



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieure  
et de la Recherche Scientifique  
Université A. Mira-Bejaïa  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique

Polycopie de cours  
Fait par

**Youcef MEBARKI**

Destiné aux étudiants Master II Machine Electrique

***Cours Echauffement et refroidissement des  
actionneurs électromécaniques***

Année : 2021

## Avant propos

Le présent polycopié est fait partie du programme de la formation master 2 LMD, destiné aux étudiants Génie électrique option machines électriques de la faculté de la technologie, à l'université Abderrahmane Mira de Bejaia.

Ce cours a été enseigné depuis 2016, donc c'est le fruit de 04 à 05 ans d'enseignement. Il s'intitule «Echauffement et refroidissement des actionneurs électromécaniques». Il est consacré aux trois modes de transfert de chaleurs à savoir la conduction, la convection et le rayonnement, ainsi qu'on a jugé utile de rajouter les échangeurs de chaleur à cause de leur importance aux refroidissements industriels.

L'usage des actionneurs électriques s'avère croissant de plus en plus, à cause de la tendance des technologies vers des énergies renouvelables alors plus de puissance électrique mène au plus des composants électriques et électroniques. Par exemple Dans le domaine aéronautique, la tendance vers un avion plus électrique, déjà amorcée pour le développement de l'Airbus A380 se confirme. L'avion plus électrique permet une meilleure approche de la gestion / rationalisation de l'énergie à bord apportant ainsi : Une diminution de la consommation de kérosène, une diminution des coûts et des temps de maintenance, et une amélioration des systèmes embarqués.

Par conséquent, la puissance électrique embarquée ainsi que le nombre de convertisseurs de puissance et des actionneurs électriques augmentent donc l'électronique de puissance se trouve être un des contributeurs majeurs dans l'atteintes de ces objectifs.

Parmi les dégradations créées par les effets thermiques, on peut notamment citer : la dégradation des fils de bonding, le délaminage des brasures du module de puissance, l'apparition de courants de fuite grille, le court circuit la dégradation de vernier de bobinage, ...etc. La dissipation thermique est donc primordiale. Par conséquent l'utilisation de systèmes de refroidissement plus performants en terme de dissipation thermique, voire innovant, est crucial.

Ce cours se limite à 05 chapitres, dans le premier chapitre on a présenté les dommages des échauffements des actionneurs électromécaniques, les composants électroniques et électriques, et l'obligation de les refroidir avec plusieurs exemples industriels.

Le deuxième chapitre est consacré aux modes de transfert de chaleurs dont on a expliqué le phénomène de la conduction, convection et le rayonnement avec leurs équations de base.

Le troisième chapitre est réservé à la conduction en régime permanent où l'équation générale de la conduction a été développée en détail, pour les différentes configurations (mur simple, cylindrique, et sphérique). Ainsi on a développé les équations à refroidissement par ailettes.

Le quatrième chapitre est limité aux explications de la de la couche limite laminaire et tourbillonnaire ainsi les équations adimensionnelles sans rentré dans les détails à savoir, le nombre de Reynolds, Nusselt, Prandtl ,... etc.

Le dernier chapitre a traité les échangeurs de chaleurs.

Vers la fin de ce cours nous avons proposé des exercices.

## **SOMMAIRE**

### **INTRODUCTION GENERALE**

#### **CHAPITRE I GENERALITE SUR LES COMPOSANTS ELECTRONIQUES ET MACHINES ELECTRIQUES**

##### **I.1 Les éléments électroniques**

###### **I.1.1 Les composants électriques**

###### **I.1.1.1 Les puces semi-conductrices**

###### **I.1.1.2 Condensateur de puissance**

###### **I.1.1.3 Diode de puissance**

###### **I.1.1.4 Contacteur de puissance**

###### **I.1.2 Les systèmes électroniques**

###### **I.1.2.1 Onduleur de puissance**

###### **I.1.2.2 Piles et accumulateurs**

###### **I.1.2.3 Les puissances électriques et thermiques**

###### **I.1.3 Environnement thermique**

###### **I.1.3.1 La température**

###### **I.1.3.2 Les constantes de temps**

###### **I.1.3.3 L'humidité**

###### **I.1.3.4 Le rayonnement solaire**

###### **I.1.3.5 La pression atmosphérique**

###### **I.1.4 Exemples**

###### **I.1.4.1 Convection naturelle dans l'air :**

###### **I.1.4.2 Convection forcée dans l'air :**

###### **I.1.4.3 Système de refroidissement liquide**

##### **I.2 Echauffement et refroidissent des machines électriques**

###### **I.2.1 Modes de refroidissement:**

###### **I.2.2 Huiles isolantes**

##### **I.3 Evaluation des paramètres de l'équation de la chaleur**

###### **I.3.1 Sources de la chaleur**

###### **I.3.2 Ventilation des machines électriques**

##### **I.4 Modélisation des différents modes d'écoulements relatifs aux machines électriques**

###### **I.4.1 Transferts convectifs dans certaines configurations, caractéristiques**

**I.4.1.1 Entrefer**

**I.4.1.2 Le cylindre interne**

**I.4.1.3 Convection en canal rotorique et statorique axial**

**I.4.1.4 Convection en canal rotorique et statorique axial**

**I.4.2 Refroidissement externe par la carcasse air ambiant**

**4.3 Le refroidissement des alternateurs**

**4.3.1 Hydrogène**

**4.3.2 Refroidissement à l'eau des barres du stator**

**4.3.3 Exemple de ventilation des turbo - alternateurs et hydro - alternateurs**

## **CHAPITRE II LES MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR**

**II. Introduction**

**II.1 Thermodynamique et transferts thermiques**

**II.2 Définition**

**II.2.1 Champ de température**

**II.2.2 Champ de température.** Nous distinguerons deux cas :

**II.2.3 Gradient de température**

**II.2.4 Flux de chaleur**

**II.3 Conservation des besoins énergétiques**

**II.3.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur**

**II.3.1.1 Conservation de l'énergie pour un volume de contrôle**

**II.3.2.1 Bilan d'énergie**

**II.3.2.2 Expression des flux d'énergie**

**II.4 Transfert de chaleur par conduction**

**II.5 Convection (Loi Isaac Newton (1643-1727))**

**II.6 Rayonnement**

**II.7 Flux de chaleur lié à un débit massique**

**II.8 Stockage d'énergie**

**II.9 Génération d'énergie**

## **CHAPITRE III EQUATION DE LA CHALEUR**

**III.1 Développement de l'équation différentielle générale de la conduction**

**III.2 Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées cylindriques**

**III.3 Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées sphériques**

**III.4 Conditions aux limites**

**III.4.1 Condition à la limite de type Dirichlet**

**III.4.2 Condition à la limite de type Neumann**

**III.4.3 Condition à la limite de type Fourier**

**III.5 Transfert unidirectionnel**

**III.5.1 Mur simple avec surface isotherme**

**III.5.2 Mur simple avec convection sur les deux cotés**

**III.5.3 Mur en composite avec convection des deux cotés**

**III.6 Problème du cylindre creux**

**III.6.1 Cylindre creux à surfaces isothermes**

**III.6.2 Multicouche Avec échange de chaleur par convection à l'intérieur de cylindre et à l'extérieur**

**III.7 Problème d'une sphère creuse à surfaces isothermes**

**III.8 Théorie des ailettes**

**III.8.1 Application des ailettes longues**

**III.8.2 Développement de l'équation générale pour une ailette unidimensionnelle**

**III.8.3 Solution de l'équation générale de conduction**

**III.8.4 Flux total**

**III.8.5 L'efficacité de l'aillette**

## **CHAPITRE VI CONVECTION**

**VI.1 Introduction**

**VI.2 Evaluation de coefficient d'échange de chaleur par convection, (analyse dimensionnelle et détermination des groupes adimensionnels)**

**VI.3 Détermination des groupes adimensionnelle (cas de la convection)**

**VI.3.1 Détermination du coefficient h**

**VI.3.2 Différents échanges convectifs**

**VI.3.3 Convection forcée sans changement d'état**

**VI.3.3.1 Flux thermique transféré par l'écoulement autour d'un tube**

**VI.3.4 Le théorème de VASCHY-BUCKINGHAM**

## **CHAPITRE V LES ECHANGEURS DE CHALEURS**

**V.1 Introduction**

**V. 2 Principaux types d'échangeurs**

### **V.2.1 Classification**

### **V.2.2 Principaux types d'échangeurs continus**

### **V.3 Distribution des températures dans un échangeur**

### **V.4 Méthode de la différence logarithmique de température**

### **V.5 Evaluation du coefficient d'échange global $k$**

### **V.6 Ordre de grandeur des résistances d'encrassement $R_e$**

### **V.7 Estimation des coefficients d'échange par convection $h_c$ et $h_f$**

### **V.8 Exemple récapitulatif**

#### **V.8.1 Calcul de la puissance thermique échangée**

#### **V.8.3 Calcul de la différence de température logarithmique moyenne**

#### **V.8.4 Calcul des coefficients de transmission thermique**

### **V.9 Conclusion**

## Introduction Générale

Au cours du processus de conversion d'énergie dans une machine électrique, de l'énergie est perdue sous forme de chaleur. Ces pertes peuvent être divisées en pertes constantes, qui se produisent à vide, et en pertes dépendant de la charge, qui varient approximativement en fonction du carré du courant d'induit. Les pertes constantes incluent les pertes de fer, les frottements, les pertes de charge et de cuivre associées au courant magnétisant. Les pertes liées à la charge sont principalement dues aux pertes de tonnelier dans le bobinage.

Le refroidissement permet de stabiliser la température de fonctionnement des différentes pièces de la machine dans les limites fixées par la classification thermique des matériaux isolants utilisés.

Chaque matériau isolant a une certaine température de fonctionnement à laquelle il fonctionne de manière fiable pendant une période suffisamment longue compatible avec la durée de vie attendue de la machine. Une augmentation relativement faible de la température réduit la durée de vie des matériaux isolants peut être exprimée par:

$$t = K e^{-\alpha \theta}$$

où  $t$  est la durée de vie en années,  $\theta$  est la température de fonctionnement en °C et  $K$  et  $\alpha$  sont des constantes. Typiquement,  $K$  correspond à  $7,15 \times 10^4$  ans et  $\alpha$  à 0,08 pour les matériaux isolants de classe A. Par conséquent, un tel matériau peut fonctionner de manière fiable pendant 16 ou 24 ans à des températures comprises entre 100 °C et 105 °C, mais sa durée de vie souligne l'importance de prévoir avec précision la température de fonctionnement de différentes parties de la machine.

Les choses sont plus compliquées avec les isolants inorganiques; tels que des films de polyester. Ceci est principalement dû au fait que ces matériaux ne sont généralement pas utilisés à l'état pur; elles sont utilisées comme produits contenant des liants, des vernis, des résines, etc. Ces substances sont généralement plus affectées que le matériau isolant de base.

En plus de réduire la durée de vie du système isolant, une élévation excessive de la température peut également nuire aux composants mécaniques. Par exemple, un commutateur peut perdre sa forme géométrique régulière, des joints soudés entre les côtés de la bobine d'induit et le commutateur peuvent se rompre, les roulements peuvent tomber en panne, etc.

Cela souligne à nouveau l'importance de la conception thermique.

La conception thermique des machines électriques implique non seulement la conception du système d'isolation, mais également le système de refroidissement. Ces dernières années, la conception thermique des machines électriques a suscité un vif intérêt, ce qui a permis une meilleure utilisation

des matériaux actifs sans altération des performances. Ce module est consacré aux aspects généraux de la conception thermique des machines électriques et composants électroniques.

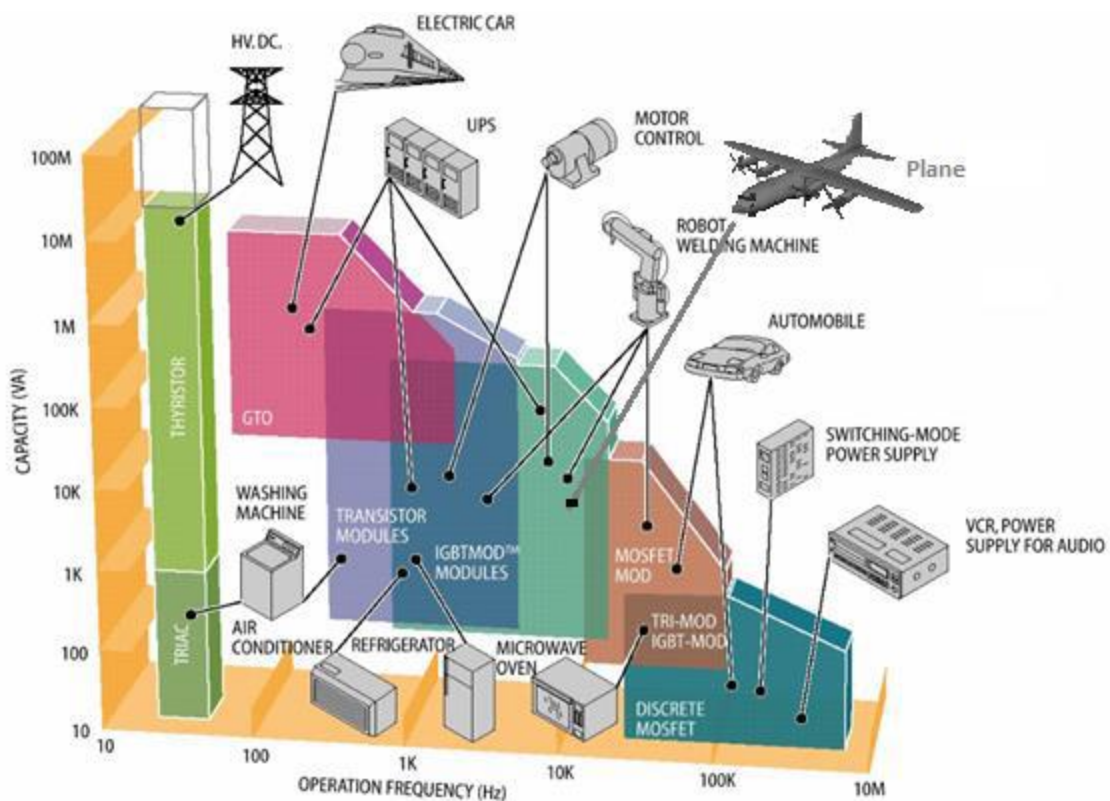


## Chapitre I Généralité sur les composants électroniques et machines Electriques

### I.1 Les éléments électroniques

La problématique de la dissipation thermique des éléments électriques peut être analysée selon trois niveaux d'échelle : celle du composant (puce, diode, etc.), celle du système (onduleur, KERS, etc.) et celle des applications finales (automobile, aéronautique, etc.).

Afin d'illustrer les domaines d'application de l'électronique de puissance, la figure 1 représente l'évolution de la puissance apparente en fonction de la fréquence d'utilisation. Les champs d'application s'étendent des basses fréquences, de l'ordre de quelques dizaines de hertz, associées à des puissances de plusieurs mégawatts, jusqu'aux hautes fréquences atteignant plusieurs centaines de kilohertz pour des dispositifs de faible puissance, notamment les transistors MOS les plus rapides. Ainsi, la plage de puissance couverte varie du watt à plusieurs centaines de mégawatts pour les applications les plus exigeantes, telles que les fours à arc électrique.



**Figure I.01** Les différents domaines d'application de l'électronique de puissance

Les puissances thermiques à évacuer sont directement liées au rendement des dispositifs électroniques, lequel dépend notamment de leur taille et de leur technologie. Ce rendement

varie généralement entre 60 % et 99 %. À titre d'illustration, un moteur électrique présentant un rendement de 90 % dissipera environ 10 kW sous forme de chaleur lorsqu'il fonctionne à une puissance nominale de 100 kW.

### **I.1.1 Les composants électriques**

Les composants électriques constituent les briques élémentaires de l'électronique de puissance. Leur taille, comprise entre le micromètre et le centimètre, implique des puissances thermiques individuelles relativement faibles, généralement limitées à quelques dizaines de watts au maximum. Dans ce cas, un refroidissement par convection naturelle peut s'avérer suffisant. Toutefois, leur nombre élevé au sein d'un système électronique impose la mise en œuvre d'une solution de refroidissement globale, capable de gérer simultanément plusieurs dizaines, voire centaines de composants.

Lors du refroidissement d'un composant, la répartition du gradient de température au niveau du contact entre le composant et le dispositif de refroidissement est approximativement de 40 % dans le composant, 20 % au niveau de l'interface thermique et 40 % dans le refroidisseur.

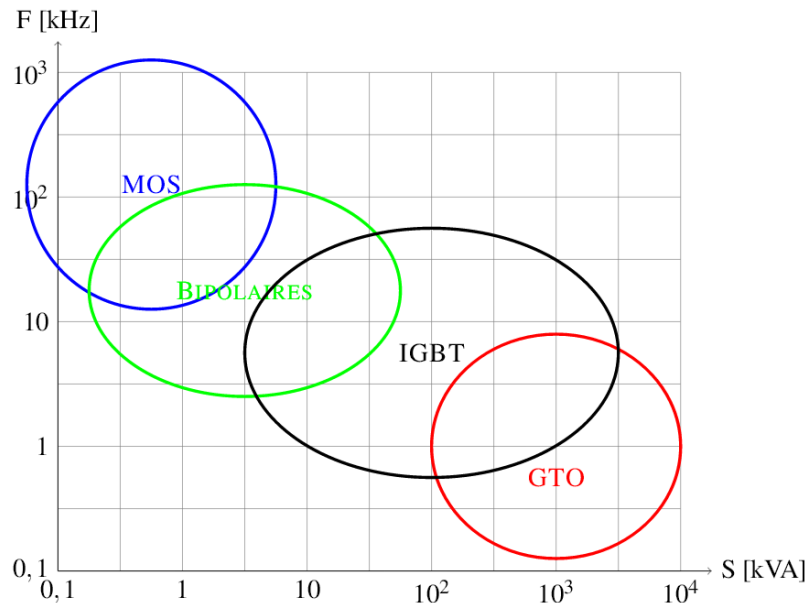
Les paragraphes suivants présentent quelques exemples représentatifs de composants électriques afin de préciser leur origine et leur rôle dans les systèmes d'électronique de puissance.

#### **I.1.1.1 Les puces semi-conductrices**

Historiquement, la conversion et la mise en forme de l'énergie électrique reposaient sur des montages complexes faisant appel à des machines tournantes, appelés convertisseurs dynamiques. L'apparition et le développement des semi-conducteurs de puissance au début des années 1960 ont permis l'essor rapide des convertisseurs statiques d'énergie électrique, aujourd'hui largement utilisés. Ces derniers assurent l'adaptation des sources d'énergie aux charges grâce à des interrupteurs électroniques à base de semi-conducteurs associés à des éléments passifs, tout en offrant des rendements élevés.

Les puces semi-conductrices sont des modules de puissance fabriqués à partir de pastilles de silicium, dont la surface varie du millimètre au centimètre carré et l'épaisseur de 50 à 500  $\mu\text{m}$ . La dissipation thermique est principalement concentrée au niveau du silicium, et le boîtier assurant l'isolation vis-à-vis de l'environnement doit permettre l'évacuation d'une puissance pouvant atteindre plusieurs dizaines de watts. Un dissipateur thermique est alors utilisé pour assurer l'évacuation de la chaleur. La liaison thermique entre la puce et le dissipateur est réalisée à l'aide d'un matériau d'interface thermique (colle, pad thermique, gel, graphite, etc.).

La figure 2 illustre les domaines approximatifs d'utilisation des principaux semi-conducteurs de puissance en fonction des plages de puissance et de fréquence.



**Figure I.02** Zones approximatives (Puissance/Fréquence) d'utilisation des principaux semi-conducteurs de puissance.

### I.1.1.2 Condensateurs de puissance

Les condensateurs de puissance sont des composants dits consommables, dont les performances se dégradent progressivement au cours du temps en fonction des conditions d'exploitation. Il est donc essentiel de bien comprendre leurs mécanismes de vieillissement, en particulier au regard du caractère critique des installations dans lesquelles ils sont intégrés. De nombreux systèmes électriques en sont équipés, notamment les variateurs de vitesse pour les entraînements électriques, les onduleurs, ainsi que les batteries de condensateurs destinées à la compensation de l'énergie réactive. Les caractéristiques des condensateurs évoluent avec le temps et le mode d'utilisation, ce qui rend nécessaire la mise en place d'actions de maintenance préventive, voire le remplacement de l'équipement. Par ailleurs, un contrôle thermique adapté est indispensable afin de maintenir la température de fonctionnement dans une plage spécifiée (températures minimale et maximale), condition essentielle pour prolonger leur durée de vie.

### I.1.1.3 Diodes de puissance

La diode constitue l'un des composants fondamentaux de l'électronique de puissance. Son comportement macroscopique est assimilable à celui d'un interrupteur unidirectionnel, autorisant le passage du courant dans un seul sens. Avec l'augmentation continue des niveaux de courant mis en jeu, les diodes de puissance sont soumises à des élévations de température

de plus en plus importantes dans les applications industrielles. Dans ce contexte, la mise en œuvre de solutions de refroidissement devient parfois indispensable afin d'assurer leur bon fonctionnement et leur fiabilité.

#### **I.1.1.4 Contacteurs de puissance**

Le contacteur est un dispositif électromécanique de connexion caractérisé par une position de repos et une position de fonctionnement. Il est conçu pour établir, supporter et interrompre des courants dans des conditions normales d'exploitation, y compris en présence de surcharges. L'un de ses principaux avantages réside dans la possibilité d'une commande à distance. À l'instar des diodes de puissance, l'augmentation des sollicitations électriques et thermiques auxquelles sont soumis les contacteurs impose, dans certains cas, la mise en place de dispositifs de refroidissement spécifiques.

#### **I.1.2 Les systèmes électroniques**

Lorsque les niveaux de puissance commutée par les composants deviennent trop élevés, ceux-ci sont intégrés dans des boîtiers, généralement de forme cylindrique ou rectangulaire. Cette intégration s'accompagne systématiquement de l'ajout d'un dispositif de refroidissement destiné à évacuer l'énergie thermique dissipée, conférant ainsi à l'ensemble le statut de système électronique. À l'instar des sections précédentes, les systèmes d'électronique de puissance constituent des exemples représentatifs permettant d'introduire les exigences associées aux solutions de refroidissement dédiées.

##### **I.1.2.1 Onduleurs de puissance**

Les onduleurs sont des convertisseurs statiques destinés à transformer une tension continue en grandeurs électriques alternatives. Ils sont principalement employés dans deux grandes catégories d'équipements.

Les alimentations sans interruption (ASI), telles que les onduleurs utilisés en informatique, où la source de tension continue est généralement constituée de batteries. Dans ce cas, la tension délivrée présente le plus souvent une amplitude et une fréquence fixes.

Les variateurs de vitesse pour machines à courant alternatif, dans lesquels la tension continue provient du redressement du réseau électrique. La tension de sortie est alors de fréquence variable, permettant d'ajuster la vitesse de rotation des machines. L'amplitude de cette tension doit également être modulée afin de garantir un fonctionnement optimal du système.

