

Corrigé de l'interrogation écrite

Equilibrons le modèle et appliquons la méthode de Vogel :

CT ₁	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	a _i	
E ₁	12	14	16	17	40	2 - - - -
E ₂	13	18	25	15	70	2 2 2 2 3
E ₃	11	20	21	14	60	3 3 3 - -
E _F	M	M	M	M	50	0 0 0 0 0
b _j	80	60	60	20		

1	4	5	1	
2	2	4	1	
2	2	-	1	
M-13	M-18	-	M-15	
-	M-18	-	M-15	
-	M-18	-	-	

CT₁ = 16.40 + 13.40 + 18.10 + 15.20 + 11.40 + 21.20 + 0.50

CT₁ = 2500 UM.

Testons l'optimalité de cette solution de base. Pour ce faire, calculons les prix duals :

CT ₁	v ₁ = 13 P ₁	v ₂ = 18 P ₂	v ₃ = 23 P ₃	v ₄ = 15 P ₄	a _i	
u ₁ = -7	12	14	16	17	40	Θ = Min(40 ; 20 ; 50) = 20
u ₂ = 0	13	18	25	15	70	ΔCT ₁ = (-5)(20) = -100
u ₃ = -2	11	20	21	14	60	CT ₂ = CT ₁ + ΔCT ₁
u ₄ = M-18	M	M	M	M	50	CT ₂ = 2500 - 100
b _j	80	60	60	20		CT ₂ = 2400 UM.

Dressons le tableau associé à la nouvelle solution et testons son optimalité :

CT ₂		v ₁ = 13 P ₁	v ₂ = 18 P ₂	v ₃ = 18 P ₃	v ₄ = 15 P ₄	a _i
u ₁ = -2	E ₁	12 <	14 +Θ > (2)	16 -Θ 40	17 <	40
u ₂ = 0	E ₂	13 20	18 30	25 <	15 20	70
u ₃ = -2	E ₃	11 60	20 <	21 <	14 <	60
u ₄ = M-18	E _F	M <	M -Θ 30	M +Θ 20	M <	50
b _j		80	60	60	20	

$$\Theta = \min(40; 30) = 30$$

$$\Delta CT_2 = (-2)(30) = -60$$

$$CT_3 = CT_2 + \Delta CT_2$$

$$CT_3 = 2400 - 60$$

$$CT_3 = 2340 \text{ UM.}$$

Etablissons encore la nouvelle solution et testons son optimalité :

CT ₃		v ₁ = 13 P ₁	v ₂ = 18 P ₂	v ₃ = 20 P ₃	v ₄ = 15 P ₄	a _i
u ₁ = -4	E ₁	12 <	14 30	16 10	17 <	40
u ₂ = 0	E ₂	13 20	18 30	25 <	15 20	70
u ₃ = -2	E ₃	11 60	20 <	21 <	14 <	60
u ₄ = M-20	E _F	M <	M <	M 50	M <	50
b _j		80	60	60	20	

Toutes les cases vides ont des signes du type « < », nous avons donc la solution optimale.
Min CT = CT₃ = 2340 UM

Cette solution optimale est unique du fait que tous les coûts marginaux des variables hors base (cases vides) sont strictement positifs. Ainsi, tout autre changement ne fera qu'augmenter la valeur de la fonction-objectif (coût total).

Réponse à la seconde question :

En prenant en considération les prix de vente adoptés au niveau de chaque point de vente du fait de la discrimination des clients, nous serons amenés à rechercher le maximum du bénéfice total. Il est donc nécessaire de calculer les bénéfices unitaires et de procéder ensuite à la transformation de la matrice des bénéfices ainsi obtenue en une matrice qui requiert la minimisation.

Rappelons donc la matrice des coûts unitaires et calculons les bénéfices unitaires réalisés en tenant compte des différents prix de vente. Ce faisant, identifions le bénéfice unitaire maximum et retranchons les bénéfices unitaires de cet élément maximum « 10 ». Enfin, équilibrons le modèle et appliquons cette fois-ci la méthode du moindre coût. Ce qui nous conduit aux résultats suivants:

	$Pv_1 = 20$ P_1	$Pv_2 = 22$ P_2	$Pv_3 = 26$ P_3	$Pv_4 = 23$ P_4	a_i
E_1	12 / 8 2	14 / 8 2	16 / 10 0	17 / 6 4	40
E_2	13 / 7 3	18 / 4 6	25 / 1 9	15 / 8 2	70
E_3	11 / 9 1	20 / 2 8	21 / 5 5	14 / 9 1	60
b_j	80	60	60	20	

Les chiffres indiqués en gras désignent les résultats obtenus en faisant à chaque fois la différence entre l'élément maximum « 10 » et le bénéfice unitaire.

Z_1		$v_1 = 3$ P_1	$v_2 = 6$ P_2	$v_3 = 6$ P_3	$v_4 = 2$ P_4	a_i
$u_1 = -6$	E_1	2 <	2 <	0 40	4 <	40
$u_2 = 0$	E_2	3 20	6 30	9 <	2 20	70
$u_3 = -2$	E_3	1 60	8 <	5 <	1 <	60
$u_4 = M-6$	E_F	M <	M 30	M 20	M <	50
	b_j	80	60	60	20	

Toutes les cases vides comportent des signes du type « < », nous avons donc atteint la solution optimale. Cette dernière est unique.

Pour déterminer la valeur optimale (Max du bénéfice total Z), il convient de revenir à la matrice initiale (des bénéfices unitaires calculés) :

$$\text{Max } Z = Z_1 = 40 \cdot 10 + 20 \cdot 7 + 30 \cdot 4 + 20 \cdot 8 + 60 \cdot 9 + 30 \cdot 0 + 20 \cdot 0 = 1360 \text{ UM.}$$

A noter que M est désormais égal « 0 »