le fait que la pression est plus basse là où la section est plus faible.

- Théorème Bernoulli :

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(V_B^2 - V_A^2)$$



- Hydrostatique :

$$P_A - P_B = \rho g h$$

- Débit :

$$Q_V = S_A V_A = S_B V_B$$

Ce qui permet d'ecrire : $\rho g h = \frac{1}{2}\rho Q_v^2 \left[\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2}\right]$

C'est –à-dire :

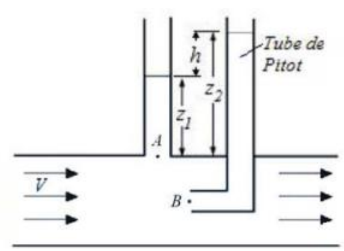
$$\boldsymbol{Q_V = \sqrt{\frac{2gh}{\left[\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2}\right]}}} \qquad \textbf{(22)}$$

➢ Le débit est proportionnel à la racine carrée de la hauteur.

c. Tube de Pitot

Un tube de Pitot, souvent simplement appelé 'Pitot' est l'appareil le plus couramment utilise pour faire des mesures de vitesse dans divers écoulements. Le principe est base sur la mesure de la pression statique et de la pression dynamique en un point d'un écoulement. On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $P_B = P$.

En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est P_A.



Appliquons le théorème de Bernoulli, entre les deux points A et B, on obtient :

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+Z_2$$

On a : $Z_1 = Z_2$ et $v_1 = 0$ (point d'arrêt)

Alors, il vient : $\frac{P_1-P_2}{\rho g}=\frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow v_2=\sqrt{\frac{2(P_1-P_2}{\rho}}$

De l'hydrostatique, on a : $P_1 - P_2 = \rho g h$

Ce qui donne :

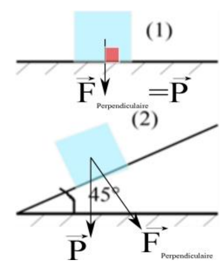
$$\boldsymbol{V_2=\sqrt{2gh}} \qquad \textbf{(23)}$$

Série de TD N°3

(Hydrostatique)

Exercice 1

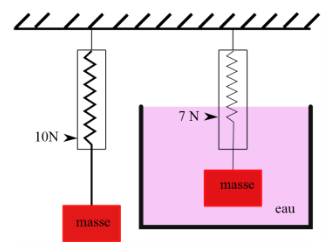
Soit un bloc de forme cubique de masse ''m'' et d'arrête ''a'', représenté sur la figure ci-contre. Calculer la pression (en Pa, bar, mmhg) exercée par ce bloc sur le sol dans le cas de la figure (1) et la figure (2).



.Données : a=20 cm, m_{cube}=1 kg, g=9.81 m/s^2

Exercice 2

Soit une masse ''m'' suspendu à un dynamomètre. Le dynamomètre affiche une valeur de 10 N quand la masse est dans l'air, mais émergée dans de l'eau le dynamomètre affiche 7N.



[1] Représenter les forces s'exerçant sur la masse ''m'' dans les deux cas de figure.

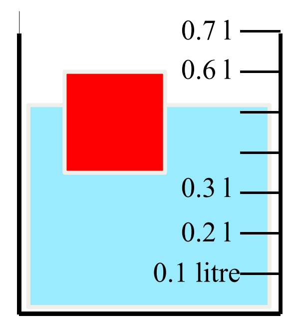
[2] Que représente la valeur 10N affiché par le dynamomètre ?

[3] Que représente la différence p'=10 N-7 N ?

Calculer la valeur de la poussée d'Archimède de la masse ''m'' dans l'eau ?

Exercice 3

Un glaçon de volume V=8 cm^3 flotte (on considère qu'il est en équilibre) dans un bécher contenant de l'eau.



a) Faire le bilan des forces exercées sur le glaçon, et représenter les sur le schéma ci-contre. (On négligera la poussée d'Archimède due à l'air)

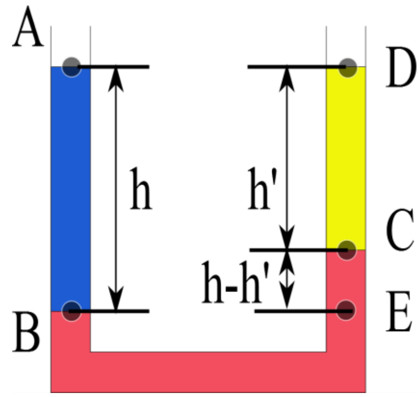
b) Calculer la masse du glaçon et la valeur de son poids.

c) Donner l'expression de la poussée d'Archimède, et en déduire la valeur du volume immergée (Vi) du glaçon ?

d) Le glaçon fond. L'eau déborde-t-elle du verre ?

Données : ρ_1(eau)= 1000 kg.m^{-3}, ρ_2 (glace)= 800 kg.m^{-3}, g =9.81 N/kg

Exercice 4



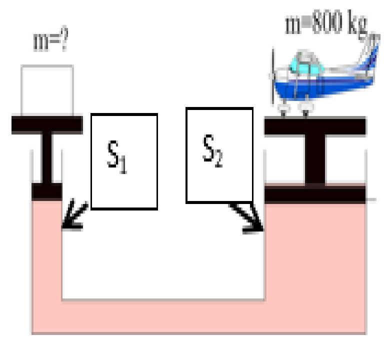
Un tube en U de section uniforme contient du mercure. Dans la branche A, on verse de l'eau ; dans la branche B, on verse de l'alcool. On constate que les surfaces libres de l'eau et de l'alcool sont dans un même plan horizontal et que le mercure présente une différence de niveau de 0,5 cm entre les deux branches.

Calculer les hauteurs h d'eau et h' et d'alcool.

On donne : masse volumique du mercure 13,6 $g.cm^{-3}$, masse volumique de l'alcool 0,8 $g.cm^{-3}$

Exercice 5

Une équipe de techniciens en aéronautique, veulent soulever un avion de tourisme (Cessna 152) pour des raisons de maintenance périodique. Pour ce, Ils utilisent une presse hydraulique. (Voir la figure ci-contre).



[1] Expliquer le fonctionnement d'une presse hydraulique.

[2] Calculer le gain mécanique.

[3] Calculer la masse minimale, que l'on pose sur la partie gauche de la presse hydraulique, pour que l'avion se soulève.

<u>Données: </u>S_1=1 m^2, S_2=20 m^2. m_{avion}=800 kg.

Série de TD N°4

(Hydrodynamique)

Exercice 1 :

Dans un tube de diamètre intérieur d = 12,7 mm s'écoule, à la vitesse moyenne de 1,2 m/s, de l'huile de masse volumique 820 kg/m³.

- Calculer le débit volumique et le débit massique.

Sur un nettoyeur haute pression est marqué 120 bars, 8,4 L/min.

- Quelle doit être la section à la sortie pour que la vitesse de l'eau soit de 140 m/s ?
- Quelle est la vitesse de l'eau dans le tuyau, sachant que sa section a un diamètre de 1,2 cm ?

Exercice 2 :

Le débit en entrée d'une canalisation est égal à 10 L/min, la section est égale à 3 cm^2.

- Calculer la vitesse du fluide en entrée de la canalisation.

À l'autre extrémité, la section est égale à 0,5 cm^2.

- Calculer la vitesse du fluide.

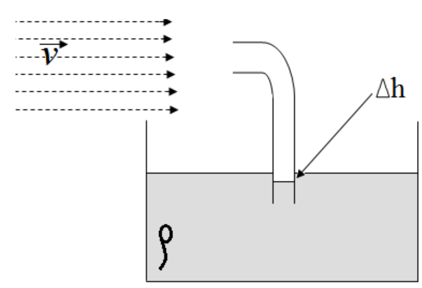
Exercice 3 :

On considère un réservoir rempli d'eau à une hauteur H= 3 m, muni d'un petit orifice à sa base de diamètre d= 10 mm.

- Calculer la vitesse d'écoulement d'eau à travers l'orifice.
- En déduire le débit volumique en sortie de l'orifice.

Exercice 4 :

Afin de déterminer la vitesse du vent, en place le dispositif suivant : un tube coudé inséré dans un récipient contenant un liquide de masse volumique ρ, on remarque que le niveau du liquide à l'intérieur de tube s'est abaissé de 5 mm par rapport à l'extérieur.

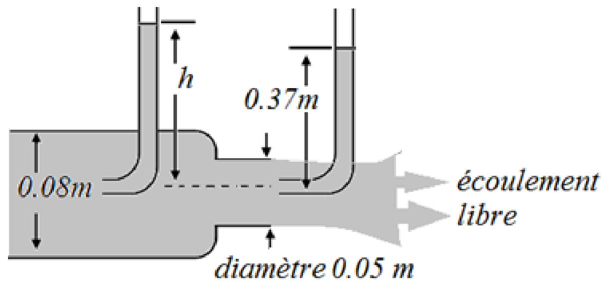


- Estimer la vitesse du vent.