##### **I.1.2.2 Piles et accumulateurs**

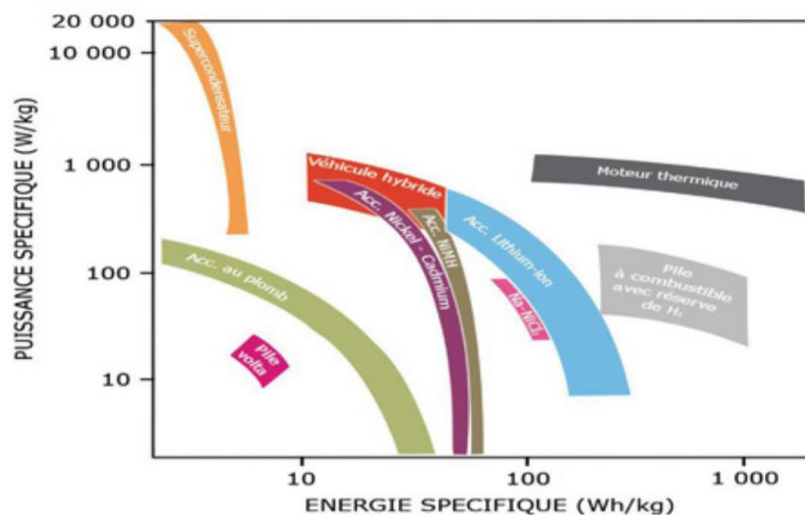
Les piles et les accumulateurs sont des générateurs électriques assurant le stockage de l'énergie sous forme chimique, laquelle est convertie en énergie électrique par le biais de

réactions électrochimiques. La différence essentielle entre ces deux dispositifs réside dans le caractère réversible ou irréversible de ces réactions.

- Une pile possède un capital énergétique défini dès sa fabrication. Ce capital est progressivement consommé lors de son utilisation, et une fois épuisé, la pile devient inutilisable. Elle ne peut alors être que recyclée afin de récupérer une partie de ses constituants.

- À l'inverse, un accumulateur neuf ne peut généralement pas produire d'électricité sans une première phase de charge effectuée par l'utilisateur à l'aide d'une source externe. Lorsqu'il se décharge, il fournit de l'énergie électrique, puis peut être rechargé pour des utilisations ultérieures. Son fonctionnement repose ainsi sur des cycles successifs de charge et de décharge. La durée de vie d'un accumulateur dépend à la fois du nombre de cycles qu'il peut supporter et de sa température de fonctionnement, idéalement comprise entre 20 °C et 40 °C, en dehors de laquelle les performances et la longévité se dégradent.

En synthèse, la réaction chimique mise en jeu dans une pile est irréversible, tandis qu'elle est réversible dans un accumulateur. La figure 3 illustre la puissance de fonctionnement de différentes sources d'énergie en fonction de leur énergie spécifique. Les sources électriques se distinguent par une puissance élevée, mais une autonomie relativement limitée.

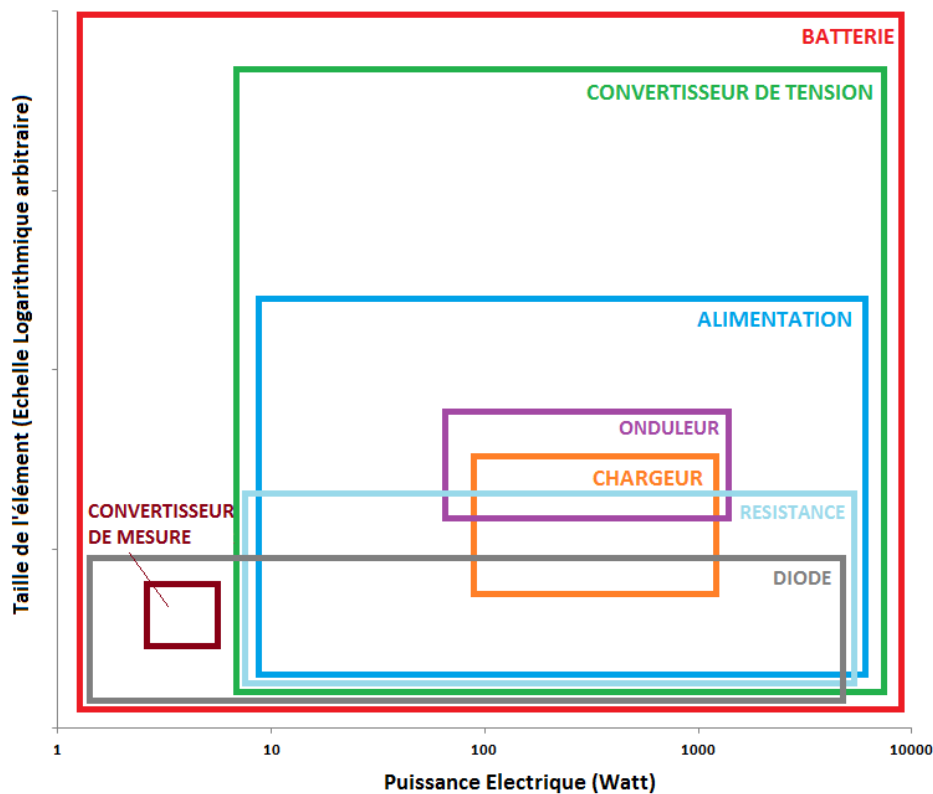


**Figure I.03** Puissance de fonctionnement de différentes sources énergétiques en fonction de leur autonomie.

### I.1.2.3 Puissances électriques et thermiques

La conception d'un système de refroidissement dédié à un composant ou à un ensemble électronique dépend étroitement de la puissance thermique à évacuer ainsi que de la surface disponible pour les échanges thermiques. À titre illustratif, la figure 4 met en relation les dimensions caractéristiques des éléments électroniques avec leur niveau de puissance.

Certains dispositifs, tels que les batteries, présentent une grande diversité de tailles et de puissances, ce qui impose une adaptation spécifique du système de refroidissement à chaque configuration. À l'inverse, les convertisseurs de mesure se distinguent par des gammes de puissance et des dimensions relativement homogènes, ce qui permet le recours à des solutions de refroidissement standardisées, telles que la convection forcée par circulation d'air à l'aide de ventilateurs.



**Figure I.04** Taille des éléments électroniques en fonction de leur puissance

### I.1.3 Environnement thermique

L'environnement dans lequel est implanté un élément électronique joue un rôle déterminant dans son comportement thermique. Plusieurs facteurs externes peuvent perturber son équilibre thermique ; on distingue principalement cinq sources d'influence.

#### I.1.3.1 Température ambiante

La température du milieu environnant constitue une contrainte majeure, car elle fixe la température initiale de l'élément avant sa mise en fonctionnement ainsi que sa température de stockage. En phase d'exploitation, cette température ambiante peut évoluer sous l'effet des échanges thermiques par convection avec les éléments situés à proximité.

#### I.1.3.2 Constantes de temps

Les cycles de fonctionnement de l'élément, ainsi que ceux des dispositifs environnants, de même que leurs durées respectives d'utilisation, influencent directement les phases

d'échauffement et de refroidissement du composant. Ces paramètres conditionnent les variations temporelles de sa température.

### I.1.3.3 Humidité

La présence d'humidité favorise les phénomènes de corrosion, pouvant entraîner une dégradation des résistances d'isolement des matériaux constitutifs de l'élément, et par conséquent altérer sa capacité de dissipation thermique. Par ailleurs, la teneur en eau influe également sur les échanges thermiques en modifiant les conductivités thermiques des matériaux.

### I.1.3.4 Rayonnement solaire

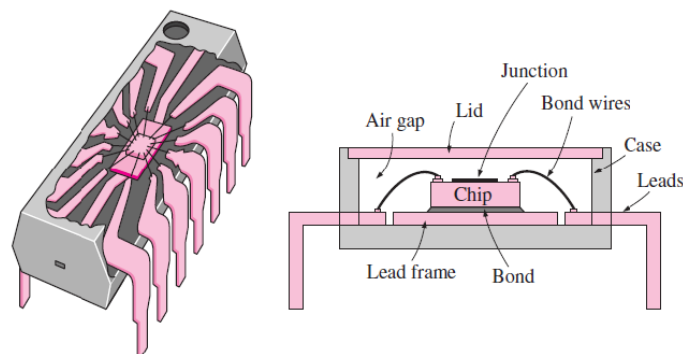
Les composants exposés au rayonnement solaire peuvent subir des apports thermiques supplémentaires, conduisant à une élévation significative de leur température de fonctionnement.

### I.1.3.5 Pression atmosphérique

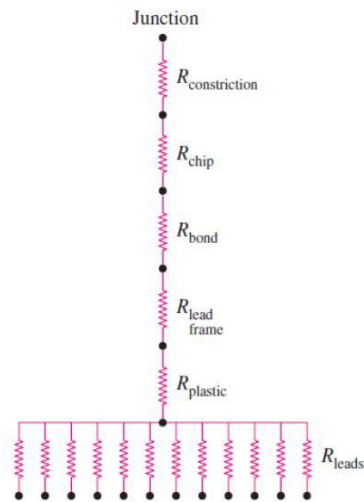
La pression atmosphérique intervient dans l'efficacité des systèmes de ventilation, en influençant le renouvellement de l'air et, par conséquent, l'évacuation de la puissance thermique dissipée.

### I.1.4 Exemples

Pour chaque mode de transfert de chaleur et pour chaque géométrie de système, des modèles scientifiques spécifiques sont développés afin d'évaluer les résistances thermiques mises en jeu.



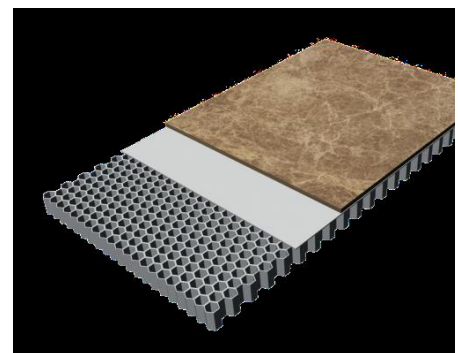
**Figure I.05** Exemple de système



**Figure I.06** Modèle de résistance thermique pour un système

#### I.1.4.1 Convection naturelle dans l'air

L'élément électronique est placé dans l'air ambiant au repos, la différence de température entre le milieu ambiant et l'élément électronique permet un échange dont le coefficient d'échange  $h$  est compris entre 5 et 25  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Pour utiliser la convection de puissance pour de plus hauts niveaux de puissance à évacuer, les systèmes de refroidissement à air ont besoin d'ailettes ou de nid d'abeille, conférant au refroidisseur une surface d'échange plus importante entre l'élément à refroidir et le milieu ambiant (voir exemple figure 14). L'utilisation de ces systèmes permet d'augmenter le coefficient d'échange  $h$  jusqu'à un rapport 20 (de 25  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  à 500  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ) dans le cas d'une convection naturelle (3000  $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  dans le cas d'une convection forcée). Dans le cas de convection à l'air utilisant un accroissement de la surface d'échange, il faut ainsi déterminer le point de fonctionnement thermique du refroidisseur pour bénéficier d'un refroidissement optimum (exemple : détermination l'espacement des ailettes).



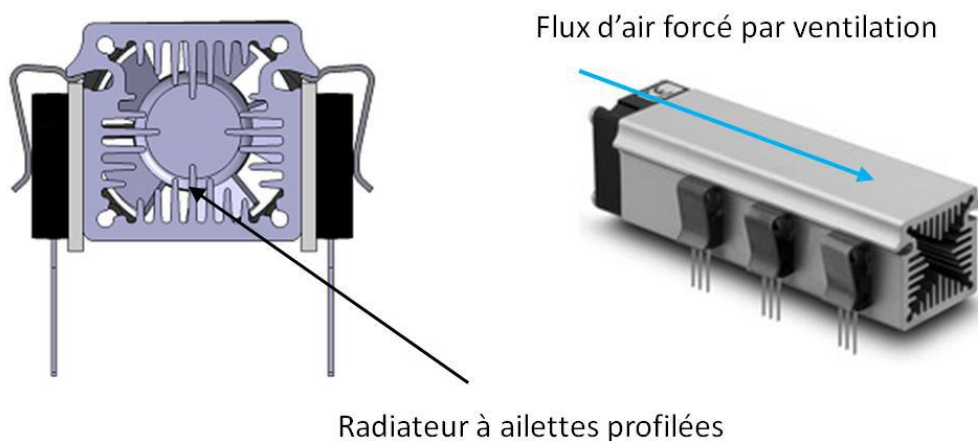
**Figure I.07** Exemple d'ailette de refroidissement et de nid d'abeille pour augmenter la surface d'échange convectif (ELECTROLUBE)



### I.1.4.2 Convection forcée dans l'air

Le refroidissement par convection forcée à l'aide de ventilateurs constitue la solution la plus couramment employée pour le refroidissement des composants électroniques, en raison de sa simplicité de mise en œuvre, de son coût relativement faible et de sa fiabilité. L'air est mis en circulation par des dispositifs générateurs d'écoulement, tels que les ventilateurs, comme illustré par l'exemple de la figure 08. Dans ce type de configuration, le coefficient d'échange thermique convectif ( $h$ ) varie généralement entre 10 et 500  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Une alternative à cette technique repose sur l'utilisation de ventilateurs piézoélectriques, également fondés sur le principe du soufflage d'air. Leur fonctionnement s'appuie sur l'oscillation, à très haute fréquence, d'une lame en céramique alimentée électriquement, générant ainsi un mouvement d'air localisé. Ce procédé permet d'augmenter le coefficient d'échange convectif jusqu'à 100 % par rapport à un système de ventilation conventionnel.



**Figure I.08** Système de refroidissement forcé par air  
Radiateur (Fisher Elektronik) et ventilateur (SEPA)

Ces dernières années, l'augmentation continue de la densité thermique des composants électroniques a conduit à une croissance significative des dimensions des radiateurs, ce qui impacte directement l'encombrement des systèmes. Les limites du refroidissement par air semblent aujourd'hui atteintes pour ce type d'applications, rendant nécessaire le recours à des solutions de refroidissement plus performantes, notamment par le changement de fluide caloporteur. Le refroidissement liquide constitue à ce titre une alternative largement adoptée, en particulier à travers l'utilisation de radiateurs à eau, par analogie avec les radiateurs à air. En effet, le transfert thermique par chaleur sensible est environ 3000 fois plus élevé pour l'eau que pour l'air.

### I.1.4.3 Systèmes de refroidissement liquide

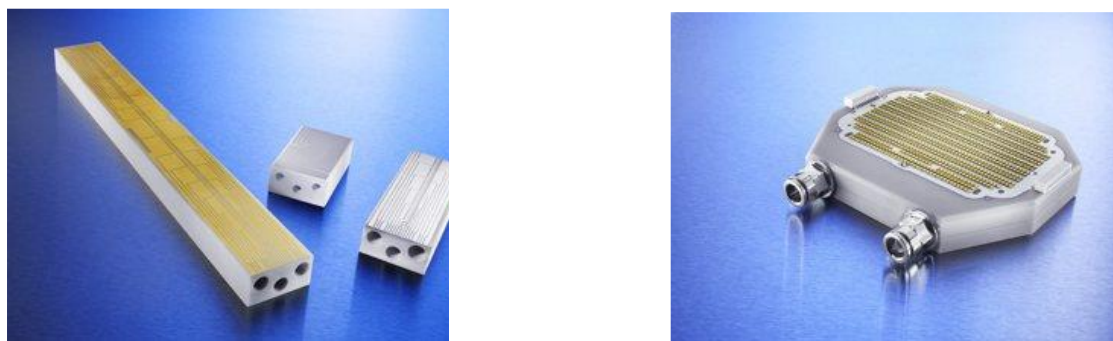
Le refroidissement liquide monophasique indirect est couramment mis en œuvre dans les systèmes électroniques sous la forme de plaques froides intégrant des canaux dans lesquels circule un fluide caloporteur, ou encore de canalisations fluidiques directement accolées aux surfaces à refroidir. Un dispositif comprenant principalement une pompe et un échangeur thermique permet de transférer la chaleur absorbée par le fluide vers l'extérieur du système.

Il existe plusieurs variantes de plaques froides, dont la principale différence réside dans le diamètre hydraulique des canaux. Les performances thermiques de ces dispositifs augmentent lorsque la taille des canaux diminue, tandis que les pertes de charge hydrauliques évoluent de manière inverse, augmentant avec la réduction du diamètre.

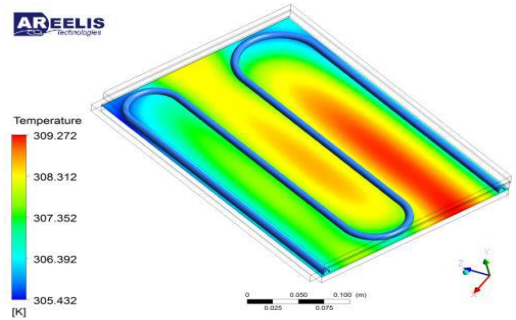
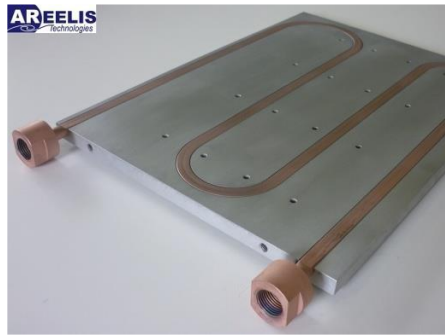
Lorsque le diamètre des canaux est compris entre 10 et 800  $\mu\text{m}$ , on parle de plaques froides à micro-canaux (figure 08). Pour des diamètres compris entre 1 et 10 mm, il s'agit de plaques froides à mini-canaux (figure 09). Au-delà de 10 mm, ces dispositifs sont généralement désignés sous le terme de plaques froides classiques (figure 10).



**Figure I.09** Refroidissement liquide à micro-canaux (EnermaxLiqmax 120S)



**Figure 1.10** Refroidissement liquide à mini-canaux (CeramCool® LiquidCoolin)



**Figure I.11** Refroidissement liquide à plaque froide (AREELIS Technologies)

## I.2 Echauffement et refroidissement des machines électriques

Les échauffements tolérés en fonction de la classe d'isolation sont indiqués sur le tableau ci-dessous. Ces échauffements sont donnés pour une température ambiante de 40 °C.

Tableau 01 classes d'isolation

Classe d'isolation	A	B	F	H	C
Echauffement maxi (°C)	60	80	100	125	...
Température maximale d'emploi (°C)	105	130	155	180	>180

Protection interne : On réalise la protection contre les échauffements anormaux des bobinages en plaçant au cœur de ceux-ci une sonde de température qui peut être constituées soit par un détecteur du type « Isotherme » (lame bimétallique déformable).



(a)



(b)

**Figure I.12** (a) Aéro-refrigérant, (b) Radiateurs sur un transformateur

### **I.2.1 Modes de refroidissement:**

Le refroidissement d'un transformateur de puissance est assuré par deux modes principaux conduction et convection via l'un des fluides caloporteurs suivants:

- Huile liquide isolant
- Non inflammable liquide synthétique isolante [L]
- Gaz [G]
- eau [E]
- Air [A]

Les régimes de circulation du fluide de refroidissement et leurs symboles sont:

- naturel [N].
- forcé [F].

### **I.2.2 Huiles isolantes**

Dans les transformateurs, l'huile isolante fournit un support d'isolation, ainsi qu'un milieu de transfert de chaleur qui évacue la chaleur produite dans les enroulements et le noyau de fer. La résistance électrique et la durée de vie d'un transformateur dépendent principalement de la qualité de l'huile isolante, il est très important d'utiliser une huile isolante de qualité, et il doit généralement satisfaire aux exigences suivantes:

- Fournir une résistance électrique élevée
- Permis un bon transfert de chaleur
- Avoir une faible viscosité d'huile c'est à dire, avoir une plus grande fluidité.

On trouve plusieurs types de refroidissement :

- Bain d'huile Air soufflé (Oil Natural Air Forced) «ONAF»
- Bain d'huile refroidi par eau (Oil Natural Water Natural) «ONWN»
- Huile forcé Air soufflé refroidi (Oil Forced Air Forced) Type «OFAF»
- Huile naturelle à refroidissement par air forcé (Air forcé huile naturelle) «OFAN»
- Eau et Huile forcé et Refroidi (Oil Forced Water Forced) «OFWF»

## **I.3 Evaluation des paramètres de l'équation de la chaleur**

Dans la construction des machines électriques, on rencontre souvent des matériaux qui ont un caractère non homogène et anisotrope. Leurs propriétés électriques et thermiques ne sont pas connues, ce qui nous oblige à introduire des propriétés équivalentes par homogénéisation de ces matériaux.

### **I.3.1 Sources de la chaleur**

- Les pertes dans la machine constituent les sources de chaleur du problème thermique.

Lorsque le service de fonctionnement est continu avec une charge constante, on peut se contenter durant tout le transitoire thermique d'une densité de pertes constante.

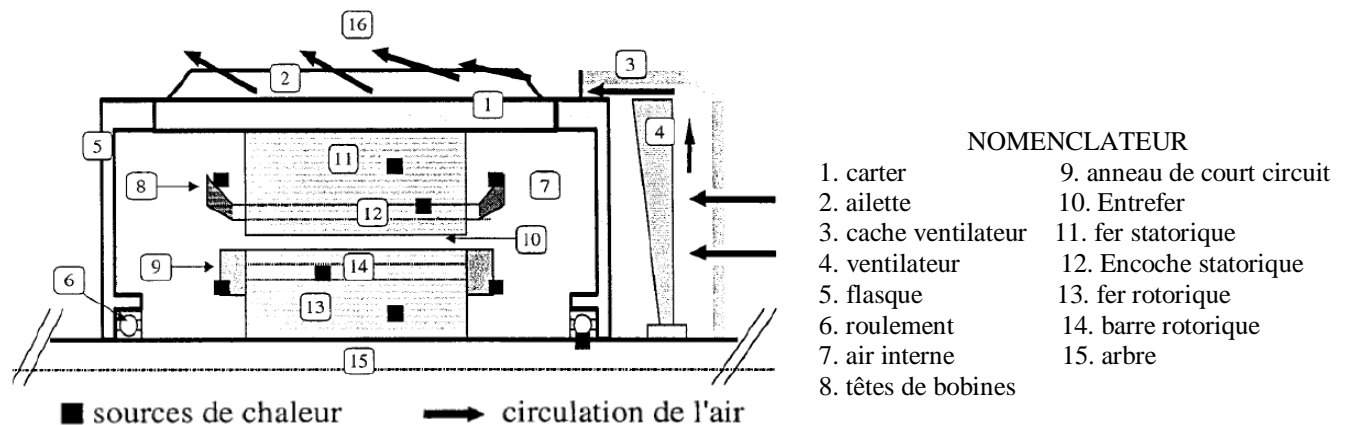
- Dans le cas contraire, lors d'un fonctionnement en régime à charge variable, les pertes varient en fonction de la charge et de la température. Dans ce cas, il faut envisager un couplage entre les modèles électromagnétique et thermique. Voir la figure II.9

Les pertes de puissance, qui constituent en fait des sources de chaleur, sont essentiellement :

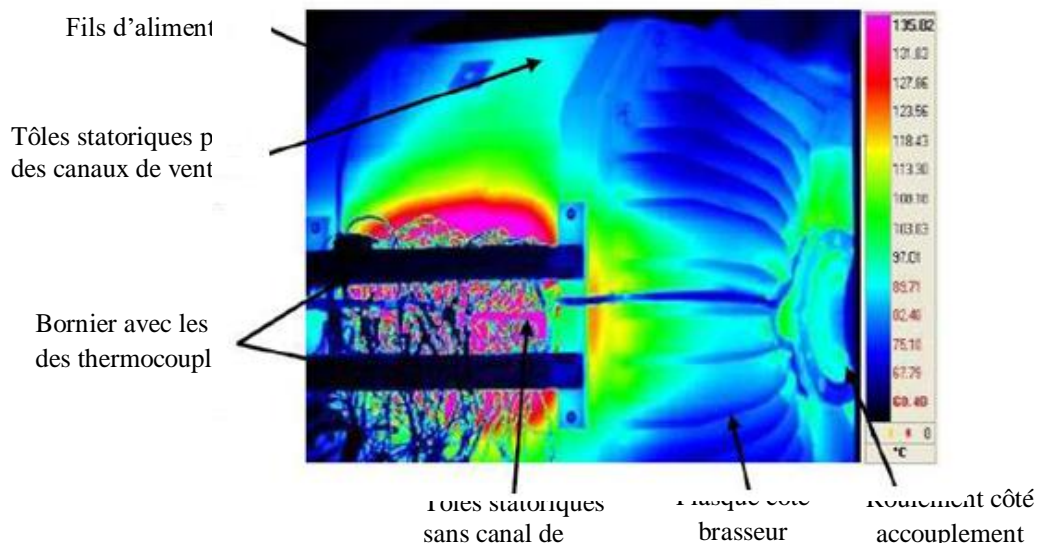
Les pertes par effet Joule ;

Les pertes magnétiques dans le fer ;

Les pertes mécaniques.



