Matière : Probabilités et Statistiques : Corrigé de la Série 2 – Analyse Combinatoire

1ère Année ST-Ingénieur

Exercice 1 (Corrigé de l'exercice 1)

1. En supposant que les trois chiffres sont distincts : Cela veut dire "Pas de Répétition". Un nombre de trois chiffres (ABC) est une disposition ordonnée sans répétition de $p = 3$ chiffres parmi $n = 9$. Cela dit, il s'agit d'un arrangement sans répétition de 03 chiffres parmi 9. Le résultat est donné par cette formule : $A_n^p = A_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$.
   Autrement dit, pour former un nombre de trois chiffres distincts (ABC) : On a 09 possibilités pour choisir le A, 08 possibilités pour choisir le B et 07 possibilités pour choisir le C, ce qui donne au total : $9 \times 8 \times 7 = 504$ nombres.
2. En supposant que chaque chiffre peut être répété. Dans ce cas c'est "avec répétition". Cela dit, Un nombre de trois chiffres (ABC) est une disposition ordonnée AVEC répétition de $p = 3$ chiffres parmi $n = 9$. Il s'agit bien d'un arrangement avec répétition de 03 chiffres parmi 9. Le résultat est donné par cette formule : $A_n^p = n^p = 9^3 = 729$ nombres. Autrement dit, pour former un nombre de trois chiffres avec répétition (ABC) : On a 09 possibilités pour choisir le A, 09 possibilités pour choisir le B et 09 possibilités pour choisir le C, ce qui donne au total : $9 \times 9 \times 9 = 729$ nombres.
3. En utilisant que les chiffres impairs 1,3,5,7,9. Dans ce cas, $n = 5$ et $p = 3$.

   (i) **Sans répétition**, on obtient $A_n^p = A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$.

   (ii) **Avec répétition**, on a $A_n^p = n^p = 5^3 = 125$.
4. Nombres composés de trois chiffres (ABC) inférieurs à 600 (Si $A < 6$). Dans ce cas, on a 05 chiffres < 6.
   - Les répétitions sont permises : On a 5 choix pour le premier chiffre A, 9 choix pour le deuxième chiffre B et 9 choix pour le troisième chiffre C. Donc par le principe de dénombrement, on obtient au total : $5 \times 9 \times 9 = 405$.
   - Les répétitions ne sont pas permises : en raisonnant de la même manière mais sans remise, on obtient au total : $5 \times 8 \times 7 = 280$.

Exercice 2 (Corrigé de l'exercice 2)

1. Résultats possibles en lançant simultanément une pièce de monnaie (02 faces) et un dé (06 faces) : On a, $\Omega_1 = \{Pile, Face\}$ et $\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. On obtient alors $Card(\Omega_1) \times Card(\Omega_2) = 2 \times 6 = 12$ comme le nombre de résultats possibles.

Exercice 3 (Corrigé de l'exercice 3)

Une équipe de 06 Hommes est une disposition non ordonnée et sans répétition. Il s'agit bien des combinaisons sans répétitions : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

1. Nombre d'équipes de 06 hommes avec un officier : Le résultat est donné comme le produit de combinaison de 1 officier parmi 4 officiers et de 5 soldats parmi 6 soldats. On obtient donc $C_4^1 \times C_6^5 = 4 \times 6 = 24$.
2. Nombre d'équipes de 06 hommes avec aucun officier officier : C'est une combinaison de 6 parmi 6. On a alors $C_6^6 = 1$.
3. Nombre d'équipes de 06 hommes avec au moins un officier. Le résultat est donné comme suit : $C_4^1 \times C_6^5 + C_4^1 \times C_6^4 + C_4^3 \times C_6^3 + C_4^4 \times C_6^2 =$ faire le calcul.
4. Au total : On a $C_{10}^6 = \frac{10!}{4!6!} = 210$.

Exercice 4 (Corrigé de l'exercice 4)

1. Nombre total de mots différents de 5 lettres avec le mot **RELATIONS** : Le résultat est donné comme un Arrangement (sans répétition "pour avoir un certain sens") de $p = 5$ parmi $n = 9$. On a alors $A^5_9 = \frac{9!}{(9-5)!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$.
2. Contenant 3 consonnes et 2 voyelles : On a 4 voyelles et 5 consonnes dans le mot **RELATIONS**. Le résultat est donné comme le produit de l'arrangement de 3 parmi 5 et l'arrangement de 2 parmi 4. Donc, on obtient $A^3_5 \times A^2_4 =$ faire le calcul.
3. Contenant 3 consonnes et 2 voyelles se terminant par R et ne contenant pas de E : Suivant le même principe en prenant en considération les restrictions, on obtient $A^2_4 \times A^2_3 \times 1 =$faire le calcul.

Exercice 5 (Corrigé de l'exercice 5)

1. Résultats possibles en lançant le dé 2 fois. On a $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Il s'agit d'un Arrangement avec répétitions de $p = 2$ parmi $n = 6$: $A^p_n = 6^2 = 36$. Autrement dit, $Card(A) \times Card(A) = 6 \times 6 = 36$ comme le nombre de résultats possibles.
2. Résultats possibles en lançant le dé n fois : On obtient $Card(A)^n = 6^n$ comme le nombre de résultats possibles. Autrement dit, $A^n_6 = 6^n$.