On donne : ρ(air)= 1,29 kg/m^3

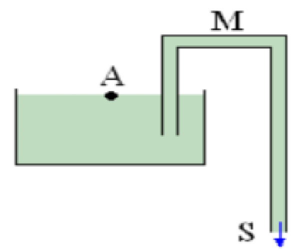
Exercice 5 :

- Déterminer la lecture *h* sur le manomètre sur la figure suivante.



Exercice 6 :

Un siphon permet l'écoulement de l'eau d'un réservoir de grandes dimensions. Il est constitué par un tuyau de 0,10 m de diamètre dont la ligne centrale s'élève à 4 m au-dessus du niveau de la surface libre. On souhaite que le débit soit maximal.



- Calculer le débit volumique de l'eau.
- Quelle est la pression au point M ?
- En déduire la vitesse de l'eau au point M

On donne : $h_A - h_S = 2{,}5\ m$;

Exercice 7 :

Un système de jet d'eau vertical est composé de deux tubes de formes cylindriques de section S_1 et S_2.

L'eau sort du tube de section 2 avec une vitesse v_2 pour se projeter verticalement vers le haut pour atteindre une hauteur h = 5 m.

- Calculer la valeur de v_2 et en déduisant la valeur de v_1 sachant que le rayon du tube large est R_1= 10 cm et le rayon du tube étroit R_2= 10 mm ;
- Calculer le débit volumique (Qv) de l'écoulement de l'eau

Corrigé de la série de TD N°3

Exercice 1

La pression est définit comme suit :

$$P = \frac{\|F_{\perp}\|}{surface}$$

Cas de la figure (1) :

La force perpendiculaire coïncide avec le poids de l'objet :

- $En\ Pa : p = m_{cube} \times g/a^2 = 245\ Pa.$
- $En\ bar: 1bar \rightarrow\ 10^5 Pa\ \Rightarrow\ P =\ 245 \times 10^{-5} bar.$
- $En\ mmhg\ (torr): 1mmhg \rightarrow 1333{,}32\ Pa\ \Rightarrow\ P = 1{,}83\ torr.$

Cas de la figure (2) :

La force perpendiculaire fait un angle de 45° avec le poids de l'objet, la projection du poids de l'objet nous donnera le module de cette force perpendiculaire.

$$\|F_{\perp}\| = \cos 45 \times m \times g = 0{,}71 \times 1 \times 9{,}81 = 6{,}94\ N \Rightarrow\ P = \frac{6{,}94}{10^2 \times 10^{-4}} = 173{,}5\ Pa$$

- $En\ bar: 1bar: P =\ 173{,}5 \times 10^{-5} bar.$
- $En\ mmhg\ (torr): P = 1{,}3\ torr.$

Exercice 2

[1] Les forces dans le cas où le corps est dans l'air : le poids.
Les forces dans le cas où le corps est dans le liquide : le poids +une force de sens contraire au poids.

[2] La valeur 10 N représente le poids du corps en rouge.

[3] P' représente la poussée d'Archimède, 7 N représente la valeur de l'intensité du poids apparent.

[4] La valeur de la poussée d'Archimède est 3 N.

Exercice N°3

a) A l'état d'équilibre, on a $\sum_i^n \left\|\overrightarrow{F_{ext}}\right\| = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} + \vec{\pi} = \vec{0}$, voir schéma.

b) La masse du glaçon $m = \rho_{glace} * V_{glaçon} = 800 * 8 * 10^{-6} = 6{,}4 * 10^{-3} kg$

Son poids $\|\vec{p}\| = m * g = 6{,}4 * 10^{-3} * 9.81 = 62.8 * 10^{-3} N$

c) Expression de la poussée d'Archimède $\|\vec{\pi}\| = \rho_{liquide} * V_{immegé} * g$

Nous avons$\sum_i^n \left\|\overrightarrow{F_{ext}}\right\| = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} + \vec{\pi} = \vec{0}$,

En projetant sur l'axe (OZ) nous aurons :

$$p = \pi \Rightarrow \rho_{glace} * V_{glaçon} = \rho_{liquide} * V_{immergé} \Rightarrow V_{immegé} = \frac{\rho_{glace} * V_{glaçon}}{\rho_{liquide}}$$

$$\Rightarrow V_{immergé} = 6.4 * 10^{-6} m^3 = 6.4 cm^3 = 0.8 * V_{glaçon}$$

d) Si le glaçon fond totalement, l'augmentation du volume du liquide sera de $\left(V_{émergé} = V_{glaçon} - V_{immergé} = 1.6 * 10^{-6} m^3 = 1.6 * 0^{-3} l\right)$

Donc, l'eau ne débordera pas du verre.

Exercice 4

Les hauteurs h de l'eau et h' d'alcool

Nous avons les données indirectes suivantes :

- ✓ $P_a = P_d = P_0$----(1)
- ✓ $P_b = P_0 + \rho_{eau} * g * h$--------(2)
- ✓ $P_c = P_0 + \rho_{alcool} * g * h'$--------(3)
- ✓ $P_e = P_0 + \rho_{alcool} * g * h' + \rho_{mercure} * g * \Delta h$------(4) avec $\Delta h = h - h'$
- ✓ $P_e = P_b \Rightarrow (2) = (4)$cette égalité se confirme par la loi fondamentale de l'hydrostatique, même niveau+même liquide implique même pression.

$$P_0 + \rho_{eau} * g * h = P_0 + \rho_{alcool} * g * (h - \Delta h) + \rho_{mercure} * g * \Delta h$$
$$\Rightarrow \rho_{eau} * h = \rho_{alcool} * (h - \Delta h) + \rho_{mercure} * \Delta h$$
$$\Rightarrow (\rho_{eau} - \rho_{alcool}) * h = (\rho_{mercure} - \rho_{alcool}) * \Delta h$$
$$\Rightarrow h = \frac{(\rho_{mercure} - \rho_{alcool})}{(\rho_{eau} - \rho_{alcool})} * \Delta h$$

a) La hauteur h de l'eau

$$h = 32 * 10^{-2}m = 32cm$$

b) La hauteur h d'alcool

$$h' = 31.5 * 10^{-2}m = 31.5cm$$

Exercice 5

[1] Fonctionnement d'une presse hydraulique :

« *Presse hydraulique :* dispositif par lequel une force appliquée par un piston sur une petite surface est transmise par un liquide à un autre piston de grande surface, et ainsi multipliée. » Définition extraite du Petit Robert 2014.

Le fonctionnement d'une presse hydraulique est tout simplement l'application du principe de Pascal. La définition extraite du Petit Robert 2014 est incomplète, les étudiants doivent comprendre que ce **liquide** qui transmet cette pression doit être **confiné** sinon le fonctionnement d'une telle presse **ne peut être possible physiquement** !

[2] Calcule du gain mécanique:

On a **Pression d'entrée est égale à la pression de sortie**

$$Gainmécanique \rightarrow \frac{Force_{sortie}}{Force_{entrée}} = \frac{Aire_{sortie}}{Aire_{entrée}}$$

- $Force_{entrée}$ →poids de la masse (partie gauche du schéma)
- $Force_{sortie}$ →poids de l'avion
- $Aire_{entrée}$ → section du piton S_1
- $Aire_{sortie}$ → section du piston S_2

$$\frac{Force_{sortie}}{Force_{entrée}} = 20$$

[3] Le calcul de la masse minimale :

$$\frac{m * g}{m_{avion} * g} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow m = \frac{S_1}{S_2} * m_{avion}$$

A.N: $m = \frac{800}{20} = 40kg$

3 Optique géométrique

3.1 Introduction

L'histoire de la physique est entièrement liée à l'histoire de l'intelligence humaine. Depuis son apparition sur terre, l'homme, pour s'adapter à son environnement et pour survivre, a fait de la physique sans le savoir. Ses seuls outils de communication étaient alors ses sens qui lui ont permis de voir, de toucher, d'entendre, de sentir … et qui sont d'ailleurs à la base de la classification des diverses branches de la physique où l'optique est liée à la vue, la chaleur au toucher, l'acoustique à l'ouïe, ….

L'optique est la branche de la physique qui traite de la lumière et de ses propriétés, du rayonnement électromagnétique, de la vision ainsi que les systèmes utilisant ou émettant de la lumière. L'optique géométrique introduite par Alhazen s'est développée sur la base d'observations simples et repose sur deux principes et des lois empiriques :

- la propagation rectiligne dans un milieu homogène et isotrope ;
- le principe du retour inverse qui exprime la réciprocité du trajet lumineux entre source et destination ;
- les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction. La résolution des problèmes se fait à l'aide de constructions géométriques (tracés de droites matérialisant les rayons, calculs d'angles), d'où le nom d'optique géométrique. L'optique géométrique permet de retrouver la quasi-totalité des résultats concernant les miroirs, les dioptres et les lentilles ou leurs combinaisons en doublet et systèmes optiques constituant notamment les instruments d'optique.