**Figure I.13** Machine Electrique et pertes thermiques

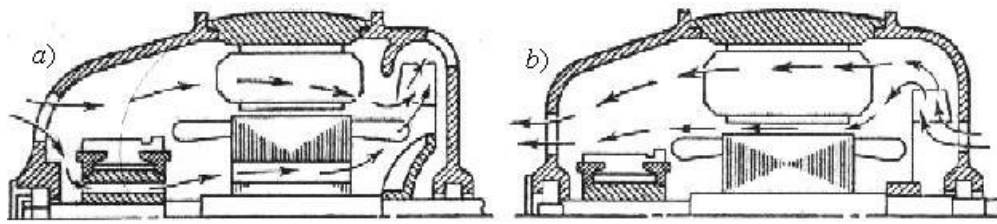


**Figure I.14** Répartition de chaleur dans une machine électrique par caméra infrarouge

### I.3.2 Ventilation des machines électriques

- Machines à refroidissement naturel : pour les machines de faible puissance ;
- Machines à autoventilation intérieure : En fonction de la direction de l'air passant par la machine ventilée on distingue :

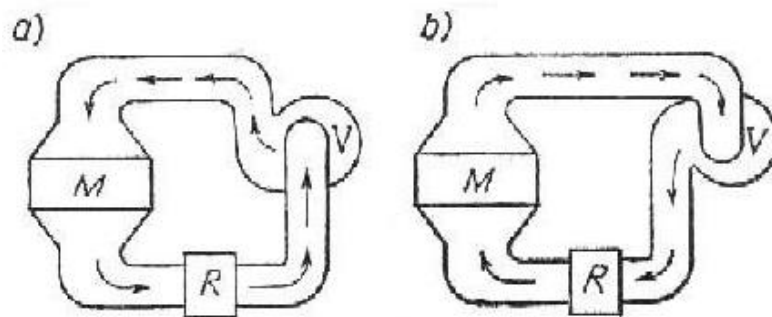




**Figure I.15** Ventilation par aspiration et par refoulement  
a) – la ventilation par aspiration et b) – la ventilation par refoulement.

Selon la direction de l'air qui baigne les parties réchauffées de la machine on distingue la ventilation radiale (pour les machines de moyenne et de grande puissance) et axiale (pour les machines de faible et partiellement de moyenne puissance).

- Machines à refroidissement indépendant : L'air de refroidissement est amené dans la machine à l'aide d'un ventilateur indépendant. En réglant la vitesse du ventilateur on peut en fonction de la charge augmenter ou diminuer la ventilation.



**Figure I.16** Système de ventilation en circuit fermé

- Ventilation en circuit ouvert et ventilation en circuit fermé : L'autoventilation et la ventilation indépendante peuvent être en circuit ouvert ou en circuit fermé.

Par ventilation à circuit ouvert on entend un système où l'air de refroidissement est renouvelé.

Par ventilation à circuit fermé on entend un système où le même volume d'air accomplit un cycle fermé.

Comme on voit dans la fig.06,b l'air froid arrive directement du réfrigérant dans la machine, tandis que dans la fig.06,a il est légèrement réchauffé dans le ventilateur.

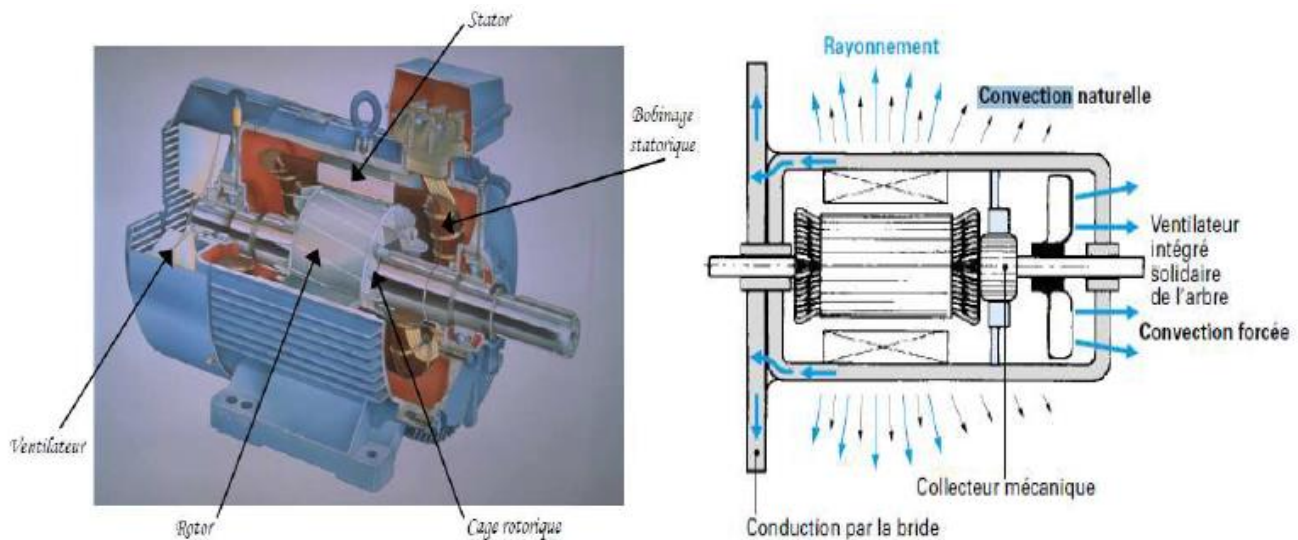
La ventilation en circuit fermé est plus utilisée pour refroidir des machines de grande puissance.

## **I.4 Modélisation des différents modes d'écoulements relatifs aux machines électriques**

### **I.4.1 Transferts convectifs dans certaines configurations, caractéristiques**

Afin de construire un modèle de la machine complète, les transferts thermiques par convection dans certaines géométries particulières ont besoin d'être étudiés. Parmi ces

géométries, on trouve l'entrefer qui est la zone d'air entre le stator et le rotor et les canaux rotoriques (Figure 07 et 08).



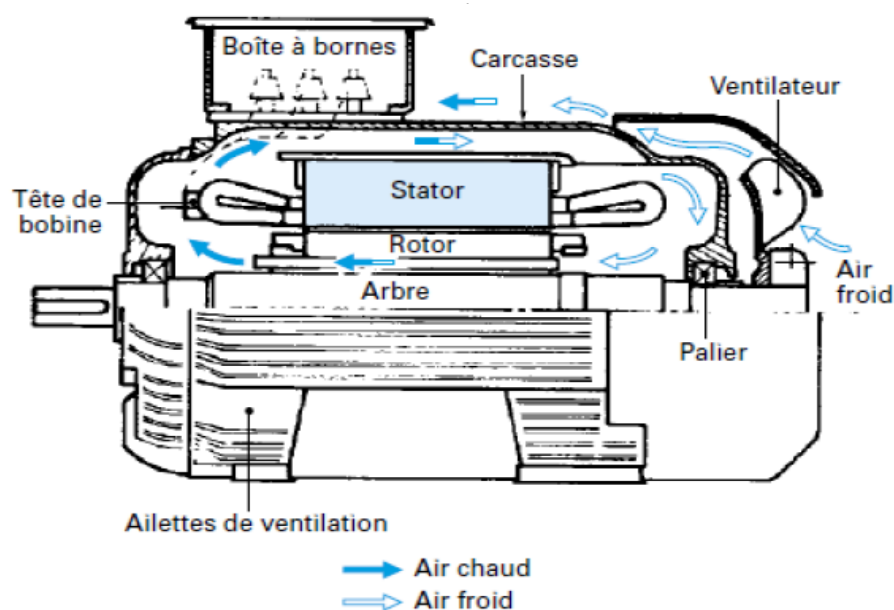
**Figure I.17** Constitution d'une machine asynchrone et modes de refroidissement

#### I.4.1.1 Entrefer

Echange dans l'entrefer (l'entrefer siège d'un écoulement de rotation) :

Il est difficile de remonter précisément aux coefficients d'échange par convection dans les espaces confinés entre flasques et têtes de bobines. L'approche actuelle consiste surtout à estimer d'une façon générale ces coefficients d'échange.

Dans l'entrefer, l'écoulement et les transferts de chaleur sont gouvernés par le nombre de Taylor ( $Ta$ ). Cet écoulement peut être modélisé comme une lame d'air de l'espace confiné entre deux cylindres coaxiaux figure 09 et 10.



**Figure I.18** Circuit de ventilation d'un moteur fermé

#### I.4.1.2 Le cylindre interne

Le cylindre interne est en rotation et en l'absence d'écoulement axial de l'air, le coefficient d'échange est obtenu à partir de la relation introduisant le nombre de Taylor. Afin de tenir compte de l'effet de dentures, une augmentation de 10% du transfert de chaleur peut être prise en compte.

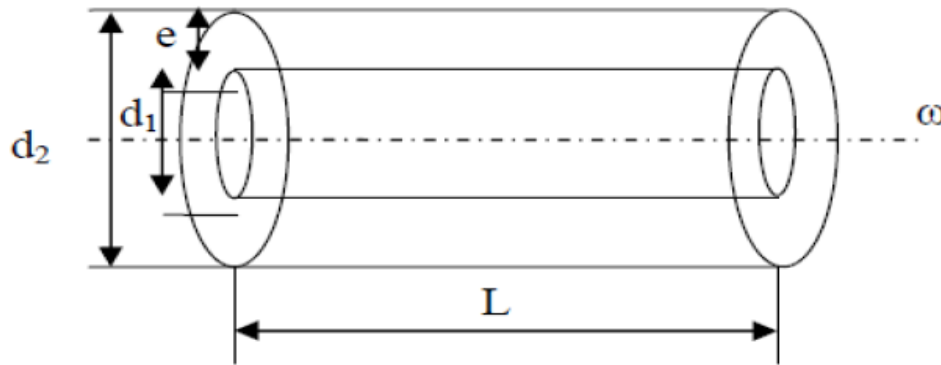


Figure I.19 Surface cylindrique en rotation

#### I.4.1.3 Convection en canal rotorique et statorique axial

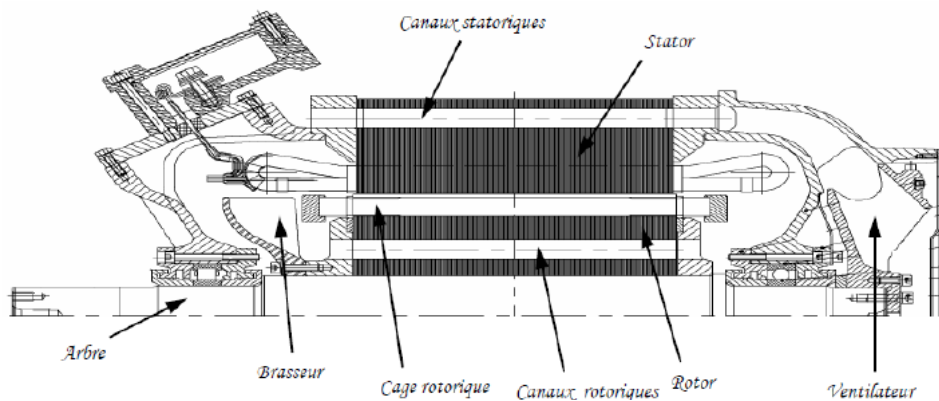


Figure I.20 Convection dans le rotor et stator

#### I.4.1.4 Convection en canal rotorique et statorique axial

Les moteurs électriques ont souvent leurs rotors percés. Ces canaux permettent une bonne ventilation au sein même du moteur. Ils ont également l'avantage de permettre un meilleur refroidissement du rotor. Les échanges convectifs dans cette configuration sont complexes. De nombreuses études ont été réalisées, majoritairement pour des canaux de formes circulaires et rectangulaires (Figure 19 et 20).

La deuxième zone à laquelle il faut apporter une attention particulière est celle des canaux rotoriques. Dans la machine de référence, les canaux ne sont pas présents mais on peut en ajouter avec une ouverture maximum de 792 mm<sup>2</sup> pour les 12 canaux.



#### I.4.2 Refroidissement externe par la carcasse air ambiant

La carcasse qui représente l'enveloppe externe de la machine comporte des ailettes pour faciliter le transfert de chaleur. La présence de ces dernières complique notablement le calcul du coefficient d'échange carcasse- ambiant (figure 21).

Des approches analytiques sont proposées dans la littérature spécialisée pour déterminer ce coefficient d'échange. Une formule analytique est proposée pour déterminer ce coefficient.

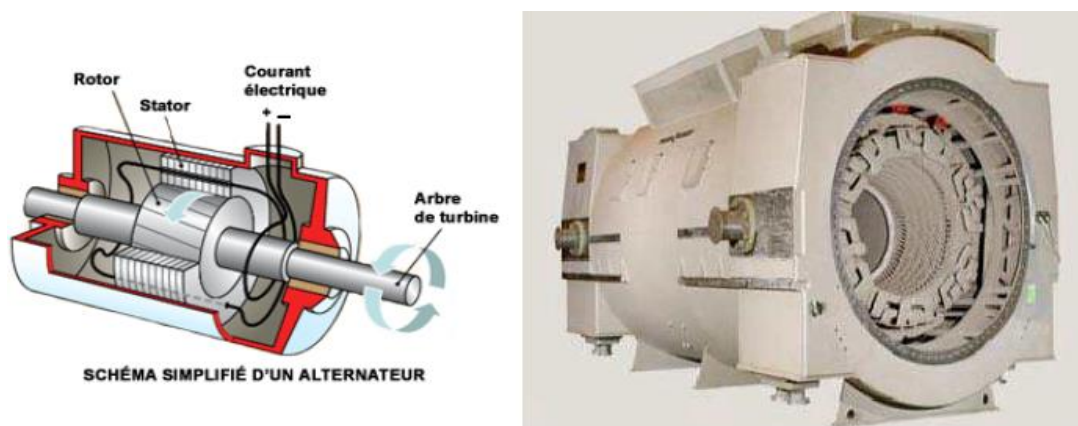


**Figure I.21** Refroidissement externes par des ailettes

#### 4.3 Le refroidissement des alternateurs

L'alternateur est l'organe électromécanique à l'origine électrique. Même si son rendement est excellent (proche de 99%), les puissances dissipées sous forme de pertes par effet joules sont énormes et ceci dans un volume restreint.

Il est donc nécessaire de mettre en place des systèmes d'évacuation des calories l'utilisation de fluides caloporteurs circulants dans le stator, dans le rotor ainsi que dans les conducteurs statoriques (figure 22 et tableau 02)



**Figure I.22** Structure d'un alternateur

- La puissance à évacuer à pleine charge est d'environ 3800Kw
- Deux procédés sont utilisés

- Refrigération par hydrogène pour le rotor et le circuit magnétique stator.
- Refrigération à l'eau pour les barres du stator.

Tableau 02 : Gamme de puissances des alternateurs du constructeur Alstom Power

Mode de refroidissement	Gamme de puissance en S(MVA)
Air	40-500
Hydrogène (H <sub>2</sub> )	300-550
Hydrogène (H <sub>2</sub> ) et eau (H <sub>2</sub> O)	400-1715

#### 4.3.1 Hydrogène

Le rôle de l'installation est d'assurer le refroidissement du rotor; du circuit magnétique du stator et des organes frontaux de serrages de l'alternateur (Figure 23).

-L'hydrogène a été choisi pour ses propriétés physiques supérieures à l'air.

-Sa densité est quatorze fois inférieure à l'air.

-Sa conductivité thermique est sept fois plus grande.

-Son coefficient de convection est une fois et demi plus grand.

L'hydrogène empêche la formation d'ozone, d'où un vieillissement des isolants retardé, l'hydrogène pur ne brûle pas. Le risque de créer un mélange détonant est éliminé en maintenant un taux de pureté > à 98%.

-Les éventuelles fuites s'échappent à l'air libre.

Malgré ses propriétés calorifiques intéressantes, l'hydrogène n'en reste pas moins un composé inflammable et explosif lorsqu'il se retrouve en forte concentration dans l'air.

La température normale du gaz chaud est de 60° avec une limite à 70° ce qui correspond à une température stator de 70°. La différence H<sub>2</sub> chaud / H<sub>2</sub> froid est de l'ordre de 20°.

Le refroidissement du rotor est de type direct. La circulation globale se faisant aux deux extrémités sous les frettes.

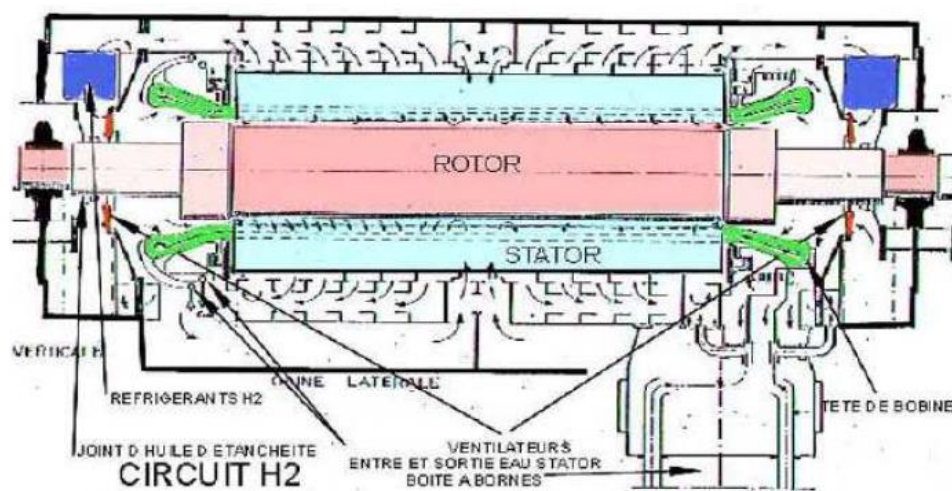


Figure I.23 Refroidissement d'un alternateur

#### **4.3.2 Refroidissement à l'eau des barres du stator**

Les barres du stator sont constituées de plusieurs conducteurs élémentaires empilés de manière à ménager un espace central formant un conducteur creux. L'ensemble de ces cavités est interconnecté au niveau des têtes de bobines et parcouru par de l'eau déminéralisée. Cette circulation d'eau assure une double fonction : d'une part, le refroidissement efficace des enroulements statoriques et, d'autre part, le maintien d'une température d'eau stable à l'entrée du stator, ce qui permet de limiter les déplacements relatifs entre les barres du bobinage et le circuit magnétique.

La circulation du fluide est assurée par deux moto-pompes, tandis que le refroidissement de l'eau est réalisé à l'aide de réfrigérants. Le débit requis pour garantir un refroidissement adéquat est de l'ordre de 52 m<sup>3</sup>/h, avec une température de l'eau de 40 °C à l'entrée et de 75 °C à la sortie du stator.

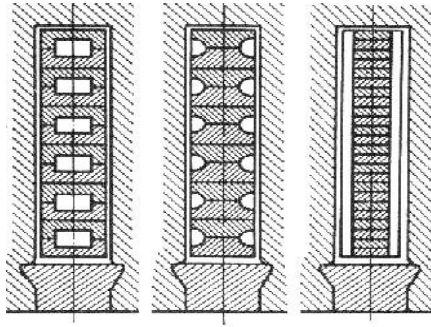
Les alternateurs peuvent être classés selon plusieurs critères, notamment :

- le type de turbine associée (à vapeur ou hydraulique), correspondant aux centrales nucléaires, thermiques ou hydrauliques ;
- le système de refroidissement du stator, incluant la nature du fluide de refroidissement (air, hydrogène, hydrogène et/ou eau), le mode de refroidissement des parties actives (direct ou indirect) ainsi que le type de ventilation (axiale, axio-radiale, etc.) ;
- le système d'excitation, faisant appel soit à des diodes tournantes, soit à des systèmes statiques à bagues et balais.

Les alternateurs se distinguent également par leurs choix technologiques, tels que le nombre de paires de pôles (une ou deux pour les turbo-alternateurs), la conception du stator (circuit magnétique, bobinage statorique, développantes, etc.) et celle du rotor (pôles lisses ou saillants, enroulement rotorique, frettes, etc.).

#### **4.3.3 Exemple de ventilation des turbo-alternateurs et des hydro-alternateurs**

Les problématiques de refroidissement des turbo-alternateurs sont généralement plus complexes que celles des hydro-alternateurs, en raison de leurs dimensions nettement plus compactes, qui limitent les surfaces d'échange thermique et compliquent la circulation du fluide de refroidissement.



**Figure I.24** Différentes formes de canaux dans l'enroulement rotorique à refroidissement intérieur par hydrogène

Turbo – alternateur refroidi par l'air et avec un système de ventilation en circuit fermé. L'air est refoulé par deux ventilateurs situés dans deux côtés du rotor.

Avec la ventilation en circuit fermé on peut utiliser pour le refroidissement de la machine non seulement l'air mais aussi d'autres gaz. Actuellement on utilise généralement l'hydrogène par ce que :

- Sa conductibilité thermique elle est 6, 7 fois plus grande que celle de l'air ;
- Il est 14 fois plus léger que l'air et pour cette raison les pertes par ventilation qui dans les machines rapides forment une grande part de pertes totales diminuent d'environ 10 fois ;
- L'utilisation du refroidissement à l'hydrogène contribue à prolonger la durée de vie de l'isolation car lors du phénomène de couronne l'ozone qui provoque l'oxydation intense de l'isolation et l'apparition de composés d'azote nuisibles, n'apparaît pas.

Le rotor est l'une des parties du turbo – alternateur les plus difficiles à ventiler. Pour mieux le refroidir on ménage des canaux spéciaux en hélice dans un plan perpendiculaire à l'axe de la machine.

Pour le refroidissement interne des enroulements statoriques on utilise de l'eau, de l'huile ou de l'hydrogène. Pour les enroulements rotoriques on utilise de préférence l'hydrogène sous pression de 3 à 4 atm.

Les hydro – alternateurs sont généralement construits avec un système de refroidissement par l'air.

Pour l'enroulement statorique on emploie le refroidissement intérieur à l'eau de même façon que turbo – alternateur. Pour les enroulements rotoriques on utilise le refroidissement direct par l'air ou par l'eau.

## Chapitre II Les modes de Transfert de Chaleur

### II. Introduction

Le transfert thermique est l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'existe entre eux une différence de température et cela quel que soit le milieu, même vide, qui les sépare. De ce fait, les transferts thermiques ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que dans celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel. Ce rôle devient même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées (échangeurs, moteurs thermiques, calorifugeage, utilisation de l'énergie solaire, ...).

#### II.1 Thermodynamique et transferts thermiques

A la base de l'état des transferts thermiques se trouvent les concepts de quantité de chaleur et de différence de température. Ceux-ci sont définis par la thermodynamique dans ses principes même. Ceux-ci sont définis par la thermodynamique dans ses principes mêmes :

- Equivalence de la chaleur et du travail comme formes particulières de l'énergie (premier principe),
- Mesure de déséquilibre thermique relatif de deux systèmes par leur différence de température, la valeur de cette différence caractérisant le sens et l'intensité de l'énergie calorifique transférée (second principe).

La thermodynamique toute fois ne s'attache du moins dans sa norme classique qu'à des états d'équilibre négligeant les mécanismes d'échanges qu' y conduisent de ceux-ci s'est donc développée parallèlement et, en raison même de son importance, avec suffisamment d'ampleur pour constituer une discipline indépendante, les transferts thermiques.

#### II.2 Définition

##### II.2.1 Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température :  $T = f(x, y, z, t)$ .

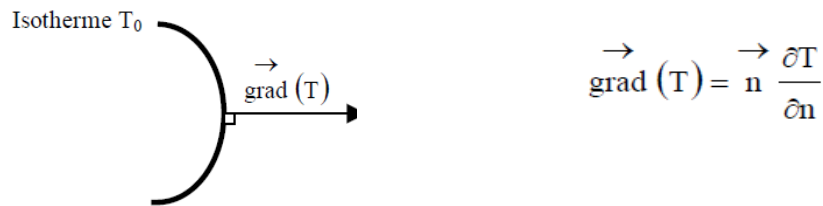
La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelée

##### II.2.2 Champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit **permanent** ou stationnaire
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou instationnaire.

##### II.2.3 Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :



**Figure II.1** Isotherme et gradient thermique

Avec :

$\vec{n}$  : vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$  : dérivée de la température le long de la normale

## II.2.4 Flux de chaleur

La chaleur est une énergie comme toutes les énergies elle s'exprime en joule, elle s'écoule sous l'influence d'un gradient de température par conduction des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (\text{W.m}^{-1})$$

Où  $S$  est l'aire de la surface ( $\text{m}^2$ ).

Sous vectorielle :

$$\vec{\phi} = -\lambda \vec{\text{grad}}(T)$$

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface  $S$  par unité de temps :

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{W})$$

## II.3 Conservation des besoins énergétiques

Les sujets de la thermodynamique et du transfert de chaleur sont très complémentaires. Par exemple, parce qu'il traite le transfert de chaleur, le sujet du transfert de chaleur peut être considéré comme une extension de la thermodynamique. Inversement, pour de nombreux problèmes de transfert de chaleur, la première loi de la thermodynamique (loi de conservation de l'énergie) fournit un outil utile, souvent essentiel. En prévision de tels problèmes, des formulations générales de la première loi sont maintenant obtenues.

### II.3.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur

#### II.3.1.1 Conservation de l'énergie pour un volume de contrôle

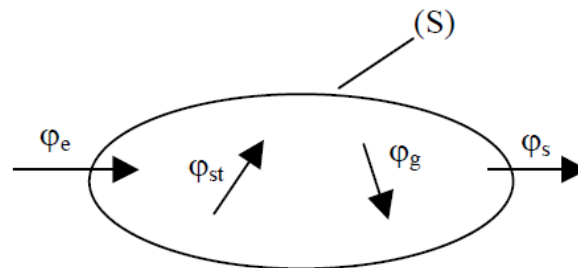
Pour les problèmes qui seront traités ici, on doit d'abord identifier un volume de contrôle, c'est à dire une portion de l'espace délimitée par une surface de contrôle à travers laquelle l'énergie

et la matière passent. On supposera que ce volume est fixe. La première loi adaptée à la thermique peut s'énoncer de la façon suivante :

Le taux auquel l'énergie thermique et l'énergie mécanique entrent dans un volume de contrôle, plus le taux auquel l'énergie thermique est générée dans ce volume, moins le taux auquel l'énergie thermique et l'énergie mécanique sortent de ce volume doit être égal à la variation d'énergie stockée dans ce volume.

### II.3.2.1 Bilan d'énergie

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être:



**Figure II.2** Bilan énergétique de système (S)

$\varphi_{st}$  flux de chaleur stocké

$\varphi_g$  flux de chaleur généré

$\varphi_e$  flux de chaleur entrant

$\varphi_s$  flux de chaleur sortant

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st}$$

Les termes d'entrée et de sortie sont associés à des phénomènes de surface qui seront la plupart du temps causés par les 3 modes d'échange.

Le terme de génération est associé à des phénomènes de volume. C'est par exemple la puissance dissipée par une réaction chimique exothermique ou par effet Joule lorsqu'un courant traverse un conducteur.

Le terme de stockage est aussi associé à un phénomène de volume mais il représente seulement la variation d'énergie du volume de contrôle. Lorsque le système est en équilibre, ce terme est nul.

### II.3.2.2 Expression des flux d'énergie

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

Le transfert de chaleur peut avoir lieu selon trois type : - par conduction  
- par convection  
- par rayonnement

Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de chaleur coexisteront mais, généralement, au moins une des trois formes pourra être négligée, ce qui simplifiera le traitement mathématique de l'appareil de transfert. Nous pouvons dire dès à présent, qu'aux températures ordinaires, le transport par rayonnement est négligeable, mais il peut devenir notable et prépondérant lorsque le niveau de température augmente. En outre, signalons que certains transferts thermiques sont accompagnés d'un transfert de matière entre deux phases. Le flux de chaleur transféré en présence d'un changement de phase dépend de la nature et des propriétés physico-chimiques des phases en présence. C'est le cas de l'ébullition, de la condensation, mais aussi des problèmes d'humidification, de séchage, de cristallisation, etc.

#### II.4 Transfert de chaleur par conduction

Le transfert de chaleur se fera par conduction dans le matériau c.à.d. à l'intérieur du matériau et sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier (**Jean Baptiste Joseph Fourier en 1822**) : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T)$$

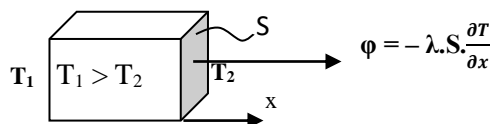
Ou sous forme algébrique :  $\varphi = -\lambda.S.\frac{\partial T}{\partial x}$  (W)

Avec :  $\varphi$  flux de chaleur transmis par conduction (W)

$\lambda$  conductivité thermique du milieu W/(m.°C)

$x$  variable d'espace dans la direction du flux (m)

$S$  aire de la section de passage du flux de chaleur (m<sup>2</sup>)



**Figure II.3** Flux de chaleur dans parallélépipède

On trouvera dans le tableau ci-dessous les valeurs de la conductivité thermique  $\lambda$  de certains matériaux parmi les plus utilisés :



Tableau 1 : valeurs des conductivités thermiques de quelques matériaux

Matériaux	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> )	Matériaux	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> )
Chrome	449	Brique	1.1
Argent	419	Verre	0.78
Cuivre	386	Eau	0.556
Aluminium	204	Plâtre	0.48
Cu-W ; SIC	180-200	Amiante	0.16
Cu-Mo	160-170	Coton	0.059
Zinc	112	Liège	0.044-0.049
Fer (pur)	73	Laine de roche	0.038-0.041
Acier	45	Laine de verre	0.035-0.051
Acier inoxydable	14.9	Polystyrène expansé	0.036-0.047
Glace	1.88	Polystyrène mousse	0.027
Béton	1.4	Polystyrène extrudé	0.026
Bois (feuilles résineux)	0.12-0.23	Air	0.0262

## II.5 Convection (Loi Isaac Newton (1643-1727))

Le transfert de chaleur par convection est un phénomène de la mécanique des fluides. Il se fait par l'intermédiaire d'un fluide (un liquide ou un gaz) avec une surface d'un solide, et le principe de convection dans le cas particulier réside sur un principe physique (poussé d'Archimède), qui dit qu'un fluide chauffé va s'élever puisque sa masse volumique va diminuer, et le fluide froid descend car sa masse volumique va augmenter, alors le fluide chaud vers le haut et le fluide froid vers le bas qui crée un mouvement ce qu'on appelle un mouvement de convection.

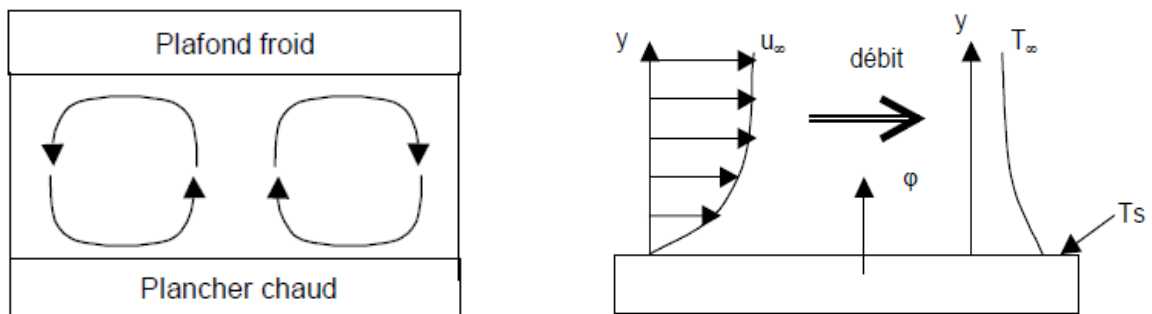
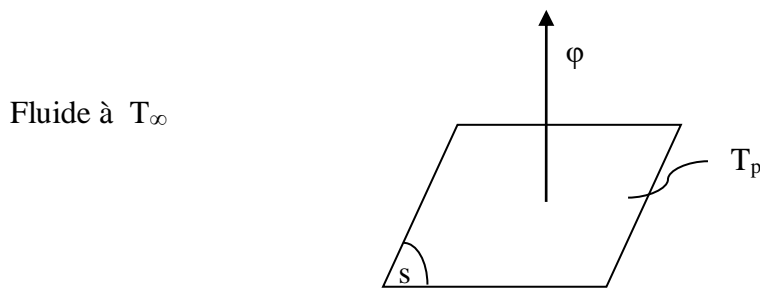


Figure II.4 Procédé de convection

Dans le cas général ce mode de transfert est spécifique aux fluides. En plus du transfert de chaleur par conduction toujours présent dans la matière, il y a dans les fluides un transfert de chaleur provoqué par l'écoulement du fluide, c'est-à-dire par le mouvement d'ensemble des particules qui le composent. Ce phénomène est appelé advection : une masse de fluide qui se déplace transporte avec elle son énergie interne. On peut donc définir la convection comme la réunion de deux modes de transfert de chaleur : la conduction, qui s'effectue à l'échelle microscopique, et l'advection, qui est de nature macroscopique. On classe généralement la convection en trois catégories : la convection naturelle, forcée et mixte.

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :



**Figure II.5** : Plaque chauffée

Avec :  $\phi = h.s.(T_p - T_\infty)$

- $\phi$  flux de chaleur (W).
- $h$  coefficient de transfert de chaleur par convection ( $W/m^2 \cdot ^\circ C$ ).
- $T_p$  Température de la paroi ( $^\circ C$ ).
- $T_\infty$  Température du fluide ( $^\circ C$ ).
- $S$  section d'échange ( $m^2$ ).

Le coefficient d'échange par convection  $h$  ou le coefficient de film. Il prend en compte tous les paramètres qui influencent les échanges par convection et il dépend, en particulier, de ce qu'il se passe dans la couche limite ; il est donc influencé par :

- la géométrie de la surface
- la nature du mouvement du fluide
- la thermodynamique du fluide (les équations de transport)

Dans la plupart des cas, l'étude de la convection se réduit à l'étude du coefficient d'échange.

Des valeurs typiques sont données dans le tableau ci-après :

Tableau 2 : Valeurs des coefficients d'échanges convectifs typiques

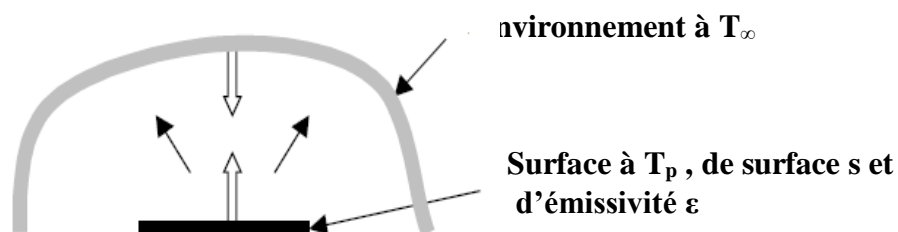
Convection Naturelle	Gaz	2-25 (W/m <sup>2</sup> .K)
	Liquide	50-1000
Convection Forcée	Gaz	25-5000
	Liquide	50-20000
Convection avec changement de phase	Evaporation ou condensation	2500-100000

## II.6 Rayonnement

Le transfert de chaleur par rayonnement, ce type de transfert se fait à l'aide d'un rayonnement électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide), donc fera appel à des notions d'ondes électromagnétiques OM.

Les transferts par rayonnement se poursuivent même lorsque l'équilibre thermique est atteint, mais le débit net de chaleur échangé est nul. Ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière, et il ne nécessite aucun support matériel, contrairement aux écoulements. Les gaz, les liquides et les solides sont capables d'émettre et d'absorber les rayonnements thermiques.

Un point matériel chauffé émet un rayonnement électromagnétique dans toutes les directions situées d'un même côté du plan tangent au point matériel voir figure 6. Lorsque ce rayonnement frappe un corps quelconque, une partie peut être réfléchi, une autre transmise à travers le corps (dit diathermique si tout est transmis), et le reste est quantitativement absorbé sous forme de chaleur. Si on place dans une enceinte deux corps capables d'émettre un rayonnement thermique, il existe entre ces deux corps à températures différentes un échange de chaleur dû à l'absorption et à l'émission de ces rayonnements thermiques. Les transferts par rayonnement se poursuivent même lorsque l'équilibre thermique est atteint, mais le débit net de chaleur échangé est nul.



**Figure II.6 :** Echange thermique par rayonnement sur une plaque

$$\phi_r = \sigma \cdot S \cdot \epsilon_p (T_p^4 - T_\infty^4)$$

Avec :

$\Phi_r$	Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)
$\sigma$	Constante de Stefan ( $5,67.10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ )
$\epsilon_p$	Facteur d'émission de la surface
$T_p$	Température de la surface (K)
$T_\infty$	Température du milieu environnant la surface (K)
$S$	Aire de la surface ( $\text{m}^2$ )

## II.7 Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique  $\dot{m}$  de matière entre dans le système à la température  $T_1$  et en ressort à la température  $T_2$ , on doit considérer dans le bilan (1.5) un flux de chaleur entrant correspondant :

$$\Phi_e = \dot{m} \cdot C_p \cdot (T_1 - T_2)$$

avec :

$\Phi_e$	Flux de chaleur entrant dans le système (W)
$\dot{m}$	Débit massique ( $\text{kg.s}^{-1}$ )
$C_p$	Chaleur spécifique ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
$T_1, T_2$	Températures d'entrée et de sortie (K)

## II.8 Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante et en l'absence de changement d'état) :

$$\Phi_{st} = \rho \cdot V \cdot C \cdot dT/dt$$

avec :

$\Phi_{st}$	Flux de chaleur stocké (W)
$\rho$	Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$V$	Volume ( $\text{m}^3$ )
$C$	Chaleur massique ( $\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
$T$	Température ( $^\circ\text{C}$ )
$t$	Temps (s)

## II.9 Génération d'énergie

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\Phi_g = P \cdot V$$

Avec :

$\Phi_g$	Flux d'énergie thermique générée (W)
$P$	Densité volumique d'énergie générée ( $\text{W.m}^{-3}$ )
$V$	Volume ( $\text{m}^3$ )

## Chapitre III Equation de la chaleur

### III. Introduction

La conduction est la transmission de la chaleur à travers un corps sans déplacement de la matière.

Le transfert de la chaleur comme l'énergie, est associée aux mouvements de vibration et de rotation des molécules et atomes, (énergie transformée en chaleur irréversiblement). Ce mode de transfert de chaleur peut être aisément modélisé et décrit mathématiquement.

#### III.1 Equation différentielle générale de la conduction

Pour la description analytique ou mathématique, on doit premièrement développer l'équation générale de la conduction en coordonnées cartésiennes puis, avec le même principe, où en coordonnées cylindriques et sphériques, peuvent être déduites. Considérant un volume infinitésimal ( $dV$ ) dans un système de coordonnées cartésiennes ( $O, x, y, z$ ; voir Fig.2-1). Le principe de conservation de l'énergie pour le volume de contrôle de la figure (Fig.2-1) pendant le temps  $dt$ , peut être formulé comme suit:

L'utilisation de la loi de Fourier permet d'exprimer les quantités de chaleur relativement à la section perpendiculaire à l'axe des ( $x$  par exemple).

- La densité de flux de chaleur transportée à travers la surface de gauche de ( $dV$ ) dans la direction ( $x$ ) est donnée par :

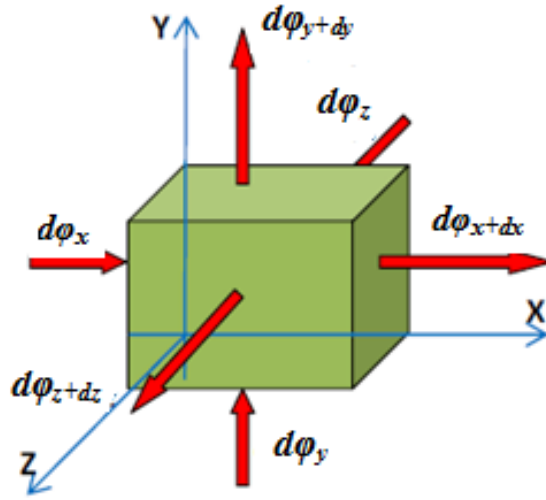
$$d\phi_x = -\lambda \cdot ds \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (ds = dy \cdot dz)$$

- La densité de flux de chaleur (sortie) à travers la surface de droite de ( $dV$ ) dans la direction ( $x$ ) est donnée par :

$$d\phi_{x+dx} = d\phi_x + \frac{\partial}{\partial x}(d\phi_x)dx + \dots; \text{ (développement en série de Taylor)}$$

$$d\phi_{x+dx} = -\lambda \cdot dydz \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} \left( -\lambda \cdot dydz \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$

$$d\phi_{x+dx} = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \left[ T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right] dydz$$



**Figure III.1** Modèle de volume infinitésimal

Le bilan énergétique sur l'élément (dV) implique que la chaleur transportée à travers la surface à gauche de (dV) dans la direction (x) plus la quantité de chaleur générée dans (dV) est égale à la chaleur transportée à travers la surface à droite de (dV) dans la direction (x) plus le changement en énergie interne.

Le bilan thermique relativement à l'axe des (X) est donnée par:

$$d\phi_x - d\phi_{x+dx} = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dydz + \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} dydz + \lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dxdydz = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] dxdydz$$

$$\Rightarrow d\phi_x - d\phi_{x+dx} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] dxdydz$$

Idem pour l'axe des (y) :

$$\Rightarrow d\phi_y - d\phi_{y+dy} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right] dxdydz$$

Idem pour l'axe des (z) :

$$\Rightarrow d\phi_z - d\phi_{z+dz} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] dxdydz$$

Suivant les trois directions, le bilan des flux de chaleur transmis par conduction à travers le volume (dV) est donné par :

$$d\phi_x - d\phi_{x+dx} + d\phi_y - d\phi_{y+dy} + d\phi_z - d\phi_{z+dz} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dxdydz$$

- Soit la puissance P est défini comme étant, le taux de génération de l'énergie par unité de volume à l'intérieur du volume de contrôle.

$\Rightarrow$  L'ensemble de la chaleur transmise par conduction et celle générée à l'intérieur du (VC),

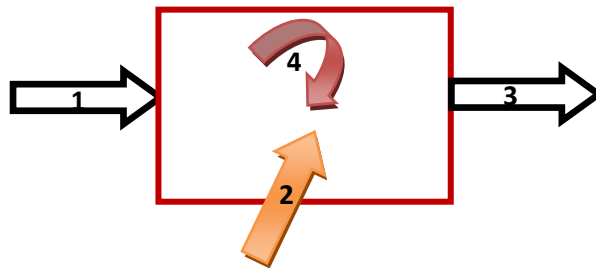
s'accouplent pour augmenter l'énergie interne de l'élément de volume (dV), avec le flux de chaleur (dφ) donnée par :

$$d\phi = m \cdot C_p dT = \rho \cdot dV \cdot C_p dT = \rho c dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} \quad ; \quad (C_p = c)$$

d'où l'énergie interne provient du mouvement aléatoire des molécules dans le système de (volume dv), le mouvement des molécules est fonction de la température donc, l'énergie interne est équivalente à une énergie thermique.

Le bilan énergétique final implique que :

**La chaleur entrée par conduction(1) + La chaleur générée dans l'élément (dV) (2)=la chaleur dissipée par conduction (3) + le changement en énergie interne (4),** (voir schéma ci-dessous).



**Figure III.2** Schéma de bilan énergétique

- Le bilan énergétique final est donné par :

$$\rho c dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz + P dx dy dz$$

$$\Rightarrow \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + P$$

- Puisque les propriétés des matériaux ( $\lambda$ ,  $\rho$  et  $C$ ) sont des variables dépendantes des coordonnées (x, y et z) ainsi que le temps (t), cette équation générale de conduction est valable même pour les milieux hétérogènes anisotropes.
- Pour les corps isotropes et homogène, cette équation peut être écrite sous forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{P}{\rho c}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \nabla^2 T + \frac{P}{\rho c}$$

Où  $\alpha = (\lambda/\rho \cdot c)$  est le coefficient de diffusivité thermique.