3.2 Notions fondamentales sur la lumière

Les premières théories (sérieuses) relatives à la nature de la lumière furent énoncées au cours du XVIIème siècle. Deux théories apparemment contradictoires virent le jour, l'une développant l'aspect corpusculaire, l'autre s'appuyant sur le mécanisme ondulatoire. Elles soulevèrent une controverse qui dura jusqu'au début de notre siècle. En effet, chacune de ces théories s'appuyait sur un certain nombre d'expériences mais laissait inexpliqués d'autres phénomènes physiques ou même semblait être mise en défaut par ces phénomènes.

a. Description ondulatoire : la lumière est une onde électromagnétique

La lumière peut être décrite, comme une onde électromagnétique constitue d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ qui oscillent en phase, perpendiculairement l'un par rapport à l'autre et perpendiculairement à la direction de propagation. Elle peut se propager en l'absence de support matériel (Figure 1).

Selon la fréquance ν de l' onde électromagnétique, on parle plutôt d'onde lumineuse, ou d'onde radio , de rayon X, etc…

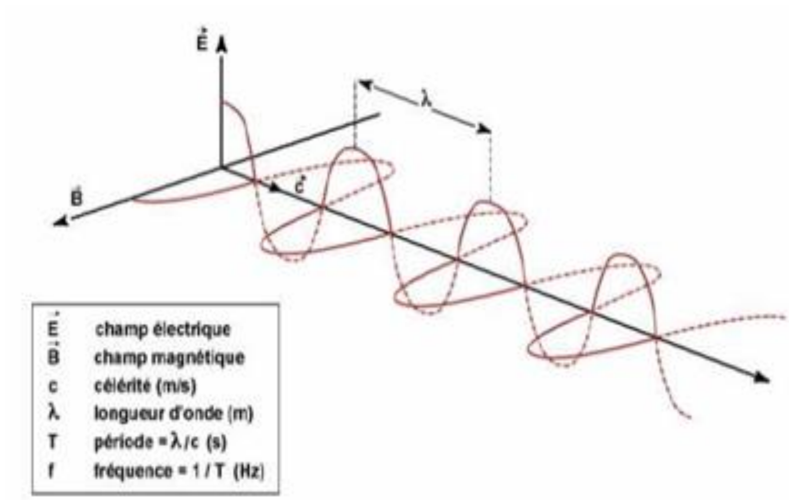


Fig.3.1- *Nature et propagation d'une onde électromagnétique.*

Les ondes dites lumineuse sont les ondes éléctromagnétiques détectées par l'œil humain c'est-à-dire celles qui constituent le spectre visible (de 400 à 700nm).

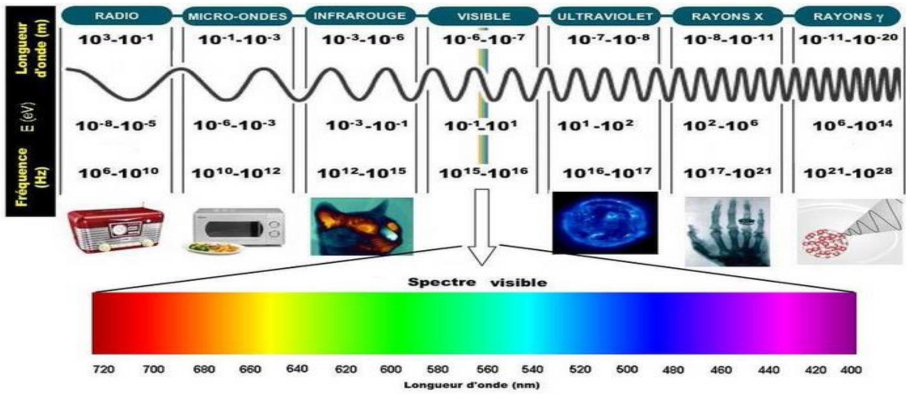


Fig.3.2- *Spectre électromagnétique*

Tab 3.1 *: Longueurs d'onde dans le vide et couleurs des ondes lumineuses*

couleur	**λ (nm)**
Infra-rouge	>780
Rouge	780-622
Orange	622-597
Jaune	597-577
Vert	577-492
Bleu	492-455
Violet	455-390
Ultra-violet	<390

b. Description corpusculaire

A une onde électromagnétique on associe un flux de photon. Un photon est une particule de masse nulle, de charge nulle, dont la vitesse c de la lumière dans un milieu considéré.

Un photon possède une énergie :$\boldsymbol{E = h\nu}$ avec $\boldsymbol{h = 6,62 \times 10^{-34}\ J.s}$ la constante de PLANCK et $\boldsymbol{\nu = \frac{1}{T}}$

c. La propagation de la lumière dans le vide

Les observateurs courantes nous ramènent à considérer le vide comme un milieu homogène et isotrope ; ceci signifie que les propriétés de propagation des ondes électromagnétiques (et donc de la lumière) ne varient sur leur trajet et qu'il n'y a pas de direction privilégiée, l'expérience montre alors que la lumière se propage en ligne droite, c'est le principe de la propagation rectiligne :

Pour une onde électromagnétique, la longueur d'onde dans le vide λ_0 et la fréquence ν ou f de l'onde sont liées par :

$$\boxed{\lambda_0 \nu = c} \tag{24}$$

Où : c est la célértite de la lumière dans le vide, $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$

d. La propagation de la lumière dans un milieu matériel

Dans le vide, une onde était définie par sa fréquence, aussi par sa longueur d'onde.

La fréquence ν est définie de la même façon quel que soit le milieu dans lequel se propage la lumière (vide ou matériel) ; par contre la longueur d'onde est modifiée car la lumière se propage dans un milieu matériel à une vitesse V différente de la célérité c où c est remplacée par $V = \nu\lambda$.

Le principe de propagation rectiligne est toujours vérifié dans un milieu homogène, transparent et isotrope (MHTI) :

- **Homogène :** propriétés physique identiques en tout point.
- **Transparent :** absence d'absorption d'énergie lumineuse par le milieu.
- **Isotrope :** propriétés physique identiques dans toutes les directions de l'espace.

La lumière interagie tout de même avec la matière, ce qui a pour effet de diminuer la vitesse de propagation d'une radiation monochromatique de fréquence dans le milieu considéré : c'est le **phénomène de dispersion.**

La lumière ralentie, sa vitesse de propagation V étant toujours inferieur à c.

$$V = \frac{c}{n} \tag{25}$$

La relation entre c et V :

Où n est l'indice absolu du milieu. C'est une caractéristique intrinsèque du milieleau u, où $n \geq 1$

Le tableau 3.1 donne les valeur de l'indice n pour quelques milieux matériels.

Tab 3.2 - indice de réfraction

	air	Eau	verre
n	1	1.33	1.51

n dépend des conditions thermodynamiques locales (densité, pression et la température) lorsqu'elles sont différentes d'un point à l'autre d'un milieu ; on dit alors que le milieu est inhomogène. Dans ce cas la lumière ne se propage plus en ligne droite, une bonne approximation consiste à décomposer le milieu en une série de couches homogènes d'indices différents dans les quelle la trajectoire du rayon lumineux est rectiligne. Le principe de Snell- Descartes, permettra de rendre compte de façon simple des phénomènes optique (réfraction, mirages…).

3.3 Les sources de lumière

a) Sources primaires

Une bougie, une lampe, le soleil, etc.., émettent de la lumière par eux-mêmes (combustion, incandescence, réaction nucléaire …). De telles sources lumineuses sont appelées sources primaires.

Une sources primaire de lumière est un corps qui crée et émet de la lumière dans toutes les directions.

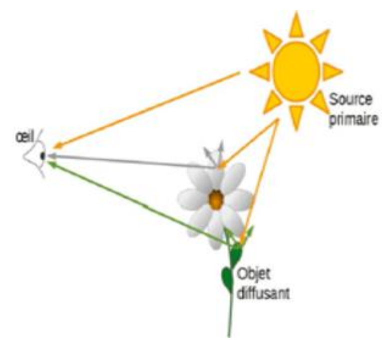


Fig.3.3- *Exemple d'une source primaire*

Il existe deux sortes de sources :

a. Les sources chaudes (soleil, étoiles, bougie …)
b. Les sources froides dont la température est voisine de la température ambiante 25°C. Exemples : écrans, vers luisant, luciole …

b) Sources secondaires

On éclaire une balle avec une source lumineuse. On place successivement derrière la balle un écran noir puis un écran blanc. On observe que :

- Sans écran, une partie de la balle est éclairée tandis que l'autre est sombre ;
- La présence de l'écran noir ne modifie rien ;

- Avec l'écran blanc, une nouvelle zone de la balle est éclairée. L'écran blanc renvoie une partie de la lumière reçue et permet ainsi d'éclairer l'arrière de la balle.