Cette équation peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

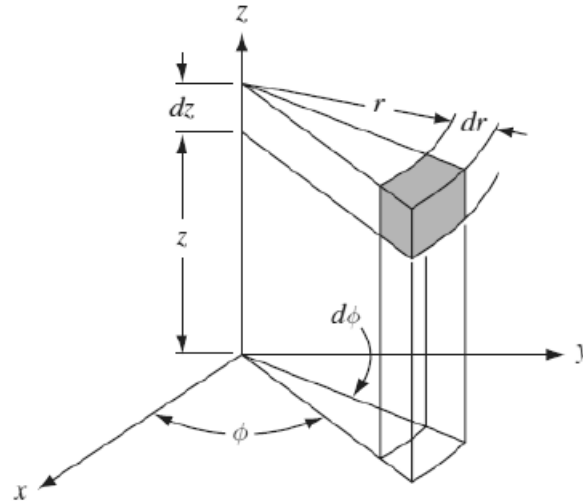
- Si le milieu est isotrope :  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$
- S'il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système :  $P = 0$
- Si le milieu est homogène,  $\lambda$  n'est fonction que de T.

d) Si de plus  $\lambda$  est constant, nous obtenons l'équation de **Poisson** :  $\alpha \cdot \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t}$

e) Si le régime est permanent nous obtenons l'équation de **Laplace** :  $\nabla^2 T = 0$

### III.2 Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées cylindriques

Soient les coordonnées cylindriques suivantes voir figure II.3 :

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases}$$


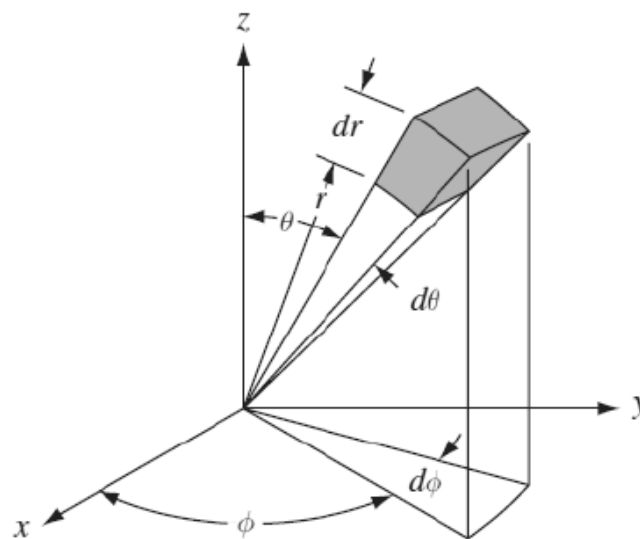
**Figure III.3** Système de coordonnées cylindriques

L'équation générale de la chaleur de la conduction en coordonnées cylindriques s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{P}{\rho c}$$

### III.3 Equation différentielle générale de la conduction en coordonnées sphériques

Soient les coordonnées sphériques suivantes voir figure II.4 :

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \\ z = z \end{cases}$$


**Figure III.4** Système de coordonnées sphériques



L'équation générale de la chaleur de la conduction en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right\} + \frac{P}{\rho c}$$

### III.4 Conditions aux limites

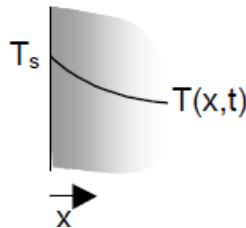
On distingue trois grandes familles de conditions aux limites. Pour résoudre l'équation de la chaleur, il faudra imposer les conditions aux limites.

#### III.4.1 Condition à la limite de type Dirichlet

Elle correspond à une situation dans laquelle on impose la température  $T_s$  à la surface voir

figure II.5 :  $T(0, t) = T_s$

On rencontre ce type de condition quand un solide est en contact avec un fluide qui boue ou un métal qui fond.

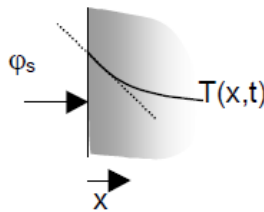


**Figure III.5** Condition de type Dirichlet

#### III.4.2 Condition à la limite de type Neumann

Elle correspond à une situation dans laquelle on impose la densité de flux de chaleur à la

surface voir figure II.6 :  $-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \varphi_s$

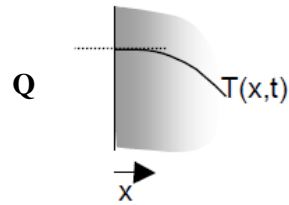


**Figure III.6** Condition de type Neumann

On rencontre ce type de condition quand un solide est en contact avec une résistance chauffante.

Un cas particulier de cette condition, est la surface adiabatique ou parfaitement isolée voir

figure II.8:  $-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$

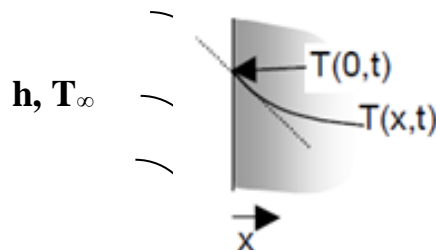


**Figure III.7** Condition de type Neumann avec surface adiabatique

### III.4.3 Condition à la limite de type Fourier

Elle correspond à une situation dans laquelle la surface est refroidie (ou chauffée) par

convection voir figure II.8 :  $-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h \cdot (T_{\infty} - T(0, t))$



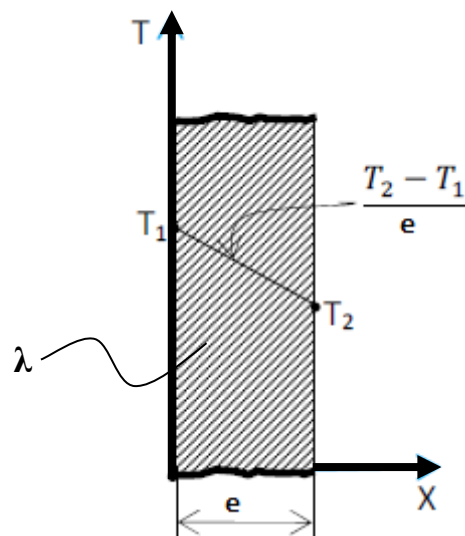
**Figure III.8** Condition de type Fourier

### III.5 Transfert unidirectionnel

#### III.5.1 Mur simple avec surface isotherme

On se placera dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel et où il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie.

On considère un mur d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures  $T_1$  et  $T_2$ :



**Figure II.9** : Mur simple

Une conduction unidirectionnelle sans puissance interne et dans le régime permanent, alors l'équation de la chaleur devient :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

$$\int \frac{d}{dx}(T) dx = T(x) = C_1 x + C_2$$

Le profile de température est linéaire, est une droite, pour déduire les constantes d'intégration C1 et C2 on utilisera les conditions aux limites de type Dirichlet.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } x = 0 ; T(0) = T_1 = C_2 \\ \text{à } x = e ; T(e) = T_2 = C_1 \cdot e + C_2 = C_1 \cdot e + T_1 \Rightarrow C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e} \end{array} \right\}$$

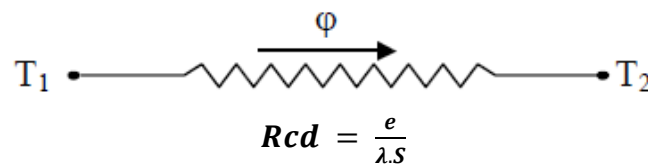
$$T(x) = (T_2 - T_1) \cdot \frac{x}{e} + T_1$$

La loi de Fourier permet d'exprimer le flux de chaleur par:

$$\varphi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{cd}} ; R_{cd} = \frac{e}{\lambda \cdot S}$$

Cette relation ( $\varphi$ ) est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme  $\frac{e}{\lambda S}$  apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de surface latérale  $S$ . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la figure II.10.



**Figure III.10** Analogie électrique

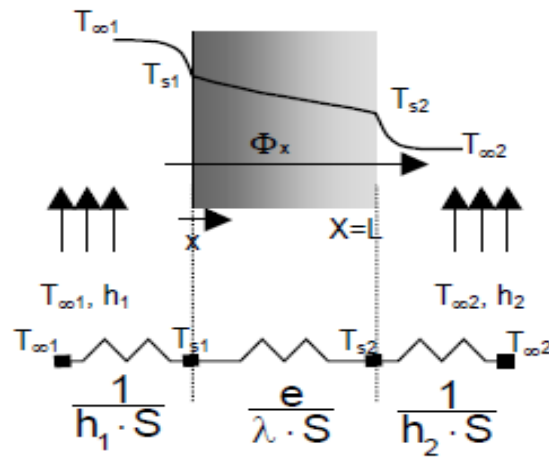
### III.5.2 Mur simple avec convection sur les deux cotés

Dans le cas ou par exemple, pour le mur plan soumis à des conditions de convection (Fourrier) de part et d'autre, le flux de chaleur est :

$$\varphi = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{R_{tot}}$$

$$R_{tot} = R_{cv1} + R_{cd} + R_{cv2}$$

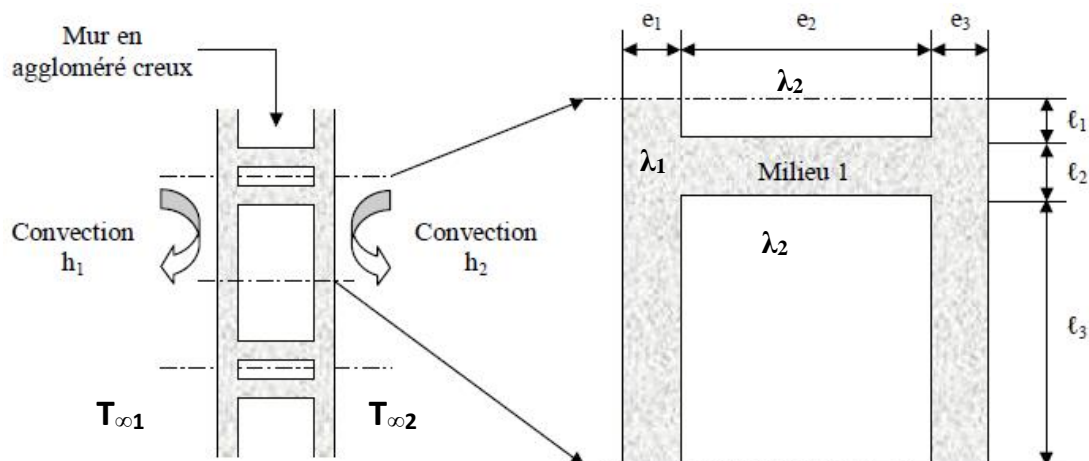
$$= \frac{1}{h_{1.S1}} + \frac{e}{\lambda \cdot S} + \frac{1}{h_{2.S2}}$$



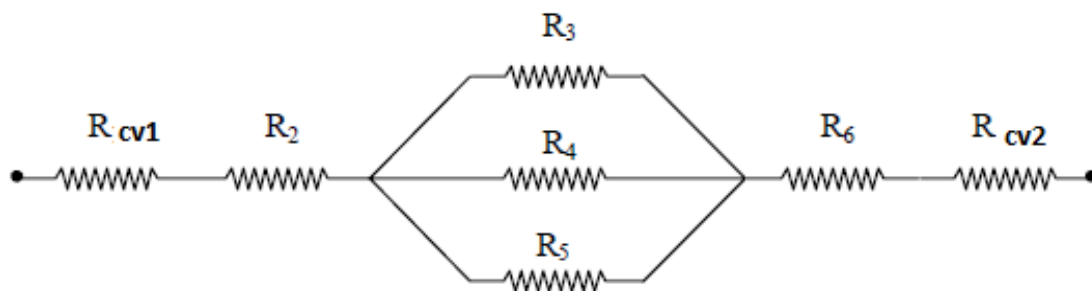
**Figure III.11** Mur simple avec convection des deux cotés

### III.5.3 Mur en composite avec convection des deux cotés

Soit un mur en composite ayant une largeur L avec convections dans les deux faces voir figure ci-dessous :



**Figure III.12** Mur en composite avec convection dans les deux faces



**Figure III.13** Schéma équivalent électrique

$$R_2 = \frac{e_1}{\lambda_1 \cdot l \cdot L} ; R_3 = \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot l_1 \cdot L} ; R_4 = \frac{e_2}{\lambda_1 \cdot l_2 \cdot L} ; R_5 = \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot l_3 \cdot L} ; R_6 = \frac{e_3}{\lambda_1 \cdot l \cdot L}$$

$$R_{cv1} = \frac{1}{h_1 \cdot l \cdot L} ; R_{cv2} = \frac{1}{h_2 \cdot l \cdot L}$$

$$l = l_1 + l_2 + l_3$$

$$\varphi = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{R_{tot}}$$

### III.6 Problème du cylindre creux

#### III.6.1 Cylindre creux à surfaces isothermes

Les systèmes cylindriques ou sphériques subissent souvent des gradients de température suivant leur direction radiale et peuvent donc être calculés de manière monodimensionnelle.

En conditions stabilisées, sans génération de chaleur, l'équation de diffusion de la chaleur en coordonnées cylindriques est :

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (1)$$

On pose  $U = \frac{dT}{dr} \Rightarrow U' = \frac{d^2 T}{dr^2}$

(1)  $\Rightarrow U' + \frac{U}{r} = 0$  c'est une équation différentielle de premier ordre et admet

$U = \frac{C}{r}$  comme solution.

$$\Rightarrow \frac{C}{r} = \frac{dT}{dr} ; dT = C \cdot \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow T(r) = A \ln(r) + B$$

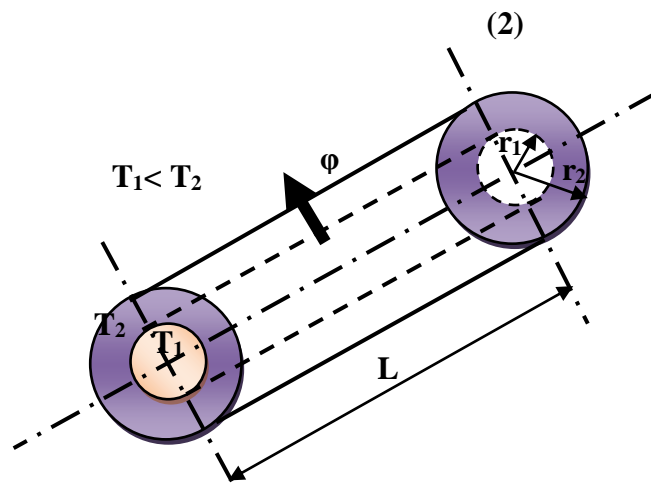


Figure III.14 Cylindre creux avec surfaces isothermes

Les constantes d'intégration A et B, sont déterminées à partir des conditions aux limites de type Dirichlet ci-dessous:

$$\text{à } r = r_1 : T(r_1) = T_1 = C_1 \ln(r_1) + C_2 \quad (a)$$

$$\text{à } r = r_2 : T(r_2) = T_2 = C_1 \ln(r_2) + C_2 \quad (b)$$

Après la résolution de ce système d'équation, on aura :

$$c_1 = \frac{(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

et

$$C_2 = T_1 - (T_1 - T_2) \cdot \frac{\ln(r_1)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

On remplace  $C_1$  et  $C_2$  dans l'équation (2)  $\implies T(r) = T_1 + \frac{(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)$

$T(r)$  est le profile de température dans un cylindre creux.

En appliquant la loi de Fourier  $\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT(r)}{dr}$

$\Rightarrow$  Le flux thermique vaut :  $\phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

Cette relation peut aussi être mise sous la forme :

$$\phi = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{cv}} \quad \text{avec} \quad R_{cv} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot L}$$

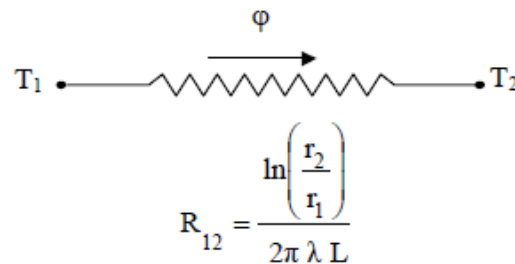


Figure III.15 Analogie électrique

### III.6.2 Multicouche Avec échange de chaleur par convection à l'intérieur de cylindre et à l'extérieur

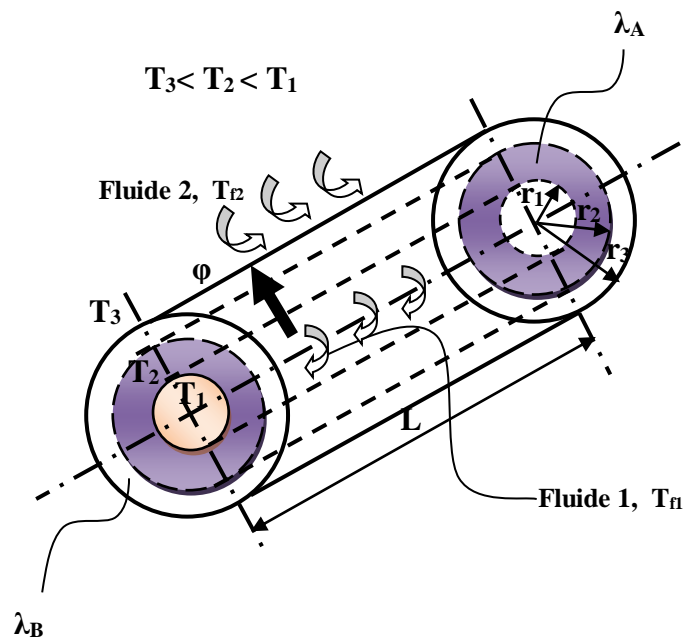


Figure III.16 : Cylindre creux avec échange convectif à l'intérieur et à l'extérieur

$$\begin{aligned}\varphi &= h_1 \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot L \cdot (T_{f1} - T_1) = \frac{2\pi\lambda_A \cdot L \cdot (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{2\pi\lambda_B \cdot L \cdot (T_2 - T_3)}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \\ &= h_2 \cdot 2\pi \cdot r_3 \cdot L \cdot (T_3 - T_{f1}) \\ \varphi &= \frac{(T_{f1} - T_{f2})}{\frac{1}{h_1 \cdot 2\pi \cdot r_1 \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda_A \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi\lambda_B \cdot L} + \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi \cdot r_3 \cdot L}}\end{aligned}$$

### III.7 Problème d'une sphère creuse à surfaces isothermes

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (2)$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\phi}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{et} \quad T(r) = \frac{\phi}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) - T_1$$

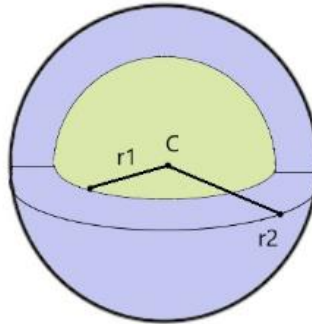


Figure III.17 : Sphère creuse

$$R_{cd} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Alors le flux thermique vaut :  $\phi = (T_1 - T_2)/(R_{cd})$  ; ( $r_1 < r_2$ )

Dans le cas où la sphère creuse soumise à deux convections interne et externe, on aura :

$$\phi = (T_1 - T_2)/(R_{cd} + R_{cv1} + R_{cv2})$$

$R_{cv1} = 1/h_1 \cdot S_1$  ;  $R_{cv2} = 1/h_2 \cdot S_2$  ( $S_1$  et  $S_2$  surfaces interne et externe d'une sphère creuse respectivement).

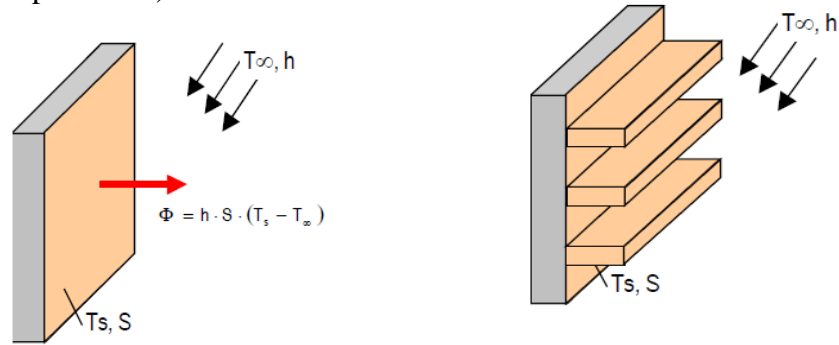
### III.8 Théorie des ailettes

L'évacuation de la chaleur par le transfert conducto-convectif à partir des corps solides peut être potentiellement amélioré par extension des surfaces d'échange. La procédure d'extension de ces surfaces a une large application industrielle (ailettes attachées aux équipements de transfert de chaleur, afin d'augmenter le taux de chauffage ou de refroidissement). Il existe dans les corps généralement longs (où l'une des dimensions est très supérieure par rapport aux deux autres) et où le transfert se réalise dans ce cas aussi par les surfaces latérales.

#### III.8.1 Application des ailettes longues

Le flux de chaleur évacué d'un système par transfert **conducto-convectif**, dépend du type de

fluide utilisé (eau ou air) et du type de convection considérée (forcée ou libre). Pour augmenter ce flux, on doit augmenter artificiellement la surface d'échange entre le système et ce fluide. On dispose ainsi, des ailettes sur la surface de la pièce nue. Par exemple (ailettes des radiateurs de chauffage central, les ailettes destinées à refroidir un thyristor, composant électronique de puissance).



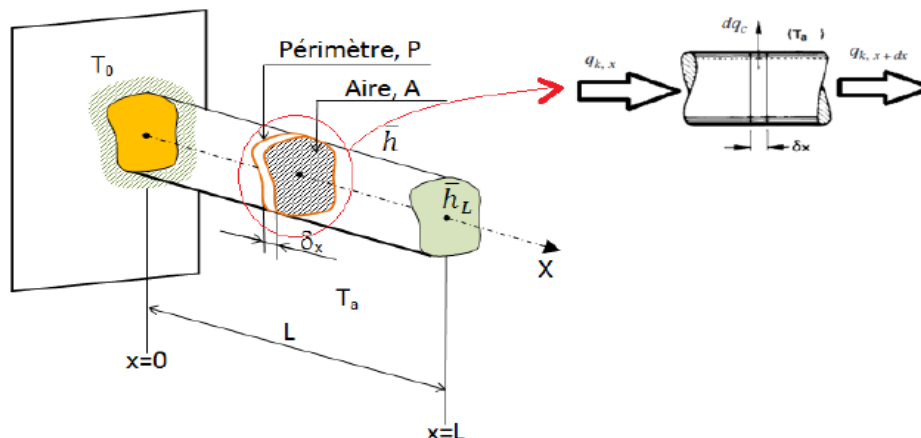
**Figure III.18** Exemple d'une ailette refroidie à l'air

Les ailettes peuvent être de taille et de forme quelconque suivant les contraintes technologiques du système à refroidir.

Les applications typiques sont les échangeurs de chaleur pour lesquels, la compacité et l'efficacité maximales sont souvent recherchées.

### III.8.2 Développement de l'équation générale pour une ailette unidimensionnelle

- Considérons une tige attaché à un mur de température ( $T_0$ ) comme le montre la figure ci-dessous (figure III.19). La base de la tige est chauffée en permanence par une source de chaleur ( $Q'$  ar unité de volume). Dans ce cas, deux processus se manifestent avec le temps, une diffusion de l'énergie (chaleur) le long de la tige et une déperdition de chaleur à travers la surface latérale dans le milieu environnant à la température ambiante ( $T_a$ ).



**Figure III.19** : Analyse unidimensionnelle de bilan thermique à travers une tige longue à extrémité chauffée



- Admettons les paramètres ci-dessous relatifs au problème considéré:
- $p$  : le périmètre de la section droite de la tige, ( $p=p.d$ ) ;
- $k$ : la conductivité thermique [ $W/m.K$ ] ;
- $h$  : le coefficient d'échange convectif [ $W/m^2.K$ ] ;
- $T_a$  : la température ambiante [ $K$ ] ;
- $S$  : la surface de la section droite de la tige, ( $S = \pi.d^2/4$ ).

En appliquant le premier principe de la thermodynamique pour écrire le bilan énergétique sur un élément de volume ( $S.dx$ ) :

$$\begin{aligned} \varphi_x - \varphi_{x+dx} - \varphi_L + Q' . S . dx &= 0 \\ -\lambda . S . \left(\frac{dT}{dx}\right)_x + \lambda . S . \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+dx} - h . p . dx . [T(x) - T_a] + Q' . S . dx &= 0 \\ -\lambda . S . \frac{dT}{dx} + \lambda . S . \frac{dT}{dx} + \lambda . S . \frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx}\right) dx - h . p . dx . [T(x) - T_a] + Q' . S . dx &= 0 \end{aligned}$$

Après développement, simplification et arrangement:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx}\right) - \frac{h . p}{\lambda . S} [T(x) - T_a] + \frac{Q'}{\lambda} = 0$$

Dans le cas où,  $Q'=0$ , en mettant :  $m^2 = \frac{h.p}{\lambda.S}$ , l'équation précédente devient :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - m^2 [T(x) - T_a] = 0 \quad (01)$$

Cette équation, est une équation différentielle linéaire et homogène de deuxième ordre à coefficients constants, par conséquent, la solution générale peut être exprimée sous les deux formes d'expressions suivantes:

$$T(x) - T_a = A . ch(mx) + B . sh(mx)$$

Ou

$$T(x) - T_a = C . e^{-mx} + D . e^{mx}$$

Pour évaluer les constantes (A, B, C et D), il est nécessaire de spécifier les conditions aux limites appropriées.

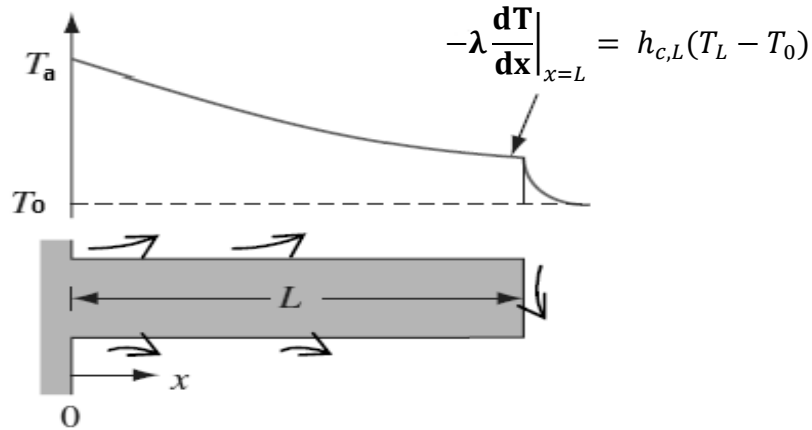
### III.8.3 Solution de l'équation générale de conduction

La recherche d'une solution élémentaire pour ce phénomène dépend des conditions aux limites relatives à cet élément. La base de l'ailette est supposée maintenue à la température de la paroi fixée au mur,  $T_0$ . Cependant, et selon les conditions aux limites relatives à l'extrémité libre plusieurs cas peuvent se présenter:

1. Dans le cas où l'ailette (la tige) est très longue, la température de l'extrémité approche celle du milieu environnant;
2. L'extrémité de l'ailette peut être isolée;

3. L'extrémité de l'ailette peut être maintenue à une température fixe ou imposée ;
4. L'extrémité de l'ailette peut être le siège d'un transfert convectif de chaleur.

Considérons ce dernier cas: Le flux dans ce cas est dissipé par la surface latérale de la section droite extrême (flux convectif).



**Figure III.20** Représentation schématique du transfert conducto-convectif par ailette unidimensionnelle

A partir de l'équation (1), la solution peut être donnée par:

$$T(x) - T_a = A. \text{ch}(mx) + B. \text{sh}(mx) \quad (02)$$

Les conditions aux limites relatives au cas considéré, sont données dans ce cas par :

- à  $x = 0$ ,  $T(0) = T_0$ , remplacées dans (02), donne :

$$T_0 - T_a = A. \text{ch}(m.0) + B. \text{sh}(m.0)$$

$$\implies A = T_0 - T_a$$

- à  $x = L$ , le flux convectif ( $h.S.(T(L) - T_a)$ ) est égal au flux transmis par conduction à travers la section droite extrême ( $-\lambda. S. \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L}$ )

$$h. S. (T_L - T_a) = -\lambda. S. \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L}$$

$$h. (T_L - T_a) = -\lambda. \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L}$$

$$T(x) - T_a = A. \text{ch}(mx) + B. \text{sh}(mx)$$

$$T(x) - T_a = (T_0 - T_a). \text{ch}(mx) + B. \text{sh}(mx)$$

$$\frac{dT(x)}{dx} = (T_0 - T_a). \text{sh}(mx) + B. \text{ch}(mx)$$

$$\left(\frac{dT(x)}{dx}\right)_{x=L} = m(T_0 - T_a). \text{sh}(mL) + B. \text{ch}(mL)$$

$$\implies h(T_L - T_a) = -\lambda. m(T_0 - T_a). \text{sh}(mL) + B. \text{ch}(mL)$$

Et puisque ( à partir de l'équation (02)) :  $(T_L - T_a) = ((T_0 - T_a). \text{ch}(m.L) + B. \text{sh}(m.L))$

$$h((T_0 - T_a)ch(m.L) + B.sh(m.L)) = -\lambda.m.(T_0 - T_a).sh(m.L) - \lambda.B.ch(m.L)$$

$$B(h.sh(m.L) + \lambda.m.ch(m.L)) = -(T_0 - T_a).[h.ch(m.L) + \lambda.m.sh(m.L)]$$

$$\Rightarrow B = \frac{-(T_0 - T_a)[h.ch(m.L) + \lambda.m.sh(m.L)]}{h.sh(m.L) + \lambda.m.ch(m.L)}$$

La solution dans ce cas est donnée par :

$$T(x) - T_a = (T_0 - T_a) \left[ ch(m.x) - \frac{\frac{h}{\lambda.m}.ch(m.L) + sh(m.L)}{\frac{h}{\lambda.m}.sh(m.L) + ch(m.L)} . sh(m.x) \right]$$

$$\text{Soit, } G = \frac{h}{\lambda.m}$$

$$\begin{aligned} \frac{T(x) - T_a}{(T_0 - T_a)} &= \left[ ch(m.x) - \frac{G.ch(m.L) + sh(m.L)}{G.sh(m.L) + ch(m.L)} . sh(m.x) \right] \\ &= \left[ \frac{Gsh(m.L).ch(m.x) + ch(m.x)ch(m.L) - Gch(m.L).sh(m.x) - sh(m.L).sh(m.x)}{G.sh(m.L) + ch(m.L)} \right] \\ \frac{T(x) - T_a}{(T_0 - T_a)} &= \left[ \frac{Gsh[m(L-x)] + ch[m(L-x)]}{G.sh(m.L) + ch(m.L)} \right] \end{aligned}$$

### III.8.4 Flux total

Le flux de chaleur réalisé ou diffusé par conduction le long de la tige à partir de la base, doit être dans ce cas, égal à celui dissipé par convection à travers la surface latérale et la section droite extrême de l'ailette.

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Total cd}} &= \Phi_{\text{Total cv}} \\ -\lambda.S \left( \frac{dT}{dx} \right) \Big|_{x=0} &= \lambda.m.s.(T_0 - T_a) \frac{sh(m.L) + G.ch(m.L)}{ch(m.L) + G.sh(m.L)} \\ &= \int_0^L hp(T(x) - T_a)dx + h.S[T(L) - T_a] \end{aligned}$$

Après développement, simplification et arrangement, le flux de chaleur est donné par:

$$\varphi = \lambda.m.s.(T_0 - T_a) \cdot \frac{th(m.L) + G}{1 + G.th(m.L)}$$

### III.8.5 L'efficacité de l'ailette

Par définition, l'efficacité de l'ailette est donnée par :  $\varepsilon = \frac{\phi_{\text{échangé}}}{\phi_{\text{max}}}$  ;  $\begin{cases} \phi_{\text{max}} = hpL(T_0 - T_a) \\ \phi_{\text{échangé}} = \phi_{\text{Total}} \end{cases}$

Après certaines arrangements mathématiques de simplification, l'expression finale de l'efficacité est donnée par:

$$\varepsilon = \frac{th(m.L) + G}{m.L + G.th(m.L)}$$

## Chapitre VI Convection

### VI.1 Introduction

La convection est un mode de transfert de chaleur résultant de l'action conjointe de la conduction et du mouvement du fluide. Elle constitue le principal mécanisme d'échange thermique entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz). La chaleur est d'abord transmise par conduction aux couches de fluide adjacentes, puis transportée par le déplacement du fluide vers des zones de plus basse température. Lorsque ce mouvement est dû uniquement aux différences de température, on parle de convection naturelle ; lorsqu'il est induit par un dispositif externe tel qu'une pompe ou un ventilateur, il s'agit de convection forcée.

On peut exprimer le flux de chaleur transmis par convection entre une paroi solide et un fluide au moyen de l'équation :

$$\phi = hS(T_1 - T_2)$$

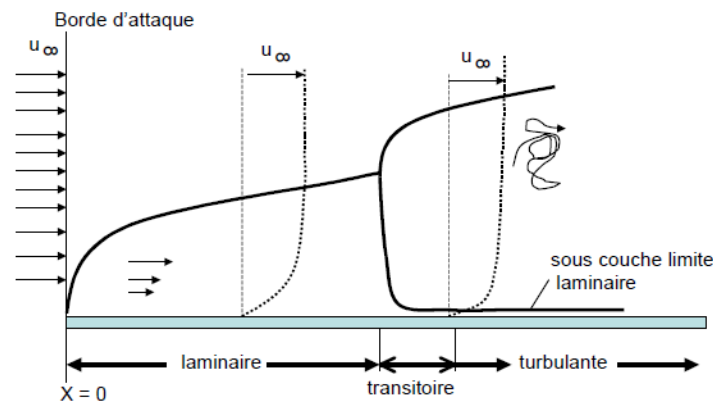
Sous cette forme, l'équation de la convection semble être tout à fait simple. En réalité, il n'en est rien, car précédente est une définition de l'unité de conductance thermique moyenne par convection plutôt qu'une loi de transmission de la chaleur par convection. Le coefficient d'échange de chaleur par convection est, en effet, une fonction l'écoulement du fluide, des propriétés thermiques du milieu fluide et de la géométrie du système. Sa valeur numérique n'est généralement pas uniforme sur une surface et elle dépend également du lieu où on mesure la température.

Le transfert d'énergie par convection étant étroitement lié au mouvement du fluide, il est nécessaire d'analyser le mécanisme d'écoulement avant d'examiner le transfert de chaleur. L'un des aspects fondamentaux de l'étude hydrodynamique consiste à déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent. Lorsqu'un fluide s'écoule de manière laminaire le long d'une surface dont la température diffère de la sienne, la chaleur est transmise uniquement par conduction, aussi bien à l'intérieur du fluide qu'à l'interface fluide – paroi. En revanche, dans un écoulement turbulent, le mécanisme de conduction est renforcé par la présence de nombreux tourbillons. Le mélange de petits volumes de fluide favorise le transport de l'énergie, de sorte qu'une augmentation du degré de turbulence entraîne une intensification du transfert de chaleur par convection.

Lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une surface, quelle que soit la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent), les molécules situées à proximité de la paroi sont ralenties sous l'effet des forces visqueuses. Les molécules adjacentes à la surface adhèrent à celle-ci et présentent une vitesse nulle par rapport à la paroi, conformément à la condition de non-glissement. Les couches de fluide plus éloignées, cherchant à se déplacer par rapport à ces molécules immobiles, subissent un ralentissement, ce qui engendre des forces de cisaillement.

Dans un écoulement laminaire, ces interactions, appelées cisaillement visqueux, se produisent à l'échelle microscopique entre les molécules. Dans le cas d'un écoulement turbulent, un cisaillement supplémentaire, dit cisaillement turbulent, résultant des interactions macroscopiques entre les masses de fluide, se superpose au cisaillement visqueux. Les effets des forces visqueuses générées à la paroi se propagent dans le fluide, mais à une certaine distance de celle-ci, la vitesse des particules fluides atteint celle de l'écoulement libre non perturbé.

La zone dans laquelle les variations de vitesse sont significatives est appelée couche limite hydrodynamique. Son épaisseur est définie comme la distance mesurée à partir de la paroi pour laquelle la vitesse locale atteint 99 % de la vitesse  $u_\infty$  du fluide loin de la surface. Le profil de vitesse à l'intérieur de la couche limite dépend de la nature de l'écoulement. À mesure que le fluide progresse le long de la plaque, les forces de cisaillement ralentissent progressivement son mouvement et l'épaisseur de la couche limite augmente. La figure ci-dessous illustre l'évolution de la couche limite ainsi que les profils de vitesse à différentes positions le long de la plaque.



**Figure VI.1** Profils des vitesses pour les couches limites laminaire et turbulente dans un écoulement sur une plaque plane.

## VI.2 Evaluation de coefficient d'échange de chaleur par convection, (analyse dimensionnelle et détermination des groupes adimensionnels)

Il existe quatre méthodes générales pour déterminer les coefficients d'échange de chaleur par convection :

1. L'analyse dimensionnelle combinée avec les expériences.
2. Les solutions mathématiques exactes des équations de la couche limite.
3. Les études approchées de la couche limite par les méthodes d'intégration.
4. L'analogie entre le transfert de chaleur, de masse et de quantité de mouvement.

L'analyse dimensionnelle nécessite des calculs mathématiques simples, son champ d'application est le plus vaste. La principale restriction de cette méthode provient du fait que les résultats obtenus sont incomplets et tout à fait inutiles sans les données expérimentales.

Elle contribue peu à notre compréhension du processus de transfert mais facilite l'interprétation et étend le domaine d'application des données expérimentales en les rassemblant suivant des groupes adimensionnels.

Dans la pratique, les coefficients d'échange de chaleur par convection sont généralement calculés à partir des équations empiriques obtenues en établissant une corrélation entre les données expérimentales au moyen de l'analyse dimensionnelle. Pour appliquer l'analyse dimensionnelle il est indispensable de connaître au préalable les variables qui influencent le phénomène, et le succès ou l'échec de la méthode dépend du choix approprié de ces variables. La première étape consiste à choisir un système de dimensions fondamentales. Celles-ci seront la longueur L, le temps T, la température  $\theta$  et la masse M. A partir ces dimensions fondamentales toutes les autres grandeurs peuvent être définies. Par exemple :

$$Q = mC\Delta T \text{ [J = Nm = kg m}^2 \text{ s}^{-2}\text{]}$$

$$[Q] = ML^2T^{-2}$$

### VI.3 Détermination des groupes adimensionnelle (cas de la convection)

#### VI.3.1 Détermination du coefficient h

h dépend:

- de la conduction entre les particules de fluide
- du mélange de ces particules par suite du mouvement d'ensemble du fluide
- l'échange de chaleur peut être accompagné d'un changement de phase

#### VI.3.2 Différents échanges convectifs

- échange thermique monophasique en convection forcée
- échange thermique monophasique en convection naturelle
- échange thermique accompagné d'ébullition
- échange thermique accompagné de condensation

Le problème consiste à préciser l'expression du flux thermique  $\Phi$  échangé entre le fluide extérieur à la température  $T_\infty$  et une longueur unité de la surface du tuyau à la température  $T_p$

#### VI.3.3 Convection forcée sans changement d'état

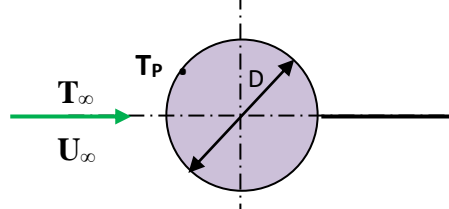


Figure VI.2 Exemple d'un cylindre

##### VI.3.3.1 Flux thermique transféré par l'écoulement autour d'un tube

$$\phi = h(T_p - T_\infty).\pi.D$$

Avec  $\phi$  : Flux transféré en W

$h$  : coefficient de convection en  $W/(m^2.K)$

$(T_P - T_\infty)$  : Ecart de température en K

$\pi.D$  : Surface d'échange par mètre de tuyau, en  $m^2$

**Tableau 1 Grandeurs physiques et 4 dimensions: M, L, T et  $\theta$**

Grandeurs	Symbole	Unité S.I.	Equation aux dimensions
Diamètre du tuyau	D	m	L
Vitesse du fluide	$U_\infty$	m/s	$L.T^{-1}$
Masse volumique du fluide	$\rho$	$Kg/m^3$	$M.L^{-3}$
Viscosité dynamique du fluide	$\mu$	$Kg/(m.s)$	$M.L^{-1}.T^{-1}$
Conductivité thermique du fluide	$\lambda$	$W/(m.K)$	$M.L.T^{-3}\theta^{-1}$
Capacité thermique massique du fluide	C	$J/(Kg.K)$	$L^2.T^{-2}\theta^{-1}$
Coefficient d'échange convectif	h	$W/(m^2.K)$	$M.T^{-3}\theta^{-1}$
Ecart de température	$T_P - T_\infty$	K	$\theta$

#### VI.3.4 Le théorème de VASCHY-BUCKINGHAM

Permet de prévoir que la forme la plus générale de la loi physique décrivant le phénomène étudié s'écrira:

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = 0$$

où les  $\pi_i$  sont des groupements sans dimension de la forme:

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g (T_P - T_\infty)^i$$

##### VI.3.4.1 Equations aux dimensions des 8 grandeurs

	D	$U_\infty$	$\rho$	$\mu$	$\lambda$	C	h	$(T_P - T_\infty)$
L, Longueur	1	1	-3	-1	-1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
$\theta$ , Température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1

##### VI.3.4.2 Dimension d'un groupement $\pi$

Définition d'un groupement  $\pi$

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g (T_P - T_\infty)^i$$

où a, b, c, d, e, f, g, i sont 8 paramètres inconnus.

	D	$U_\infty$	$\rho$	$\mu$	$\lambda$	C	h	$(T_P - T_\infty)$
L, Longueur	1	1	-3	-1	-1	2	0	0
<u>M, Masse</u>	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
$\theta$ , Température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
Contribution de la masse à la dimension du groupement $\pi$	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g (T_P - T_\infty)^i$$

	D	$U_\infty$	$\rho$	$\mu$	$\lambda$	C	h	$(T_p - T_\infty)$
L, Longueur	1	1	-3	-1	-1	2	0	0
<u>M, Masse</u>	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
$\theta$ , Température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
Contribution du temps à la dimension du groupement $\pi$	rien	-c	rien	-e	-3b	-2f	g	rien

Soit :

$$-3b - c - e - 2f - 3g = 0$$

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g (T_p - T_\infty)^i$$

	D	$U_\infty$	$\rho$	$\mu$	$\lambda$	C	h	$(T_p - T_\infty)$
L, Longueur	1	1	-3	-1	-1	2	0	0
<u>M, Masse</u>	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
$\theta$ , Température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
Contribution de la température à la dimension du groupement $\pi$	rien	rien	rien	rien	-b	-f	-g	-e

Soit :

$$-b - f - g + i = 0$$

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g (T_p - T_\infty)^i$$

**Dimension d'un groupement  $\pi$**

$$[\pi] = [M]^{b+d+e+g} [L]^{a+b+c-3d-e+2f} [T]^{-3b-c-e-2f-3g} [\theta]^{-b-f-g+i}$$

Chacun de ces termes en exposant doit être nul

**Groupelements  $\pi$  sans dimension**

$$\begin{cases} b + d + e + g = 0 \\ a + b + c - 3d - e + 2f = 0 \\ -3b - c - e - 2f - 3g = 0 \\ -b - f - g + i = 0 \end{cases}$$

4 conditions pour que qu'un  $\pi$  soit adimensionnel mais 8 paramètres inconnus !

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire :

$G = 1 \implies$  pour obtenir une loi de la forme  $h = f(\dots)$

$C = d = 0 \implies$  le groupement  $\pi$  trouvé ne dépendra pas de l'énergie cinétique du fluide  $\rho U^2$

$i = 0 \implies$  le groupement  $\pi$  trouvé ne dépendra pas de l'écart de température  $T_p - T_\infty$

Avec  $g = 1$  et  $c = d = i = 0$

$$\begin{cases} b + d + e + g = 0 \\ a + b + c - 3d - e + 2f = 0 \\ -3b - c - e - 2f - 3g = 0 \\ -b - f - g + i = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b + e = -1 \\ a + b + 2f - e = 0 \\ -3b - e - 2f = 3 \\ -b - f = 1 \end{cases}$$



On aura:

$$\mathbf{a} = 1 \quad \mathbf{b} = -1 \quad \mathbf{e} = 0 \quad \mathbf{f} = 0$$

$$\text{Avec :} \quad \mathbf{g} = 1 \quad \text{et :} \quad \mathbf{c} = \mathbf{d} = \mathbf{i} = 0$$

$$\mathbf{a} = 1 \quad \mathbf{b} = -1 \quad \mathbf{e} = 0 \quad \mathbf{f} = 0$$

$$\pi_1 = N_u = \mathbf{h.D}/\lambda$$

$N_u$  = Coefficient de convection  $\mathbf{h}$  mis sous forme adimensionnelle

$$\mathbf{F}_{\text{convectif}} = \mathbf{h} (T_p - T_\infty) (\mathbf{DL})$$

$$N_u = \mathbf{F}_{\text{convectif}} / \text{Flux de référence} = \mathbf{h} (T_p - T_\infty) (\mathbf{DL}) / [\lambda (\mathbf{DL}) (T_p - T_\infty) / \mathbf{D}]$$

$$N_u = \mathbf{hD}/\lambda$$

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{b} = 0 \\ \mathbf{f} = 0 \\ \mathbf{g} = 0 \\ \mathbf{i} = 0 \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{De manière à ne pas conserver que les} \\ \text{caractéristiques de l'interaction fluide-} \\ \text{obstacle créant le transfert de chaleur :} \end{array}$$

$$\text{ⓐ celles du fluide: } \rho, \mu$$

$$\text{ⓑ celles de l'écoulement : } U_\infty, D$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{f} = \mathbf{g} = \mathbf{i} = 0$$

$$\pi_2 = \mathbf{Re} = \rho \cdot U_\infty \cdot D / \mu$$

$$\mathbf{Re} = \text{Forces d'inertie} / \text{Forces de viscosité} = \rho \cdot U_\infty \cdot D / \mu$$

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 0 \\ \mathbf{c} = 0 \\ \mathbf{g} = 0 \\ \mathbf{i} = 0 \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} \text{de manière à ne conserver que les caractéristiques du fluide :} \\ \rho, \mu, \lambda, C \end{array}$$

$$\text{Avec : } \mathbf{a} = \mathbf{c} = \mathbf{g} = \mathbf{i} = 0$$

$$\pi_3 = \mathbf{Pr} = \mu \cdot C / \lambda$$

$$\mathbf{Pr} = \text{Viscosité dynamique} / \text{Diffusivité thermique} = \frac{\mu/\rho}{\lambda/\rho \cdot c} = \frac{\mu \cdot c}{\lambda}$$

Pr compare les influences respectives:

- du profil de vitesse du fluide (viscosité)
- du profil de température (diffusivité)

Pour les gaz usuels, Pr est voisin de 0.75

Le transfert de chaleur convectif

implique une relation entre 4  $\rightarrow F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = 0$   
nombres sans dimension

$$F(N_u, Re, Pr, Ec) = 0$$

$$Nu = \frac{h D}{\lambda}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot U_\infty \cdot D}{\mu}$$

$$Pr = \frac{\mu \cdot C}{\lambda}$$

Le quatrième groupement adimensionnel possible est le Nombred'Eckert. Il n'intervient que dans la description d'écoulements proches de la vitesse du son.