Une source de lumière secondaire est un corps qui renvoie de la lumière reçue dans toutes les directions.

Exemple : la lune, les planètes, un écran de cinéma,…

On dit que la lumière est diffusée par l'objet, seuls les objets totalement noirs ne réfléchissent pas de lumière.

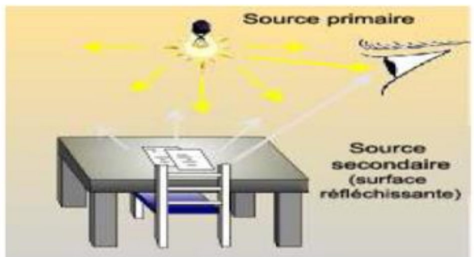


Fig.3.4- *Exemple d'une source secondaire.*

- ✓ La lumière est une onde électromagnétique caractérisée par les amplitudes couplées du champ électrique et du champ magnétique.
- ✓ tout rayonnement (OEM), l'énergie est concentrée en grains, ou **quanta de lumière**, nommés **photons**, dont l'énergie $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ est proportionnelle à la fréquence ν du l'onde, h étant la constante de Planck $h \simeq 6,\ 62.10^{-34}$ **J. s**
- ✓ la lumière se propage dans le vide en ligne droite avec une vitesse **c** indépendante de la direction adoptée : $c \simeq 3.10^{8}$ **m. s**$^{-1}$. elle peut aussi se propager dans un milieu matériel (MHTI), avec une vitesse **V ≤ c**.
- ✓ L'onde lumineuse peut être caractérisée :
  - par sa vitesse v dans le milieu,
  - par sa longueur d'onde dans le vide λ_0,
  - par sa fréquence ν.
- ✓ Soit v la vitesse de la lumière dans un milieu matériel transparent ; L'indice n du milieu est défini par : $n = \frac{c}{v}$ donc : $n > 1$
- ✓ Le milieu est d'autant **plus réfringent que n est grand**.
- ✓ Une source primaire de lumière est un corps qui crée et émet de la lumière dans toutes les directions.
- ✓ Une source de lumière secondaire est un corps qui renvoie la lumière reçue dans toutes les

3.4 Notion de rayon lumineux

Dans l’approximation de l’optique géométrique, la lumière se propage par ligne lumineuse indépendantes appelées **« rayons lumineuse »** et il n’est pas nécessaire de faire appel à la description ondulatoire de la lumière pour en compendre la propagation.

Lorsque un rayon rencontre une surface plane qui sépare deux milieux transparents, homogènes et isotropes, d’indices différents n_1 et n_2 (qu’on applelle **dioptre**), il change de direction : une partie reste dans le premier milieu **(milieu d’incidence) :** il y a réflexion ; une autre partie transmise dans le seconde milieu avec un changement de direction : il y a **réfraction.**

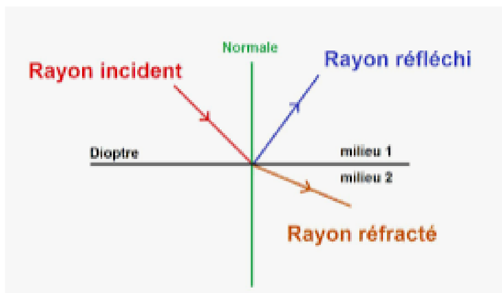


Fig.3.5- *Trajet du rayon lumineux traversant un dioptre optique.*

3.5 Lois de Snell-Descartes

Les **lois de Snell-Descartes** décrivent le comportement de la lumière à l'interface de deux milieux. Une de ces **lois** explique aussi le rapport mathématique simple qui existe entre l'angle d'incidence d'un rayon lumineux et son angle réfracté par l'eau ou encore le phénomène dit fenêtre de **Snell**.

3.5.1 Loi de réflexion

On définit un dioptre comme étant une surface qui sépare deux milieux de différents indices de réfraction. Un faisceau incident forme un angle i avec la normale N. Le rayon réfléchi est dans le même milieu forme un angle de réflexion i' tel que $i = i'$ (Figure (3.5)). (Analogie avec la boule de billard qui heure une paroi de la table).

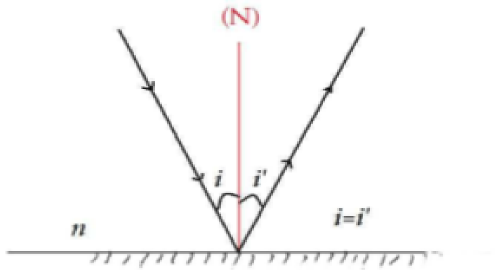


Fig.3.6- *Réflexion sur un miroir plan.*

3.5.2 Loi de réfraction : deuxième loi de Descartes

Un rayon lumineux qui passe d'un milieu à un autre, de différent indice de réfraction, subit un gradient de vitesse due à la transition dans les propriétés chimiques et / ou physique entre les deux milieux. Cela est traduit la déviation du chemin optique (exemple d'un crayon dans un verre d'eau apparait brisé).

En outre, la relation qui relie les angles d'incidence et de réfraction i et r par rapport à la normale N :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \tag{26}$$

$D = |i - r|$: est l'angle de déviation.

Cette loi est introduite en premier temps par *Abou Saad I bn Sahl* et plus tard nommée par la loi de *Snell-Descartes.* Pour des petites valeurs de *i et r :*

$$n_1 i = n_2 r \tag{27}$$

3.5.3 Angle de réflexion totale

Dans le cadre d'un dioptre plan, on suppose que $n_1 > n_2$ $(i < r)$. Si on augmente i cela implique que l'angle de réfraction *r* a une valeur maximum $r_{max} = \frac{\pi}{2}$ (loi de Snell-Descartes).

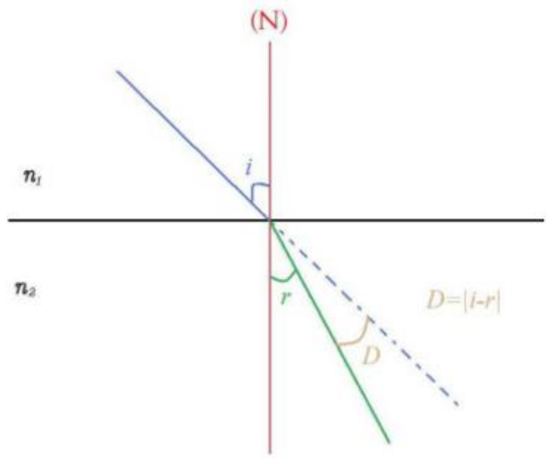


FIG 3.7 - *Réfractiond'un rayon lumineux à travers d'un dioptre plan separant deux milieux de differents indice de réfraction. D est l'angle de déviation*

L'angle critique (incidence) i_c pour laquelle r = r_{max} est donnée par :

$$i_c = \arcsin(n_2/n_1) \quad (28)$$

Si $i > i_c$toute la lumière est réfléchie et le dioptre plan est considéré comme un miroir plan ; i.e. une réfléxion totale (voir Figure (6)). L'angle critique permet de donner une information sur le rapport entre les indices de réfraction des deux milieux (si on connait l'un, on peut mesurer l'autre)

Le phénomène de réflexion totale est utilisé pour confiner la lumière dans tels systèmes,

Exemple : fibre optique et fontaine de lumière.