Nombre de Peclet: rapport des flux thermiques par convection et par conduction

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} \cdot \frac{\mu \cdot Cp}{\lambda}$$

$$Pe = \frac{U.D}{a}$$

Avec  $a$ , diffusivité thermique =  $\frac{\lambda}{\rho.Cp}$

### VI.3.5 Ecoulement de la chaleur en régime laminaire et en régime turbulent (convection forcée)

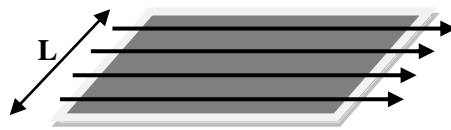
- a) Cas d'une plaque plane parallèle à l'écoulement laminaire :

le nombre de Nusselt en un point situé à une distance  $x$  du bord de la plaque est :

$$Nu(x) = 0.322[Re(x)^{1/2}][Pr]^{1/3}$$

où la fonctionnalité de  $x$  indique que dans le calcul de  $Nu$  et de  $Re$  la dimension  $d$  est à remplacer par  $x$ . Le nombre de Nusselt moyen sur une plaque de largeur  $L$  est :

$$Nu(L) = 0.664[Re(L)^{1/2}][Pr]^{1/3}$$

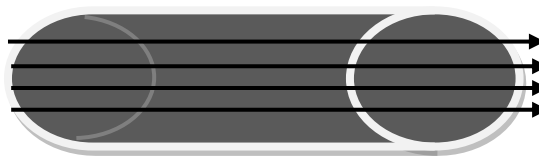


**Figure VI.3** Exemple d'une plaque plane avec un écoulement laminaire

- b) Cas d'un écoulement laminaire dans un tube :

Pratiquement on considère deux domaines :

- 1) Le régime est établi :  $Nu = 3.7$



**Figure VI.4** Exemple d'un tube

Ceci correspond à la région où

$$\frac{x}{r.Re.Pr} > 0.1$$

Avec  $x$  : distance à partir de l'entrée du tube.

$r$  : rayon du tube

le produit  $Re.Pr = Pe$  (nombre de Péclet).

Cette condition correspond à :

Pour l'air :  $x/r > 80$

Pour l'eau :  $x/r > 600$

Pour l'huile :  $x/r > 10000$

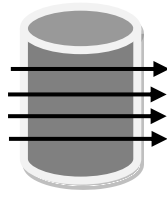
Donc dans un tuyau d'un mètre de rayon, il faut 600 m avant que l'eau entre en régime établi.

- 2) Le régime n'est pas établi :

$$Nu = 1.06.\left(\frac{x}{r.Re.Pr}\right)^{1/3}$$

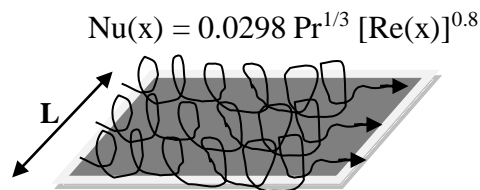
- c) Cas d'un tube perpendiculaire à l'écoulement laminaire :

$$Nu = 0.82 Re^{0.4} Pr^{0.3}$$



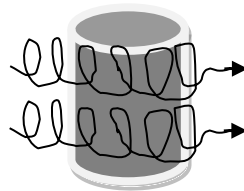
**Figure VI.4** Exemple d'un tube perpendiculaire à l'écoulement laminaire

**d)** Cas d'une plaque plane parallèle à l'écoulement turbulent :



**Figure VI.5** Exemple d'une plaque plane avec un écoulement turbulent

**e)** Cas d'un tube lisse perpendiculaire à l'écoulement turbulent :



**Figure VI.6** Exemple d'un tube perpendiculaire à l'écoulement turbulent

Dans le cas des gaz la formule adoptée en pratique est :

$$Nu = 0.026 (Re.Pr)^{3/4}$$

Pour les liquides, on utilise surtout l'équation suivante :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

## **Chapitre V LES ECHANGEURS DE CHALEURS**

### **V.1 Introduction**

Un échangeur de chaleur est un dispositif conçu pour assurer le transfert d'énergie thermique entre deux fluides. Dans les configurations les plus courantes, ces fluides sont séparés par une paroi solide à travers laquelle la chaleur se transmet par conduction, tandis que les échanges thermiques entre les fluides et la paroi sont principalement gouvernés par la convection.

Dans certains types d'échangeurs, le transfert thermique s'accompagne d'un changement de phase de l'un des fluides, comme c'est le cas des condenseurs, des évaporateurs, des générateurs de vapeur ou encore des tours de refroidissement.

L'étude complète d'un échangeur de chaleur comprend plusieurs volets : une analyse thermique et hydraulique, une étude mécanique, ainsi qu'une optimisation économique. L'analyse thermique vise principalement à déterminer la surface d'échange requise, le flux thermique transféré et l'évolution des températures des deux fluides entre l'entrée et la sortie de l'appareil.

L'analyse hydraulique permet d'évaluer les pertes de charge engendrées par l'écoulement des fluides, tandis que l'étude mécanique porte sur le calcul des efforts et des contraintes subis par l'équipement en fonctionnement, en tenant compte des conditions de température et de pression.

L'optimisation économique consiste à rechercher le meilleur compromis, pour une puissance thermique donnée, entre une surface d'échange réduite associée à des vitesses d'écoulement élevées impliquant une puissance de pompage importante et une surface d'échange plus importante permettant des vitesses de circulation plus faibles.

### **V. 2 Principaux types d'échangeurs**

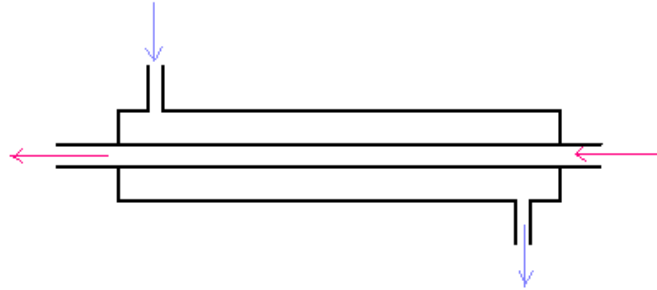
#### **V.2.1 Classification**

Les échangeurs thermiques présentent une extrême variété. On distingue trois catégories principales:

- Les échangeurs par mélange, dans lesquels les deux fluides sont intimement mélangés. Dans cette catégorie, on peut citer les désurchauffeurs de vapeur, les dégazeurs, les ballons de détente de purges.
- Les régénérateurs ou échangeurs discontinus. Dans ces appareils, la surface d'échange est alternativement mise en contact avec le fluide froid et le fluide chaud. Un exemple classique en centrale thermique est celui des réchauffeurs d'air rotatifs.
- Les échangeurs continus. Dans cette catégorie qui est la plus importante en raison de ses nombreuses applications industrielles, les deux fluides circulent de manière continue de part et d'autre de la surface d'échange. Selon la géométrie de cette surface d'échange, on distinguera les échangeurs tubulaires et les échangeurs à plaques.

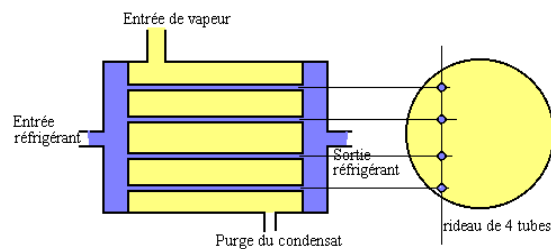
### V.2.2 Principaux types d'échangeurs continus

Un des modèles les plus simples d'échangeur que l'on puisse imaginer est constitué de deux tubes coaxiaux. L'un des fluides s'écoule dans le tube central, et l'autre dans l'espace annulaire, les deux fluides pouvant circuler dans le même sens ou en sens contraire.



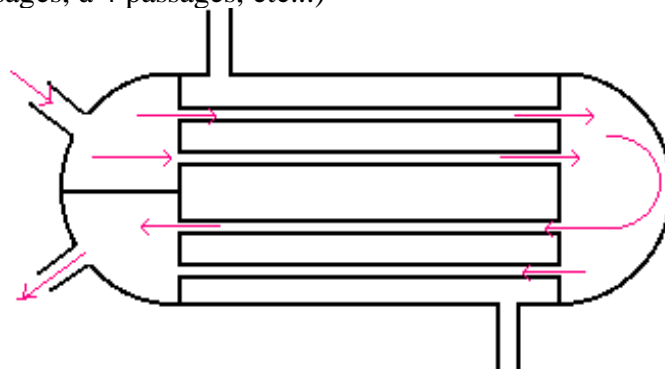
**Figure V.1** Echangeur double tube

Il est difficile d'obtenir des surfaces d'échange importantes avec ce type d'échangeur, sans aboutir à des appareils très encombrants. Aussi choisit-on plutôt de disposer un *faisceau de tubes* dans une enveloppe unique appelée *calandre*. L'un des fluides circule dans les tubes, et l'autre autour des tubes, dans la calandre.



**Figure V.2** Echangeur à faisceau tubulaire à simple passe

Différentes variantes permettent de multiplier les passages d'un des fluides dans l'appareil (échangeurs à 2 passages, à 4 passages, etc...)



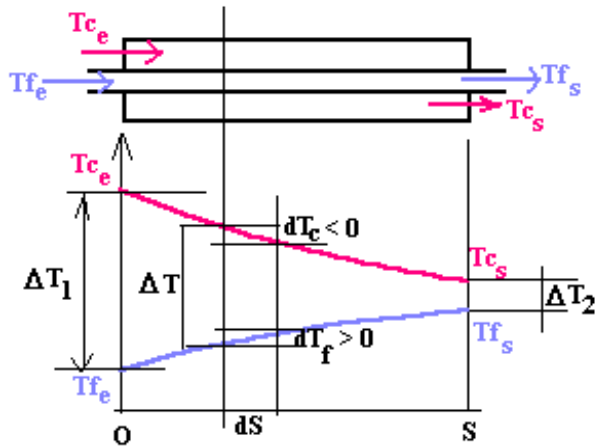
**Figure V.3** Echangeur à deux passages

### V.3 Distribution des températures dans un échangeur

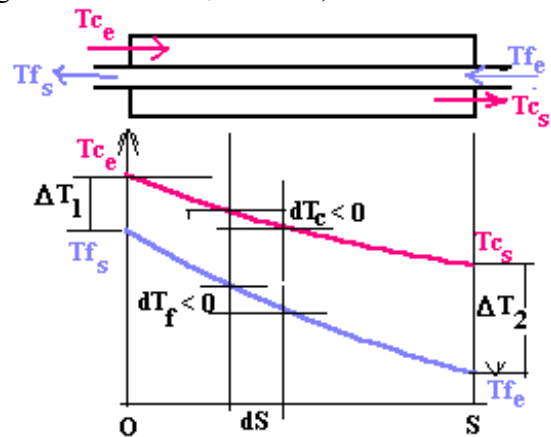
Les températures des fluides évoluent pendant leur traversée longitudinale de l'échangeur, à moins que l'un des fluides ne subisse un changement de phase, auquel cas sa température reste constante.

Dans ce qui suit, nous considérerons le cas simple d'un échangeur « double tube » à un seul passage, en prenant en compte les deux agencements possibles: courants parallèles ou contre-courants.

On s'intéresse à la variation des températures  $T_c(x)$  du fluide chaud et  $T_f(x)$  du fluide froid, depuis l'entrée de l'appareil (abscisse  $x = 0$ , surface d'échange déjà « vue », indice e), jusqu'à la sortie (abscisse  $x = S$ , surface d'échange totale « vue », indice s).



**Figure V.4** Distribution des températures dans un échangeur à courants parallèles



**Figure V.5** Distribution des températures dans un échangeur à contre-courants

On remarquera que dans un échangeur à contre-courant, la température de sortie du fluide « froid » peut devenir supérieure à la température de sortie du fluide « chaud », ce qui n'est pas possible avec la disposition à courants parallèles.

#### V.4 Méthode de la différence logarithmique de température

Si  $T_c$  et  $T_f$  sont les températures des deux fluides au droit de l'élément  $dS$  de la surface d'échange, le flux thermique  $d\Phi$  échangé entre les deux fluides à travers  $dS$  peut s'écrire:

$$d\Phi = k (T_c - T_f) dS \quad (V.1)$$

$k$  est le coefficient d'échange global entre les deux fluides, au niveau de l'élément  $dS$ . Il est exprimé en  $W/(m^2 \cdot ^\circ C)$ . Il s'agit d'un paramètre local, qui peut changer le long de l'échangeur. Il représente la « conductance thermique » interposée entre les deux fluides, qui comprend trois termes: les deux coefficients d'échange fluides-parois, et un terme de conduction à travers la paroi solide.

Dans ce qui suit, nous supposerons un échangeur *sans pertes*, c'est-à-dire un échangeur dans lequel la chaleur cédée par le fluide chaud est intégralement transmise au fluide froid.

Dans ces conditions, le flux de chaleur  $d\Phi$  transmis du fluide chaud au fluide froid à travers l'élément  $dS$  s'écrira, dans le cas de l'échangeur à courants parallèles (figure V.4):

$$d\Phi = -\dot{m}_c C_{pc} dT_c = \dot{m}_f C_{pf} dT_f \quad (V.2)$$

Flux perdu par  
le fluide chaud

Flux gagné par  
le fluide froid

$\dot{m}_c$  et  $\dot{m}_f$  sont les débits massiques respectifs des fluides chaud et froid, en kg/s.

$C_{pc}$  et  $C_{pf}$  sont leurs chaleurs massiques à pression constante, en  $J/(kg \cdot ^\circ C)$ .

De (V.2) on tire:

$$dT_c = -\frac{d\phi}{\dot{m}_c C_{pc}} \text{ et } dT_f = -\frac{d\phi}{\dot{m}_f C_{pf}}$$

d'où la différence:

$$dT_c - dT_f = d(T_c - T_f) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right) d\phi \quad (V.3)$$

Si on remplace  $d\phi$  par son expression générale introduite en (8.1), il vient:

$$d(T_c - T_f) = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right) k \cdot (T_c - T_f) dS$$

relation que l'on peut mettre sous la forme:

$$\frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right) k \cdot dS$$

Si l'on admet que le coefficient local  $k$  reste constant tout le long de l'échangeur, on peut intégrer l'équation différentielle ci-dessus depuis  $S = 0$  jusqu'à la valeur maximale  $S$ . Il vient alors:

$$[\text{Log}(T_c - T_f)]_{S=0}^S = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right) k \cdot dS$$

A l'entrée de l'échangeur ( $S = 0$ ), on a:  $T_c - T_f = T_{ce} - T_{fe}$ ,

A la sortie de l'échangeur ( $x = S$ ), on a:  $T_c - T_f = T_{cs} - T_{fs}$ ,

d'où la relation:

$$\text{Log} \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{pc}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{pf}}\right) k \cdot dS \quad (V.4)$$

Mais on peut également exprimer le flux total échangé en fonction des températures d'entrée et de sortie des fluides; c'est faire le bilan enthalpique global de chaque fluide, ce qui s'écrit:

$$\phi = \dot{m}_c C_{pc} (T_{ce} - T_{cs}) = \dot{m}_f C_{pf} (T_{fs} - T_{fe}) \quad (V.5)$$

En remplaçant dans (V.4) les expressions de  $\dot{m}_c C_{pc}$  et  $\dot{m}_f C_{pf}$  tirées de (V.5), on obtient:

$$\text{Log} \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\left(\frac{(T_{ce} - T_{cs})}{\phi} + \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{\phi}\right) k \cdot S = [(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})] \frac{k \cdot S}{\phi}$$

expression d'où on tire finalement la puissance thermique totale échangée, dans l'hypothèse d'une circulation à courants parallèles:

$$\Phi = k \frac{(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})}{\text{Log} \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}} S \quad (V.6)$$

Dans l'hypothèse d'une circulation à contre-courant, la variation de température  $dT_f$  du fluide froid quand on augmente la surface d'échange de  $dS$ , devient négative. Dans ces conditions, les relations (V.2) doivent s'écrire:

$$d\phi = -\dot{m}_c C_{pc} dT_c = \dot{m}_f C_{pf} dT_f \quad (V.7)$$

Flux perdu par  
le fluide chaud

Flux gagné par  
le fluide froid

Des calculs absolument analogues aux précédents conduisent alors à la relation qui donne la puissance thermique totale échangée, dans l'hypothèse d'une circulation à contre-courants:

$$\Phi = k \frac{(T_{ce} - T_{fs}) - (T_{cs} - T_{fe})}{\text{Log} \frac{T_{ce} - T_{fs}}{T_{cs} - T_{fe}}} S \quad (\text{V.8})$$

Les expressions (V.6) et (V.8) peuvent recevoir la même formulation, si on introduit la grandeur:

$$\Delta T = T_c - T_f$$

$\Delta T$  désignant la différence de température entre le fluide chaud et le fluide froid, dans une section donnée de l'échangeur.

Si on affecte les indices 1 et 2 à chaque extrémité de l'échangeur, on voit que:

Dans le cas d'un échangeur à contre-courant (figure V.5), on aura:

$$\Delta T_1 = T_{ce} - T_{fs} \quad \text{et} \quad \Delta T_2 = T_{cs} - T_{fe}$$

et la formule (V.8) s'écrit donc:

$$\Phi = k \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\text{Log} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} S \quad (\text{V.8 bis})$$

Dans le cas d'un échangeur à courants parallèles (figure 8.4), on aura cette fois:

$$\Delta T_1 = T_{ce} - T_{fe} \quad \text{et} \quad \Delta T_2 = T_{cs} - T_{fs}$$

et la formule (8.6) s'écrit donc:

$$\Phi = k \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\text{Log} \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} S = k \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\text{Log} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} S \quad (\text{V.6 bis})$$

On voit que la formulation est la même, que l'échangeur soit à courants parallèles ou à contre-courants.

La puissance thermique d'un échangeur tubulaire continu est donnée par la relation générale suivante:

$$\Phi = k S \Delta T_{LM} \quad \text{avec:} \quad \Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\text{Log} \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \quad (\text{V.9})$$

$\Delta T_{LM}$  est appelée la différence de température logarithmique moyenne entre les deux fluides (DTLM)

L'expression (8.9) signifie que la puissance thermique échangée est proportionnelle à l'aire de la surface d'échange et à la différence de température logarithmique moyenne.

Le coefficient de proportionnalité est le coefficient d'échange global  $k$  introduit en (V.1), coefficient  $k$  dont on a admis la constance tout le long de l'échangeur.

## V.5 Evaluation du coefficient d'échange global $k$

Pour pouvoir calculer la puissance thermique d'un échangeur à l'aide de la relation précédente:



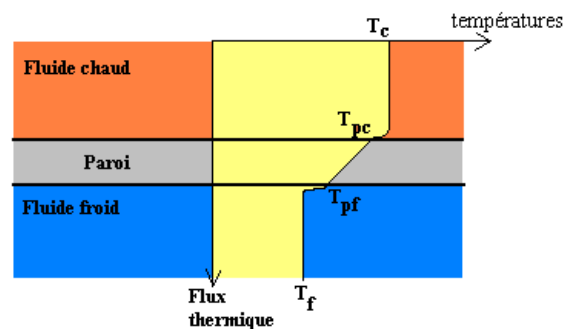
$$\Phi = k S \Delta T_{LM} \quad \text{avec: } \Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\text{Log} \frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}} \quad (\text{V.9})$$

il est encore nécessaire de connaître le coefficient global d'échange défini par la relation:

$$d\Phi = k (T_c - T_f) dS \quad (\text{V.1})$$

Le transfert de chaleur du fluide chaud au fluide froid est la résultante de trois phénomènes successifs:

- Convection entre le fluide chaud et la face externe de la paroi solide.
- Conduction à travers cette paroi solide.
- Convection entre la face interne de la paroi solide et le fluide froid.



**Figure V.6** Profil de température lors de l'échange à travers un élément de surface  $dS$

La figure V.6 ci-contre donne l'allure qualitative du profil de température lors de l'échange à travers un élément de paroi plane.

Nous avons déjà étudié en détail la modélisation d'un tel transfert de chaleur à travers une paroi en contact avec deux fluides <sup>1</sup>.

On y a vu que la convection dans le fluide chaud est régie par un coefficient de convection  $h_c$  permettant de définir une résistance thermique convective  $1/h_c S$ .

De même, la convection dans le fluide froid est régie par un coefficient de convection  $h_f$  permettant de définir une résistance thermique convective  $1/h_f S$ .

Quant à la conduction à travers la paroi solide d'épaisseur  $e$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , il en est rendu compte par une résistance thermique de conduction  $e/\lambda S$ .

De sorte que le flux thermique transféré du fluide chaud au fluide froid est donné par l'expression:

$$\Phi = \frac{T_c - T_f}{\frac{1}{h_c S} + \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_f S}} \quad (\text{V.10})$$

soit encore:

$$\Phi = k S (T_c - T_f) \quad (\text{V.1 bis})$$

en introduisant le coefficient d'échange global  $k$  défini par:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_f}} \quad (\text{V.11})$$

Cette modélisation doit encore être complétée sur deux points pour rendre compte correctement des phénomènes dans un échangeur réel:

1) Dans la relation (8.10), nous avons supposé la même surface d'échange  $S$  côté chaud et côté froid. Dans la pratique, la surface d'échange n'a pas toujours la même étendue au contact des deux fluides.

Il faut donc introduire des surfaces d'échange  $S_c$  et  $S_f$ , et rapporter le coefficient d'échange global, soit à l'unité de surface d'échange côté chaud - et on le notera  $k_c$  - soit à l'unité de surface d'échange côté froid - et on le notera  $k_f$ .

2) De plus, au bout d'un certain temps de fonctionnement, les parois d'échange se recouvrent d'un film d'encrassement. Ces dépôts de tartre et de salissures ont une conductivité thermique faible par rapport à celle du métal, et constituent donc des résistances thermiques supplémentaires  $R_{ec}$  et  $R_{ef}$  s'opposant à l'échange.

En définitive, la performance réelle de l'échangeur sera déduite du calcul de l'un ou de l'autre des deux coefficients d'échange global suivants:

$$k_c = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + R_{ec} + \frac{e}{\lambda} \frac{S_c}{S_m} + \left( R_{ef} + \frac{1}{h_f} \right) \frac{S_c}{S_f}} \quad (\text{V.12 a})$$

ou:

$$k_f = \frac{1}{\frac{1}{h_f} + R_{ef} + \frac{e}{\lambda} \frac{S_f}{S_m} + \left( R_{ec} + \frac{1}{h_c} \right) \frac{S_f}{S_c}} \quad (\text{V.12 b})$$

Dans ces formules:

$S_f$  est l'aire de la surface d'échange côté froid, en  $\text{m}^2$

$S_c$  est l'aire de la surface d'échange côté chaud, en  $\text{m}^2$

$S_m$  est l'aire de la surface d'échange moyenne, en  $\text{m}^2$

$R_{ec}$  et  $R_{ef}$  sont les résistances par unité de surface des films d'encrassement déposés du côté chaud et du côté froid de la surface d'échange, en  $(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})/\text{W}$

$k_c$  et  $k_f$  s'expriment en  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$

#### **V.6 Ordre de grandeur des résistances d'encrassement $R_e$**

Des mesures comparatives entre les conditions de mise en service, puis le fonctionnement au cours du temps, ont permis de déduire les valeurs des résistances d'encrassement.