3.5.4 Angle de réfraction limite

On considère un dioptre plan. On suppose que le rayon lumineux se propage du milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent$(n_2 > n_1)$. Si $i = \frac{\pi}{2}$ (voir Figure (3.8)), alors l'angle de réfraction prend une valeur particulière s'appelle angle de réfraction limite ou critique r_c donnée

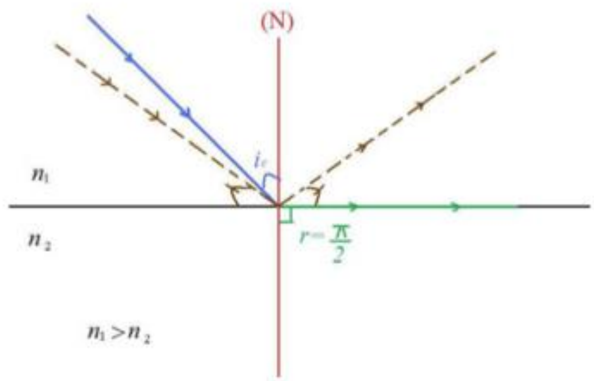


FIG.3.8 – *Angle de reflexion totale : pour des angles supérieur à i_c, l asurface de séparation joue le rôle d'un miroir*

Par :

$$r_c = \arcsin(n_1/n_2) \tag{29}$$

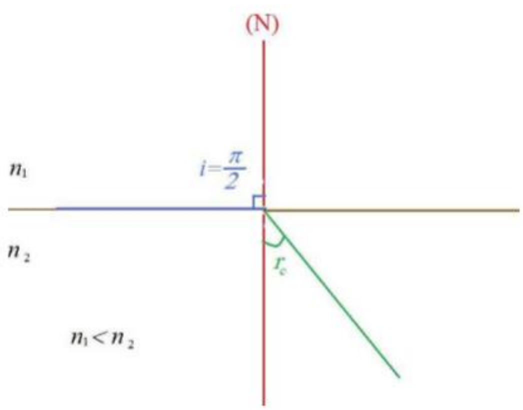


FIG 3.9 : *Angles de réfraction limites*

3.6 Notion d’objet et Image

3.6.1 Définition d’objet et image

Soit un point A. si les rayons lumineux issus de A, et s’affranchissent un système optique (dioptre plan ou sphérique, lentille, etc.) passant vers le point A’ alors A’ est l’image de A (et vice versa), ainsi, A et A’ sont conjugués. En optique, on site deux types d’objet et d’image ; **réels** et **virtuels.** Par convention, on va prendre le sens *objet-système optique* comme étant le sens positif de la propagation de la lumière, ainsi, l’image est supposé formée au-delà du système optique (voir cas (1) dans la Figure (8).

Cependant pour :

Cas (1) : A objet réel et A’ image réelle.

Cas (2) : A objet réel et A’ image virtuelle.

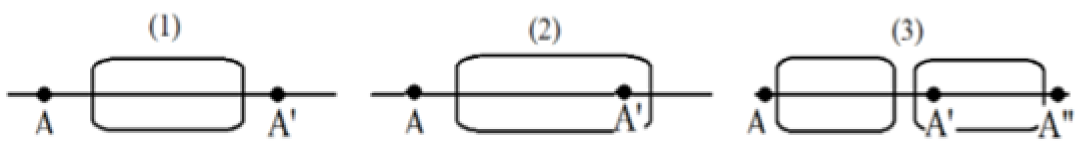


***FIG. 3.9** – Différentes possibilités pour avoir la nature d’objet et d’image*

Cas (3-a) : A objet réel et A’ image virtuelle.

Cas (3-b) : A objet virtuel et A’ image réelle.

Dans le cas concret, un objet est un ensemble de point, cal implique que l’image est aussi un ensemble de point.

3.6.2 Stigmatisme et stigmatisme approché

Un point lumineux A donne dans un système S une image B. D'après le principe du retour inverse de la lumière, un objet placé en B donne le point A comme image : les points A et B sont dits **points conjugués**.

Il y a **stigmatisme rigoureux** pour un couple A B de points conjugués s'il existe une infinité de trajets entre A et B tels que le chemin optique (AB) est constant. Seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace. Quelques rares systèmes (miroirs elliptiques, hyperboliques ...) possèdent des points conjugués rigoureusement stigmatiques.

Un système optique donne d'un point lumineux une image qui est un petit volume et non un point. La structure des capteurs (œil, film photographique, capteur CCD ...) est granulaire. L'image obtenue sera satisfaisante si les dimensions de ce volume sont inférieures à celles des grains du capteur. Dans ces conditions on dit qu'il y a **stigmatisme approché.**

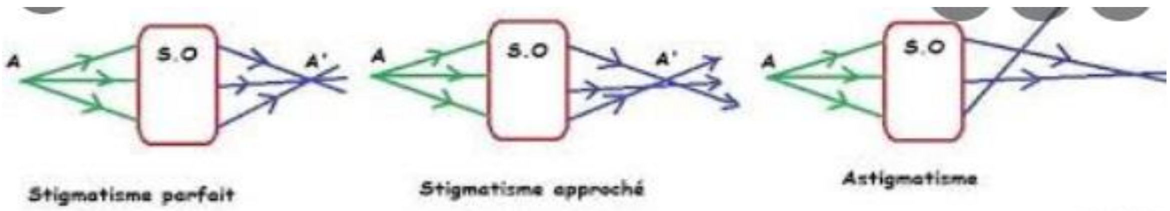


Fig.3.10- *Stigmatisme et stigmatisme approché***.**

3.7 Caractéristiques d’un milieu optique

a) Milieux transparent, homogène, isotrope : Transparent s’il laisse passer la lumière (par opposition à un milieu opaque) ; Homogène si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l’espace ; Isotrope si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux.

Indice d'un milieu

On définit l’indice optique n d’un milieu par $(n = c/v)>1$, où c’est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide et v sa vitesse de propagation dans le milieu considéré. Plus l’indice d’un milieu est élevé, plus le milieu est réfringent. Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique n dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.

Milieu	Indice de réfraction
Air	1.000
Eau	1.333
Verre	1.511 à 1.535
Alcool éthylique	1.361
Glycérine	1.473

b) L'indice relatif et la réfringence

Lorsqu'un rayon se propage d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2, on définit l'indice relatif $n = (n_2/n_1)$.

- Si $n > 1$, le rayon se propage d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent.
- Si $n < 1$, le rayon se propage d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent.

c) Système optique

Un système optique est constitué d'un ensemble de lentille, de miroirs et plus généralement de milieux transparents et homogènes, séparés par des dioptres.

Un système optique est dit **centré** lorsqu'il présente un axe de révolution : l'axe principal.

Un système optique est dit **dioptrique** s'il est essentiellement constitué de milieux transparents, sans aucun miroir, sinon c'est un système **catadioptrique** (avec miroir).

d) Objets Images

On considère un système optique et un sens de propagation de la lumière :

- Les **rayons incidents** sont ceux qui se propagent avant de frapper la face d'entrée du système.
- Les **rayons émergents** sont ceux qui se propagent après la face de sortie du système.

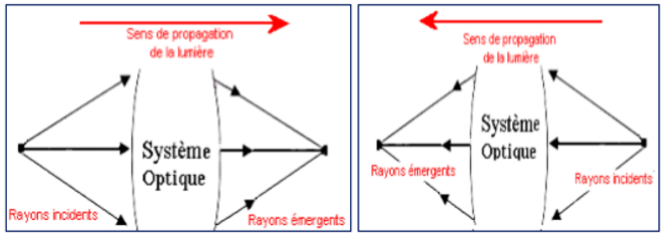


Fig. 3.11- *système optique*

- **L'objet** est un corps (ponctuel ou étendu) émettant des rayons lumineux, appelés rayons incidents, qui vont traverser le système optique :
    - Si le faisceau des rayons incidents et **divergent**, alors l'objet est un **objet réel** ;
    - Dans le cas contraire, où le faisceau incident est **convergent** (en un point situé **au-delà** du système optique), l'objet est **virtuel.**
- **L'image** est la « zone » de convergence des rayons émergents **:**
    - **Si** le faisceau des rayons émergents est convergent, l'image est **réelle** (on peut la recueillir sur un écran).

3.8 Etude des systèmes planaires

3.8.1 Dioptre plan

Le dioptre plan est constitué de deux milieux transparents inégalement réfringents séparés par une surface plane et donnant toujours une image qui a la même dimension que l'objet. Les rayons incidents sont réfractés, ce qui est à l'origine d'une illusion d'optique. Ainsi, lorsqu'un observateur regarde un poisson dans l'eau, il voit l'image virtuelle du poisson qui semble située, pour l'œil, dans la direction du rayon incident.

Fig 3.12- Trajet lumineux dans un dioptre plan

3.8.2 Stigmatisme d'un dioptre plan

Considérons un point objet A dans le milieu d'indice n. Le système étant de révolution autour de la normale AS, le rayon AS traverse la surface sans déviation. Si une image de A' existe elle est certainement sur AS. Soit un rayon incident AI arrivant sur le dioptre avec un angle d'incidence i. Le rayon réfracté IR correspondant coupe AS en A' tel que :

$$\boldsymbol{SI = SA.\tan(i) = SA'.\tan(i')}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{SA' = SA\ \frac{\tan(i)}{\tan(i')} = SA\left(\frac{\sin i}{\sin i'}\right)\left(\frac{\cos i'}{\cos i}\right)}$$

D'après la relation de Snell- Descartes :

$$n \sin i = n' \sin i'$$

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin i}{\sin i'}$$

$\Rightarrow SA' = SA\left(\frac{n'}{n}\right)\left(\frac{\cos i'}{\cos i}\right)$

Lorsque i varie SA' n'est pas constante : les rayons réfractés ne passent pas par le même point A', dans ce cas l'image est floue, et le dioptre plan n'est pas stigmatique. Un dioptre plan dans les conditions de Gauss : les rayons incidents sont à faible incidence (i→0°, con(i) →1).

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n'}{n} \quad (30)$$

La relation obtenue, appelée relation de conjugaison ". Elle montre que $\overline{\overline{SA}}$ et $\overline{\overline{SA'}}$ sont toujours de même signe et ; par conséquent ; que l'objet A et son image A' sont dans le même milieu et toujours de natures opposées.
La distance entre l'objet et l'image est donnée par :

$$\overline{AA'} = \overline{SA'} - \overline{SA} = \overline{SA}\left(\frac{n'}{n} - 1\right) \quad (31)$$

Il y a un rapprochement apparent de A vers la surface si n'<n et un éloignement apparent si $n' > n$.

3.8.3 Association de dioptres plans :

a. **Lame à faces parallèles** :

Une lame à faces parallèles est constituée de deux dioptres plans, parallèles entre eux et distants de e . En général, les deux milieux de part et d'autre de la lame sont identiques, par exemple de l'air. Nous notons n_1 l'indice du milieu dans lequel se trouve la lame et n_2 l'indice du milieu situé entre les deux dioptres et qui constitue la lame ; ce matériau peut par exemple être du verre.

- **Marche d'un rayon lumineux la traversant** :

Nous avons représenté sur la figure 3.13 le trajet d'un rayon particulier du faisceau de lumière parallèle. Ce rayon arrive en I sur la lame avec un angle d'incidence égal à i. Il est réfracté dans la lame avec un angle r suivant la loi de Descartes : n_2 sin i = n_1 sin r

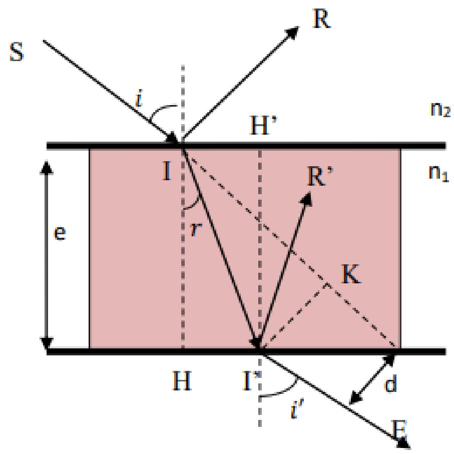


Fig 3.13*: Construction géométrique d'un rayon lumineux à travers une lame à faces parallèle*

Dans le triangle rectangle II'K, les relations trigonométriques nous permettent d'écrire :

$$\sin(i - r) = \frac{I'K}{II'}$$

$$I'I = \frac{e}{cosr} \; et \; KI' = d$$

La combinaison des deux équations nous permet d'obtenir la translation KI'

$$d = e\frac{\sin(i - r)}{cosr}$$

Dans le cas où les angles $i \; et \; r$ sont petits (approximation de Gauss).on peut écrire : $d = e\ (i - r)$

la relation de Snell Descartes nous permet d'écrire :

$$d = e\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \tag{32}$$

b. Le prisme :

Le prisme est un milieu transparent d'indice de réfraction n, limité par trois dioptres plans non parallèles mais perpendiculaires à un plan géométrique fictif. Il présente un stigmatisme approché dans les conditions de Gauss.

- **Equation du prisme :**

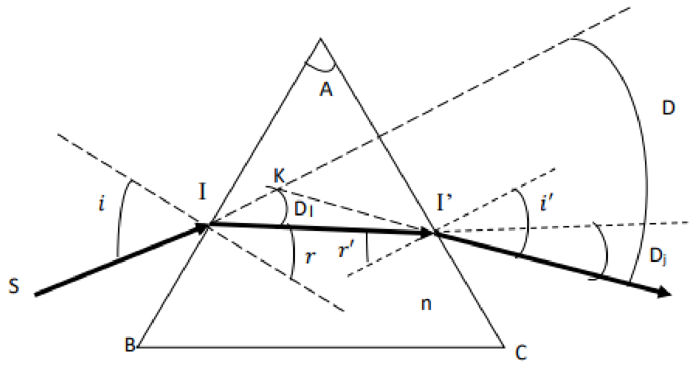


Fig 3.14 *: Marche d'un rayon lumineux dans un prisme.*

Ecrivant les relations de Snell-Descartes :

Au point I :

$$n' \sin i = n \sin r$$

$$n \sin r' = n' \sin i'$$

Au point I' :

Les normales N1 et NI' aux dioptres plans AB et AC forment un angle égal à A (angle de sommet de prisme) et à $(r + r')$.angle extérieur du triangle II'K. On a donc :

$$A = r + r'$$

Le rayon lumineux SI subit lors de la traversée du prisme, deux déviations, la première DI, à l'entrée, et la seconde DI',à la sortie soit une déviation totale Dt telle que :

$$Dt = DI + DI' = (i - r) + (i' - r')$$

Soit :

$$Dt = i + i' - A \tag{33}$$

La déviation totale dans un prisme dépend de l'angle d'incidence i ; elle est comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale.

- **Cas particulier : étude de la déviation minimale**

Lorsque l'angle d'incidence augmente, la déviation diminue jusqu'à atteindre un minimum de déviation qu'on note Dm.

Pour

$$i = i' = im$$

$$r = r' = A/2$$

d'où: $$Dm = 2i_2 - A$$

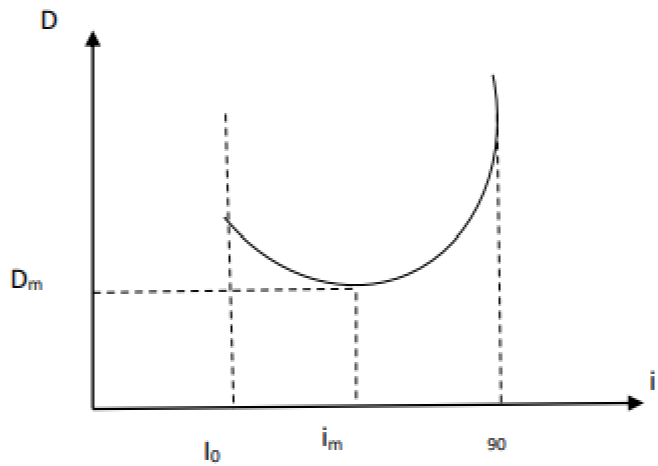


Fig. 3.15- *Déviation minimale de la lumière.*

En appliquant la loi de Snell-Descartes au point I, on aboutit à la relation qui permet de calculer la valeur de l'indice :

$$n = n' \frac{\frac{sinD_m + A}{2}}{sin\frac{A}{2}} \qquad (34)$$

La connaissance de Dm et de l'angle A du prisme permettent de déterminer l'indice de réfraction n de la substance constituant le prisme pour la radiation utilisée.

- **Dispersion :**

L'indice de réfraction d'une substance dépend de la longueur d'onde de la vibration lumineuse qui la traverse. Donc un rayon de lumière blanche qui aborde l'une des faces d'un prisme se disperse à la sortie .l'image recueillie sur un écran est appelée spectre .le spectre obtenu avec la lumière blanche contient toutes les couleurs de l'arc en ciel.

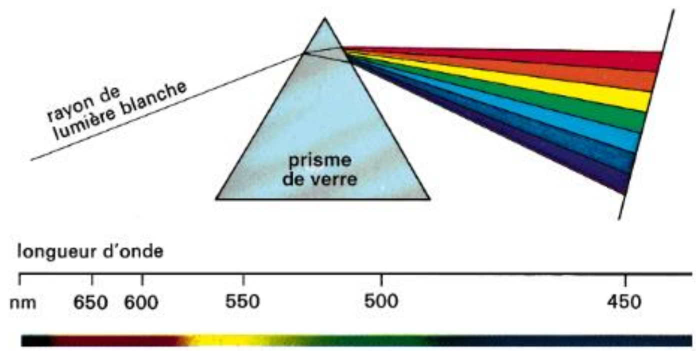


Fig.3.16 *: représentation schématique de la dispersion par un prisme.*

3.9 Miroir plan

3.9.1 Relation de conjugaison :

La position de l'image par rapport au miroir égale la position de l'objet par rapport au miroir.

L'image A' est symétrique de l'objet A par rapport au miroir.

$$\overline{SA'} = -\overline{SA} \qquad (35)$$

L'objet et l'image sont de natures différentes :

- Objet Réel-Image Virtuelle

- Objet Virtuel-Image Réelle

La taille de l'image égale la taille de l'objet :

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \qquad (36)$$

3.10 Miroir sphérique

On appel miroir sphérique S une surface sphérique rendue réfléchissante par un dépôt métallique. On distingue deux types de miroirs sphériques : si la réflexion se produit vers l'intérieur de la sphère, le miroir est dit concave ; si la lumière se réfléchit vers l'extérieur de la sphère, le miroir est dit convexe.

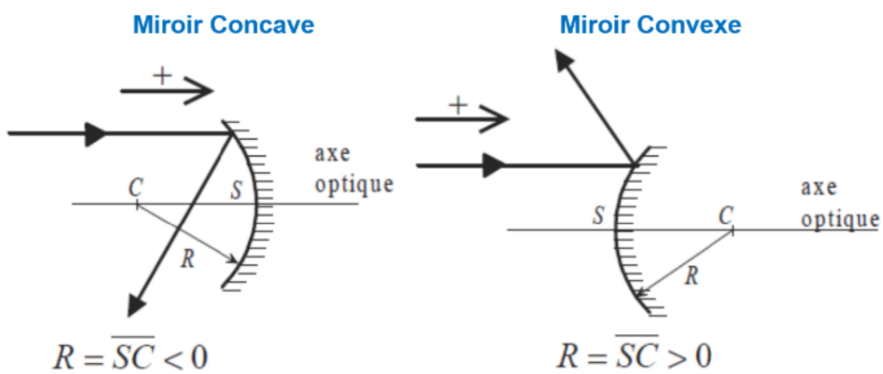


Fig 3.17*- Trajet de la lumière à travers un miroir sphérique*

Un miroir sphérique est caractérisé par :

– Le centre C de la sphère appelé centre du miroir.

– Le point S appelé sommet du miroir.

– L'axe optique, qui est l'axe de symétrie de révolution du miroir, passant par les points C et S.

– Le rayon de la sphère R = SC, appelé rayon de courbure du miroir, quantité algébrique qui est négative pour un miroir concave et positive pour un miroir Convexe.

Remarque : en optique géométrique, la mesure des distances est algébrisée. Le long de l'axe optique, on choisit comme sens positif le sens de propagation de la lumière (en général de la gauche vers la droite).

3.10.1 Relations de conjugaison :

Considérons un point objet réel A situé sur l'axe optique d'un miroir concave. L'image A' de A est située au point d'intersection de deux rayons lumineux quelconques issus de A.

Soit un rayon confondu avec l'axe optique, il se réfléchit sur lui-même : A' est donc sur l'axe optique.

Considérons le rayon émis depuis A et qui se réfléchit au point I en accord avec les lois de la réflexion. A' se trouve au point d'intersection du rayon réfléchi et de l'axe.

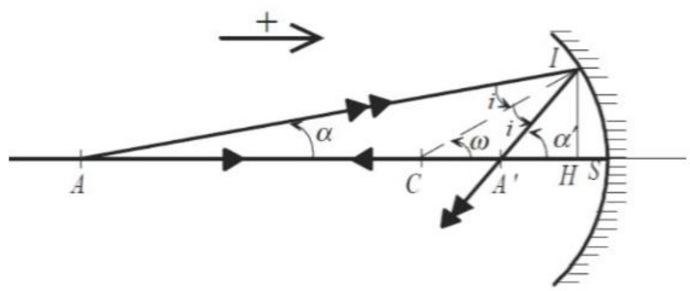


Fig 3.18

Dans les triangles AIC et A'IC la somme des angles intérieurs doit être égale à π, soit :

$$i + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \; et \; donc : \; i = \omega - \alpha$$

$$i + \omega + (\pi - \alpha') = \pi \; et \; donc : \; i = \alpha' - \omega$$

D'où la relation suivante entre α, ω et α' :

$$2\,\omega = \alpha + \alpha'$$

Dans les conditions de Gauss, les points H et S sont pratiquement confondus, et les angles α, ω et α' peuvent être assimilés à leurs tangentes selon :

$$\alpha = \frac{\overline{IS}}{\overline{SA}}$$

$$\alpha' = \frac{\overline{IS}}{\overline{SA'}}$$

$$\omega = \frac{\overline{IS}}{\overline{SC}}$$

On obtient finalement la relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet S :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \qquad (37)$$

Série de TD N°5

(Optique géométrique)

Exercice 1 : **Aspect ondulatoire de la lumière**

Une radiation émise par une lampe à vapeur de chlorure de sodium a une période temporelle $\boldsymbol{T}$ de 1.8 10 ^{15}s. On donne c=3× 10^8 m.s^{-1}. On rappelle que $\lambda_{\ Violet}$ = 400 nm et λ_{Rouge} = 800 nm

1) Quelle est la fréquence υ d'une telle radiation ? Exprimer le résultat sous forme d'écriture scientifique.

2) Quelle est sa longueur d'onde λ_0 dans le vide, exprimée en micromètre, en nanomètre puis en Angstrom ?

3) Cette radiation est-elle visible à l'œil nu ? Si oui indiquer sa couleur.

4) Cette radiation se propage dans une substance d'indice de réfraction $n = 1.80$.

a. Déterminer la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ de cette radiation relative à cette substance. Comparer $\boldsymbol{\lambda}$ et $\boldsymbol{\lambda_0}$, ainsi que les vitesses dans le vide et dans la substance d'indice $\boldsymbol{n}$.

b. Sa couleur change-t-elle ? Expliquer. **?**

Exercice 2 : Réfraction et Réflexion

Un rayon lumineux pénètre en P dans un bloc en plastique transparent d'indice n et de forme cubique. On se placera dans le cas où P est le centre d'une des faces. La figure 1 schématise une coupe du cube par le plan d'incidence et indique les orientations des rayons incident et réfracté par rapport à la face d'entrée.

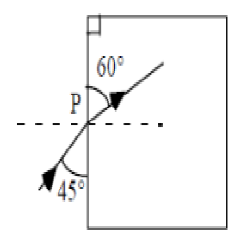


Figure 1

1) Déterminer la vitesse de la lumière dans le plastique (on rappelle que la vitesse de la lumière dans le vide est c=3.108 m/s).

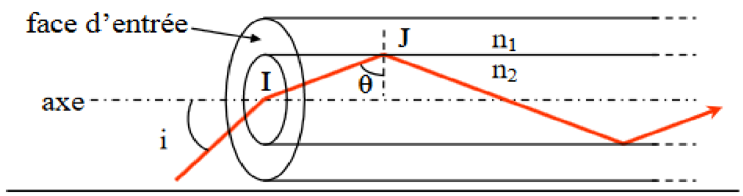
2) Construire la marche des rayons dans le cube.

3) Déterminer l'angle de déviation (angle formé par les rayons incident et émergent du cube).

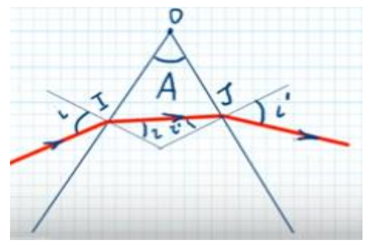
Exercice 3 : Fibre optique

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur (cylindre très long de diamètre très faible) et d'une gaine (tube de matière transparente qui entoure le cœur). On appelle ouverture numérique ON de la fibre, le sinus de l'angle d'incidence maximal pour lequel les rayons qui pénètrent dans le cœur sont transmis jusqu'à la sortie. Calculer la valeur de ON pour une fibre connaissant n_2 (indice du cœur) et n_1 (indice de la gaine)

On donne : n_2 =1, 48 et n_1 =1, 46.



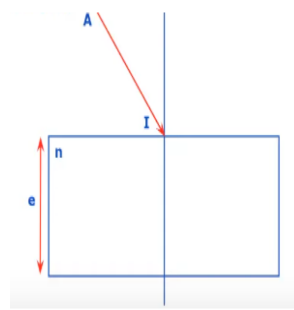
Exercice 4 : Etude d'un Prisme



On considère un prisme qui se situe dans l'air.

1) Calculer l'angle au sommet en fonction de r et r'.
2) Calculer la divination entre les rayons incident et émergent en Fonction de i, i' et A.
3) Montre que lorsque i varie D passe par un minimum Dm.
4) Exprimer n en fonction de A et Dm.

Exercice 5 : Lame à faces parallèles



Une lame à faces parallèles a une épaisseur e, son indice n, ses deux faces sont baignées par l'air.

Calculer le déplacement latérale, c'est –à- dire la distance entre le rayon incident AI et le rayon émergent.

Corrigé de la série N°5

Exercice 1 :

On a $T = 1.8\ 10^{-15} s, c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}. \lambda_{Violet} = 400\ nm\ et\ \lambda_{Rouge} = 800\ nm$

1) La fréquence υ d'une radiation est donnée par : **υ=1/T**

AN : $\upsilon = 1/1.8\ 10^{-15}s \Rightarrow \upsilon = 5.55\ 10^{14}$ Hz

2) La longueur d'onde λ_0 dans le vide :

On a $\lambda_0 = \frac{c}{\upsilon}$ =(3× 10^8)/ 5.55 ×10^14=540.54 $10^{-9}m$=540.54 nm

λ_0=540.54 × 10^{-9}× $10^6 \mu m$=540.54× $10^{-3} \mu m$ λ_0=540.54 10^{-9}× 10^{10}Å=5405.4 Å

3) on a λ_0=540.54 nm

$Puisque\ \lambda_{Violet}$=400 nm< λ_0<λ_{Rouge}=800 nm

Cette radiation est donc visible à l'œil nu et sa couleur est le vert.

4) a) l'indice de réfraction de la substance traversée est n=1.80

On a $n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \leftrightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{540.54}{1.80} = 300\ nm$, donc $\lambda <$ □0

La vitesse de propagation de cette radiation dans le vide est $c = 3 \times 10^8\ ms^{-1}$

Sa vitesse dans la substance d'indice n est $v = \frac{c}{n} = \frac{300\ 000}{1.8}$ ==1.66 $10^5\ km/s$

Donc c=300 000 km/s > v=166 000 km/s

b) sa couleur ne change pas car sa fréquence est constante.

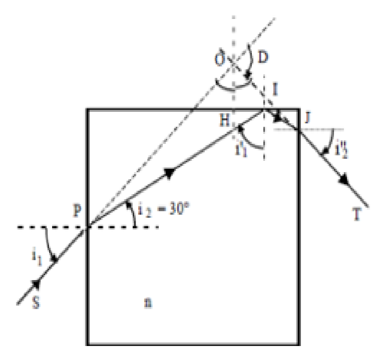
Exercice 2

1) En P : $i_1 = 45°\ et\ i_2 = 30°$

On a: $\sin i_1 = n \sin i_2 \rightarrow n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2}$

D'où $n = \sqrt{2}$

Soit $v = \frac{c}{n} = 2{,}12 \times 10^8\ m/s.$



2) En I: $i'_1 = 60°$

Or: $\sin \lambda = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \lambda = 45°$

Donc $i'_1 > \lambda \rightarrow Reflexion\ totale\ en\ I$

En J: $i''_1 = 30° < \lambda \rightarrow refraction\ avec\ un\ angle : i''_2\ tel\ que$:

$\sin i''_2 = n \sin i''_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i''_2 = 45° = i_1$

4) Angle de déviation D :

L'angle (POH) vaut : (POH) = $\frac{\pi}{2} - i_1$

L'angle (HOJ) vaut : (HOJ) = $\frac{\pi}{2} - i''_2 = \frac{\pi}{2} - i_1$

Ce qui entraîne que : D = $\pi - (POJ) = \pi - 2\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = 2i \Rightarrow D = 2i$

Exercice 3 :

La transmission du rayon à l'intérieur de la fibre se fait par réflexion totale à l'interface cœur gaine. La gaine doit donc être moins réfringente que le cœur $n_1 < n_2$.

En J, la lumière doit subir une réflexion totale. La face d'entrée étant plane et perpendiculaire à l'axe de la fibre, il existe un angle d'incidence maximum (noté θ_o) au-dessus duquel la lumière n'est plus transmise (il y a réfraction en J).

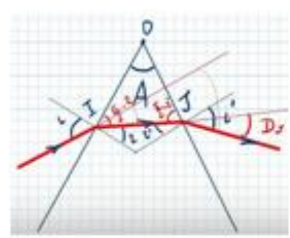
Au point J : $n2sin\theta \; = \; n1sin\theta'$

Il y a réflexion totale en point J si : $\theta' = \frac{\pi}{2}$ $et\ sin\ \theta\ \geq \frac{n1}{n2}$

Appliquons la loi de la réfraction à la face d'entrée : $sin\ i \; = \; n2\ sin\ (\frac{\pi}{2} - \ \theta)$

$$sin\ i \; = \; n2\ cos\ \theta$$

Exercice 4 :



1) $\boldsymbol{\Delta}\ OIJ : A + \ (\frac{\pi}{2} - r) + \ (\frac{\pi}{2} - r') = 180° \Rightarrow \ A = r + r'$
2) $\pi - D + (\ i - r) + (i' - r') = 180°$

$$\Rightarrow D = \ i + i' - A$$

3) $Pour\ que\ D\ passe\ par\ un\ minimum, il\ faut\ que\ dD = 0$

$$dD \ = \frac{\partial D}{\partial i}\ di + \frac{\partial D}{\partial i'}\ di'$$

$dD = di + \ di'$

Au point I : $sini = n\ sin\ r$

$$d(sini) = d(n \sin r)$$

$cos\ i\ di = n\ cosr\ dr$ (1)

Au point J : $nsinr' = sini'$

$d(nsinr') = d(sini')$

$$n \cos r' dr' = \cos i' \, di' \quad (2)$$

On a : $A = r + r'$

$dA = d(r + r')$

$0 = dr + dr' \Rightarrow dr = -dr'$

(1) $dr = \frac{\cos i \, di}{n \cos r}$

(2) $dr' = \frac{\cos i' \, di'}{n \cos r'}$

$\frac{\cos i \, di}{n \cos r} = -\frac{\cos i' \, di'}{n \cos r'}$

$di' = -\frac{\cos i \, di}{n \cos r} \times \frac{n \cos r'}{\cos i'}$

$di' = -di \frac{\cos i \cos r'}{\cos r \cos i'}$

$\boldsymbol{dD} = di - di \frac{\cos i \cos r'}{\cos r \cos i'}$

$\frac{\boldsymbol{dD}}{di} = \left(1 - \frac{\cos i \cos r'}{\cos r \cos i'}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\cos r \cos i' - \cos i \cos r'}{\cos r \cos i'} = 0 \Rightarrow \cos r \cos i' = \cos i \cos r'$

La déviation passe par un minimum si : $r = r'$

$$i = i'$$

$D = i + i' - A$

$Dm = 2i - 2r = 2(i - r) \Rightarrow Dm = 2(i - r)$

4) $\sin i = n \sin r$

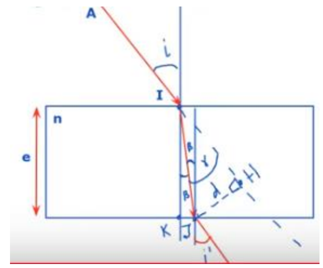
$n = \frac{\sin i}{\sin r}$

$Dm = 2i - 2r = 2i - A \Rightarrow i = \frac{Dm + A}{2}$ / $A = 2r$

$$n = \frac{\sin\left(\frac{Dm + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}}$$

Exercice 5:

Au point I : $1.\sin i = n\sin\beta$



Au point J: $n\sin\beta = 1.\sin i'$

$\sin i = \sin i$

$i = i'$

1. *Δ kIJ :*

$KI = e \quad IJ = \frac{KI}{\cos\beta} = \frac{e}{\cos\beta}$

Δ IJH :

$KI = e \quad IJ = \frac{d}{\sin r} = \frac{d}{\sin(i-\beta)}$

$$\gamma + \beta = i \Rightarrow \gamma = i - \beta$$

$$\frac{e}{\cos\beta} = \frac{d}{\sin(i-\beta)} \Rightarrow d = e\frac{\sin(i-\beta)}{\cos\beta}$$

D'aprés l'approximation de Gauss pour :

$\cos\beta = 1,\ \sin\beta = 1,\ \sin\beta = i$

$\sin(i-\beta) = (i-\beta)$

D'après 1) :$i = n\beta \Rightarrow \beta = \frac{i}{n}$

$$d = e(i-\beta) = ei\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Bibliographie

1. Bridgman, P. W. (1922). *Dimensional Analysis*. Yale University Press.
2. Taylor, J. R. (1997). *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. University Science Books.
3. BIPM (Bureau International des Poids et Mesures). (2008). *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM)*.
4. Ryhming, I. L. (1991). *Dynamique des fluides*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
5. Grossetête, C. (1999). *Mécanique des fluides. Cours, exercices et problèmes corrigés. Classes préparatoires - Premier cycle universitaire*. Ellipses.
6. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics (Course of Theoretical Physics, Vol. 6)*. Elsevier.
7. Pedrotti, F. L., Pedrotti, L. M., & Pedrotti, L. S. (2017). *Introduction to Optics*. Pearson.
8. Hachette Livre. (2005). *Physique 1re S, Livre du professeur*. Hachette Éducation.
9. Parisot, J.-P., Segonds, P., & Le Boiteux, S. (2020). *Cours de physique - Optique (2e édition) : Cours et exercices corrigés*. Dunod.
10. Bécherrawy, T. (2005). *Optique géométrique : Cours et exercices corrigés*. Ellipses.