Ces résistances sont comprises en gros entre  $1 \cdot 10^{-4}$  et  $20 \cdot 10^{-4} (\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})/\text{W}$

Le tableau suivant indique les valeurs recommandées dans différents cas:

<b>eau de mer</b>	$1 \cdot 10^{-4}$
<b>eau de rivière très sale</b>	$10 \text{ à } 20 \cdot 10^{-4}$
<b>eau traitée pour chaudières</b>	$2 \cdot 10^{-4}$
<b>air « industriel »</b>	$4 \cdot 10^{-4}$

## V.7 Estimation des coefficients d'échange par convection $h_c$ et $h_r$

La démarche pratique est la suivante :

1) On évalue le Nombre de PRANDTL de chaque écoulement, à partir des propriétés physiques du fluide considéré:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (V.10)$$

$\mu$  est la viscosité dynamique, en kg/(m.s)

$C_p$  la chaleur massique à pression constante, en J/(kg.°C)

$\lambda$  la conductivité thermique en W/(m².°C)

2) On calcule ensuite le Nombre de REYNOLDS de chaque écoulement:

$$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu} \quad (V.10)$$

où  $\rho U$  est la vitesse massique du fluide, en kg/(m².s) :

$\rho U = \frac{\dot{m}}{S}$  avec :  $\dot{m}$  est le débit massique en kg/s et,  $S$  l'aire de la section droite de la veine fluide, en m².

$D_h$  est le diamètre hydraulique en m.

$D_h = \frac{4s}{p}$  avec :  $S$  est l'aire de la section droite de la veine fluide, en m² et,  $p$  le périmètre mouillé par la veine fluide, en m

Dans le cas d'un tube,  $D_h$  est égal au diamètre  $D$  du tube.

La valeur obtenue pour le Nombre de REYNOLDS permet de savoir quel est le régime de l'écoulement, laminaire ou turbulent.

3) La connaissance des Nombres de PRANDTL et de REYNOLDS permet alors de calculer, pour un écoulement donné, le Nombre de NUSSELT:

$$Nu = \frac{h D_h}{\lambda} \quad (V.10)$$

à partir des corrélations expérimentales :

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (V.11)$$

On se reportera pour cela au Chapitre 4, et aux formules (5.13) à (5.25), en fonction de chaque configuration rencontrée.

4) Du Nombre de NUSSELT, on déduit alors le coefficient d'échange convectif  $h$  cherché.

L'approche présentée est vraiment élémentaire, et devrait être complétée par la prise en compte de beaucoup d'autres phénomènes, si on désirait réellement traiter un projet de bureau d'étude. Parmi ces phénomènes dont on ne parlera pas ici, on peut citer:

- Les effets des variations de température le long de l'échangeur sur la viscosité des fluides, et par conséquent sur la distribution des vitesses dans la veine, et *in fine* sur le coefficient d'échange convectif.
- La présence de chicanes dans les calandres, compliquant les trajectoires suivies par le fluide.

- L'utilisation de tubes ailetés, les ailettes ayant pour but d'améliorer l'échange.

### V.8 Exemple récapitulatif

On désire refroidir jusqu'à 30°C, au moyen d'un échangeur à contre-courant, une huile dont la température initiale est de 110°C, le débit massique de 5.000 kg/heure, et la chaleur massique de 2.100 J/(kg.°C).

Le fluide de refroidissement utilisé sera de l'eau entrant dans l'appareil à 12°C, avec un débit massique de 12.000 kg/heure.

Déterminer la surface d'échange nécessaire et la température de sortie de l'eau.

#### V.8.1 Calcul de la puissance thermique échangée

On peut immédiatement faire le bilan enthalpique de l'huile, entre l'entrée et la sortie.

La puissance thermique cédée par l'huile est:

$$\dot{Q} = \dot{m}_c C_{pc} (T_{ce} - T_{cs}) = \frac{5000}{3600} 2100 (110 - 30) = 233 \text{ kW}$$

On admet que cette puissance est intégralement récupérée par le fluide de refroidissement (Hypothèse de l'échangeur sans pertes), d'où le bilan enthalpique de l'eau:

$$\dot{Q} = \dot{m}_f C_{pf} (T_{fs} - T_{fe}) = \frac{12000}{3600} 4180 (T_{fs} - 12) = 233 \text{ kW}$$

$$\Phi = \dot{m}_f C_{pf} (T_{fs} - T_{fe}) = \frac{12000}{3600} 4180 (T_{fs} - 12) = 233 \text{ kW}$$

#### V.8.2 Calcul de la température de sortie $T_{fs}$ de l'eau

De la relation ci-dessus, on déduit la température de sortie  $T_{fs}$  de l'eau:

$$T_{fs} = 12 + \frac{233333 \cdot 3600}{12000 \cdot 4180} = 28,7 \text{ °C}$$

#### V.8.3 Calcul de la différence de température logarithmique moyenne

On peut alors calculer la différence de température logarithmique moyenne  $\Delta T_{LM}$  entre les deux fluides (DTLM):

$$\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\text{Log} \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

où

$$\Delta T_1 = T_{ce} - T_{fs} = 110 - 28,7 = 81,3 \text{ °C}$$

et

$$\Delta T_2 = T_{cs} - T_{fe} = 30 - 12 = 18 \text{ °C}$$

On obtient donc:

$$\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\text{Log} \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} = \frac{18 - 81,3}{\text{Log} \frac{18}{81,3}} = 42 \text{ °C}$$

La puissance thermique  $\Phi$  de l'échangeur est liée à  $\Delta T_{LM}$  par la relation:

$$\Phi = k S \Delta T_{LM} \quad (8.9)$$

Seul le produit  $kS$  est donc connu. Il a pour valeur:

$$kS = \frac{233.333 \text{ W}}{42 \text{ °C}} = 5.558 \text{ W/°C}$$

L'optimisation de l'échangeur va consister à définir le compromis entre l'encombrement, les conditions hydrauliques et les performances thermiques.

#### V.8.4 Calcul des coefficients de transmission thermique

- Côté huile:

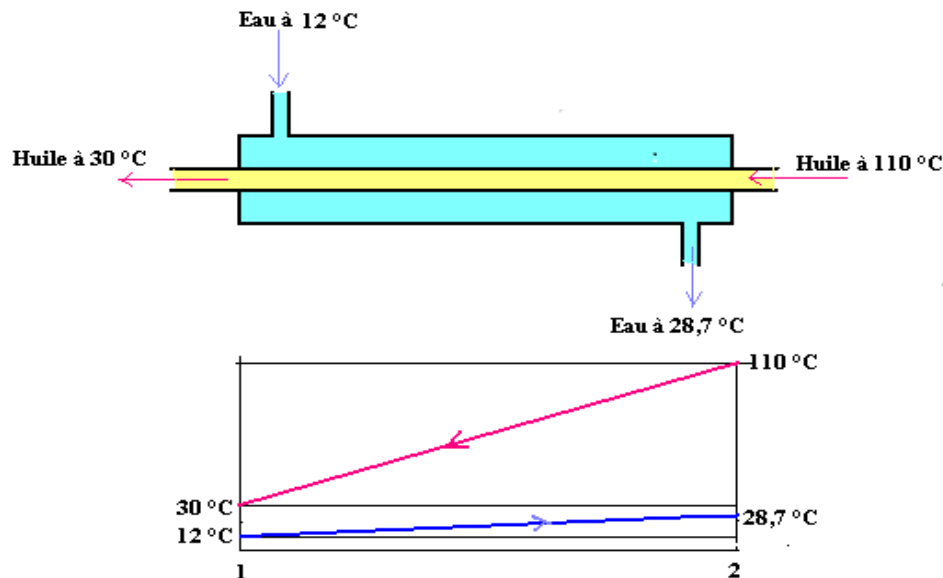
Les propriétés physiques de cette huile sont rassemblées dans la table suivante:

température moyenne $T_{cm}$ (°C)	masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosité dynamique $\mu$ (kg/(m.s))	Chaleur massique $C_p$ (J/(kg.°C))	Conductivité thermique $\lambda$ (W/(m <sup>2</sup> .°C))
70	845	0,0080	2260	0,18

1) On évalue le Nombre de PRANDTL de l'huile, à partir de ses propriétés physiques:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{0,008 \cdot 2260}{0,18} = 100,4$$

2) On fait a priori le choix de la disposition constructive la plus simple: un échangeur « double tube » à contre-courant:



**Figure V.9** Echangeur à contre courant

3) Le débit volumique d'huile a pour valeur:

$$Q_c = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5000}{3600} \cdot \frac{1}{845} = 0,00164 \text{ m}^3/\text{s}$$

3) Etudions la variation du Nombre de REYNOLDS de l'écoulement dans le tube central, en fonction du diamètre intérieur  $D_i$  de ce tube:

$$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu}$$

$D_i$ (m)	$S$ (m <sup>2</sup> )	$U$ (m/s)	$Re$
0,015	0,00018	9,28	14 704
0,020	0,00031	5,22	11 028
0,025	0,00049	3,34	8 822
0,050	0,00196	0,84	4 411
0,100	0,00785	0,21	2 206

L'examen du tableau ci-dessus montre que le choix d'un échangeur « double tube » est pertinent; en effet, avec un tube de diamètre intérieur  $D_i = 25$  mm, on obtiendra le débit désiré au prix d'une vitesse  $U = 3,34$  m/s tout-à-fait acceptable.

L'écoulement est turbulent, avec un Nombre de Reynolds:  $Re = 8\,822$

4) La connaissance des Nombres de PRANDTL et de REYNOLDS permet alors de calculer le Nombre de NUSSELT:

$$Nu = \frac{h_c D_h}{\lambda}$$

de l'écoulement dans ce tube, à partir de la formule de COLBURN:

$$Nu = 0,023 P_r^{1/3} Re^{0,8} = 0,023 (100,4)^{1/3} (8822)^{0,8} = 153$$

Le coefficient d'échange par convection entre l'huile et la paroi du tube dans laquelle cette huile s'écoule est donc:

$$h_c = \frac{\lambda Nu}{D_h} = \frac{0,18 \cdot 153}{0,025} = 1102 \text{ W / (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

- Côté eau:

Les propriétés physiques de l'eau sont rassemblées dans la table suivante:

Température moyenne $T_{cm}$ ( $^\circ\text{C}$ )	Masse volumique $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	Viscosité dynamique $\mu$ ( $\text{kg/(m.s)}$ )	Chaleur massique $C_p$ ( $\text{J/(kg.}^\circ\text{C)}$ )	Conductivité thermique $\lambda$ ( $\text{W/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$ )
20	998	$95 \cdot 10^{-5}$	2450	0,62

5) On évalue le Nombre de PRANDTL de l'eau, à partir de ses propriétés physiques:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{95 \cdot 10^{-5} \cdot 2450}{0,62} = 3,75$$

6) Le débit volumique d'eau a pour valeur:

$$Q_c = \frac{\dot{m}_f}{\rho} = \frac{12000}{3600} \cdot \frac{1}{998} = 0,00334 \text{ m}^3/\text{s}$$

7) Etudions la variation du Nombre de REYNOLDS de l'écoulement d'eau dans l'espace annulaire, en fonction du diamètre intérieur  $D_e$  du tube extérieur.

$$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu}$$

$D_h$  est le diamètre hydraulique de la section droite de la veine d'eau:

$$D_h = 4 R_H = 4 \frac{\text{section de passage}}{\text{périmètre mouillé}} = 4 \frac{\frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_e^2)}{2\pi(D_i + d_e)} = \frac{1}{2} (D_i - d_e)$$

où  $D_i$  est le diamètre intérieur du gros tube (extérieur), et  $d_e$  le diamètre extérieur du petit tube (intérieur):

Comme on a choisi pour le tube central:  $d_i = 25$  mm, on aura:  $d_e = 30$  mm

Un tube externe de 40 mm de diamètre conduit aux valeurs suivantes:

$$\text{Section de passage} = \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_e^2) = 0,0022 \text{ m}^2$$

$$\text{Diamètre hydraulique} = \frac{1}{2} (D_i - d_e) = 0,0050 \text{ m}$$

$$\text{Vitesse moyenne} = Q_f / \text{Section de passage} = 1,52 \text{ m / s}$$

$$\text{Nombre de Reynolds} = \frac{\rho_f U D_h}{\mu_f} = 7978$$

L'examen des valeurs ci-dessus confirme que le choix d'un échangeur « double tube » est pertinent; en effet, avec un tube externe de diamètre intérieur  $D_i = 40$  mm, on obtiendra le débit désiré au prix d'une vitesse  $U = 1,52$  m/s tout-à-fait acceptable.

L'écoulement est turbulent, avec un Nombre de Reynolds:  $Re = 7\,978$

La connaissance des Nombres de PRANDTL et de REYNOLDS permet alors de calculer le Nombre de NUSSELT:

$$Nu = \frac{h_f D_h}{\lambda}$$

de l'écoulement dans ce tube, à partir de la formule de COLBURN:

$$Nu = 0,023 P_r^{1/3} Re^{0,8} = 0,023 (3,75)^{1/3} (7978)^{0,8} = 47,3$$

Le coefficient d'échange par convection entre l'eau et la paroi du tube dans laquelle l'huile s'écoule est donc:

$$h_f = \frac{\lambda Nu}{D_h} = \frac{0,62 \cdot 47,3}{0,0050} = 5865 \text{ W / (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

8) La paroi du tube central (25 mm/30 mm) a une épaisseur  $e = 2,5$  mm.

Ce tube est en acier ordinaire de conductivité thermique  $\lambda = 46$  W/(m.°C),

d'où un coefficient de conduction:

$$\frac{e}{\lambda} = \frac{0,0025}{46} = 0,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C / W}$$

9) Calcul du coefficient global d'échange  $k$

La surface d'échange  $S$  est unique, que l'on regarde côté huile ou côté eau. C'est la surface latérale du tube interne.

Il faut tenir compte de résistances d'encrassement sur chacune des deux parois du tube intérieur. Nous prendrons:

$$R_{ef} = R_{ec} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C / W}$$

Le coefficient global d'échange  $k$  est alors donné par la relation:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + R_{ec} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_f} + R_{ef}}$$

soit:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{1102} + 2 \cdot 10^{-4} + 0,54 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{5865} + 2 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{0,00091 + 0,00020 + 0,00054 + 0,00071 + 0,00020}$$

Il apparaît que les 5 résistances thermiques qui interviennent en série sont toutes du même ordre de grandeur: on ne peut en négliger aucune.

En achevant le calcul, on obtient:

$$k = 653 \text{ W / (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$$

10) Calcul de la surface d'échange

On peut maintenant déduire la surface d'échange  $S$  nécessaire:

$$S = \frac{kS}{k} = \frac{5558 \text{ W/}^\circ\text{C}}{653 \text{ W / (m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}} = 8,51 \text{ m}^2$$

Une longueur de 1 m de tube de diamètre 30 mm a une surface latérale égale à:

$$\sigma = \pi d = 0,094 \text{ m}^2$$

d'où la longueur de tube nécessaire pour obtenir la surface d'échange:

$$L = S / \sigma = 8,51 / 0,094 = 90 \text{ m}$$

La conclusion est claire. Il n'est pas question de conserver le dessin initial, car le coefficient d'échange global  $k$  ne pourra jamais être suffisamment amélioré pour qu'on obtienne un encombrement acceptable.

## V.9 Conclusion

Les échangeurs de chaleur sont des éléments couramment rencontrés autour de nous dans le bâtiment (radiateur) mais aussi dans un grand nombre d'applications industrielles. chaque fois que l'on veut évacuer de la chaleur pour diminuer le risque (radiateur automobile, composants électroniques, centrales nucléaires) ou récupérer de la chaleur pour l'utiliser (radiateur ....) il est fait appel a un échangeur de chaleur.

Généralement pour assurer efficacement cet échange de chaleur au moins un des fluides est mis en mouvement (pompe, ventilateur). Pour augmenter cet échange, et donc le transfert d'énergie, il peut être fait appel au changement de phase (condenseurs, évaporateur, bouilleurs...) système utilise couramment dans les machines thermiques ou les caloducs.



## **Conclusion générale**

Parmi les nombreuses problématiques rencontrées lors de la phase de conception des actionneurs électromécaniques et des composants électroniques, notamment les moteurs électriques, l'aspect thermique occupe une place prépondérante. En effet, les phénomènes thermiques constituent souvent le facteur déterminant de la taille et de la durée de vie du moteur. Ainsi, la conception d'un moteur à la fois fiable et économique nécessite une prédiction précise de la distribution de température en son sein, ainsi qu'une évaluation rigoureuse de l'efficacité du système d'évacuation des chaleurs générées dans les parties ferromagnétiques et les enroulements en cuivre.

Cependant, la prédiction de l'échauffement d'un moteur électrique repose sur une connaissance détaillée de sa géométrie, des propriétés thermophysiques des matériaux utilisés, des paramètres thermiques calculés et des pertes produites. Si un grand nombre de ces paramètres peuvent être connus ou déterminés avec une bonne précision à partir des données constructrices ou d'essais expérimentaux, la répartition spatiale des pertes converties en chaleur en particulier les pertes fer demeure difficile à estimer avec exactitude.

Dans ce cours, les principes fondamentaux du calcul thermique appliqué aux composants électriques et électroniques ont été présentés. Ils permettent d'analyser les phénomènes d'échauffement et de proposer des solutions adaptées à travers des systèmes de refroidissement appropriés, afin d'assurer un fonctionnement fiable et d'augmenter la durée de vie des équipements.

## Exercices

### Exercice n°1

La densité de flux thermique à travers un mur d'épaisseur  $e = 50\text{mm}$  est de  $\phi = 70 \text{ W/m}^2$ . Calculer l'écart de températures entre les deux faces du mur, et le gradient thermique, en considérant les trois cas suivant :

- a) Le mur est en laiton  $\lambda = 70 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- b) Le mur est en brique  $\lambda = 0.7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- c) Le mur est en liège  $\lambda = 0.07 \text{ W/m}^\circ\text{C}$

### Exercice n°2

Un mur de la chaudière industrielle est construit de la brique réfractaire de  $0.15\text{m}$  d'épaisseur ayant une conductivité thermique de  $1.7 \text{ W/m.K}$ . Après l'opération d'équilibre on a obtenu les mesures des températures des surfaces interne et externe de  $1400$  et de  $1150 \text{ K}$ , respectivement. Quel est le flux de chaleur perdu sachant que le mur est de côté  $0.5\text{m}$  et de  $1.2\text{m}$ .

### Exercice n°3

Une pipe non isolée de vapeur traverse une salle dans laquelle l'air et les murs sont à  $25^\circ \text{C}$ . Le diamètre extérieur de la pipe est à  $70\text{mm}$ , et sa température de surface et son émissivité respectivement sont  $200^\circ \text{C}$  et  $0.8$ .

Quelle est le flux radiatif de cette surface extérieur?

Si on associe une convection libre entre la surface et l'air ambiant avec  $h = 15 \text{ W/m}^2\text{K}$ , quel est le flux de chaleur perdu?

### Exercice n°4

Le long d'une tige conductrice du diamètre  $D$  et de résistance électrique par unité de longueur  $R'_e$  est initialement en équilibre thermique avec l'air ambiant et son environnement. Lors de passage d'un courant électrique  $I$  par la tige l'équilibre thermique est perturbé. Développez une équation qui pourrait être employée pour calculer la variation de la température de la tige avec le temps durant le passage du courant.

### Exercice n°5

Une couche d'isolant de  $5\text{cm}$  d'épaisseur et de conductivité  $\lambda = 0.08 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  est maintenue sur une face à  $300^\circ\text{C}$  tandis que l'autre face est refroidie par convection grâce à un courant d'air de température de  $20^\circ\text{C}$  qui doit la maintenir à  $100^\circ\text{C}$  au plus.

Donner le coefficient de convection et le flux transmis par unité de surface.

### Exercice n°6

Quelle est le flux qui passe à travers une fenêtre de surface  $11 \text{ m}^2$  et d'épaisseur  $6 \text{ mm}$  sachant que la température à l'intérieur du local est de  $20^\circ\text{C}$  et qu'à l'extérieur elle est de  $5^\circ\text{C}$  et que la conductivité thermique du verre est de  $1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  ?

Quelle serait le flux qui transiterait par un double vitrage de même surface séparée par une lame d'air immobile d'épaisseur  $8 \text{ mm}$  et de conductivité  $\lambda = 0.022 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ?

Comparer les deux résultats.

Les deux coefficients de convection  $h$  sont considérés comme identiques et égaux à  $12 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

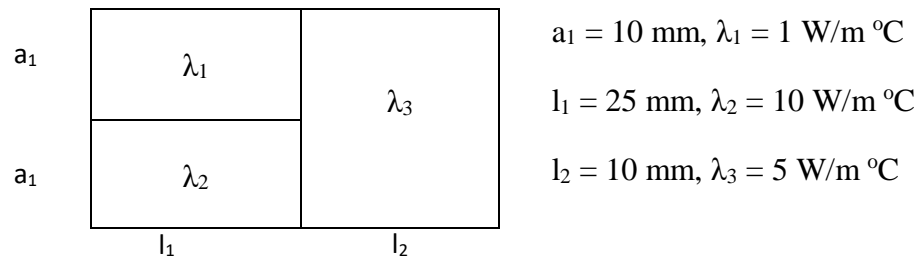
### Exercice n°7

Un tuyau d'acier de  $5 \text{ cm}$  de diamètre véhicule de l'eau froide, il est recouvert de 2 couches d'isolant de  $2.5 \text{ cm}$  d'épaisseur, de conductivités  $\lambda = 0.42 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  pour le liège et de  $0.03$

W/m°C pour la laine de roche. Lequel des deux isolants doit on mettre en premier afin d'obtenir le meilleur effet isolant. Le tuyau a une température de surface de 2 °C et une température externe de calorifuge de 35 °C.

### Exercice n°8

Tracer le circuit électrique équivalent au mur composite suivant et calculer le flux qui transite par conduction en considérant  $\Delta T = 20$  °C.



### Exercice n° 9

Le diagramme montre une section conique fabriquée en précéramique dont  $\lambda = 3.46$  w/m.k. Il est de coupe circulaire avec le diamètre  $D = a.x$ , où  $a=0.25$ . La petite extrémité est à  $x_1 = 50$  mm et la grande extrémité à  $x_2 = 250$  mm.

Les températures des deux extrémités sont  $T_1 = 400$  K et  $T_2 = 600$  K, alors que la surface latérale est bien isolée.

1. Dérivez une expression pour la distribution  $T(x)$  de la température en forme symbolique, assumant des conditions unidimensionnelles. Esquissez la distribution de la température.
2. Calculez le flux de la chaleur  $\phi_x$  à travers le cône.

### Exercice n°10

Un fluide s'écoule parallèlement à une paroi plane de  $0.2 \times 0.1$  m, hors de la couche limite la vitesse est de 1 m/s et la température supérieure de 20°C à celle de la paroi. Calculer et comparer les nombres de Nusselt, les coefficients de convections et les flux à  $l = 0.1$  m obtenus avec de l'air puis avec de l'eau.

$\mu(\text{eau}) = 1.19 \text{E-}6$  Kg/ms,  $\mu(\text{air}) = 1.15 \text{E-}6$  Kg/ms,  $\lambda(\text{eau}) = 0.59$  W/m°C,  $\lambda(\text{air}) = 0.026$  W/m°C,  $Pr(\text{air}) = 0.72$ ,  $Pr(\text{eau}) = 8$ .

### Exercice n°11

Comment changerait le coefficient de convection moyen et le nombre de Nusselt si la vitesse d'écoulement devenait 2 fois plus grande alors que le diamètre et la température moyenne du tube ne changent pas?

### Exercice n°12

Soit une plaque carrée verticale de  $\&m$  maintenue à 60°C dans de l'air à 20°C. Comparer le transfert par convection naturelle à celui dû à la convection forcée avec une vitesse de l'air égale à la vitesse maximale obtenue dans la couche limite de convection naturelle.

On donne  $\nu = 15 \text{E-}6$  m²/s,  $\lambda = 0.026$  W/m°C,  $Pr = 0.703$

### Exercice n°13

Calculer le coefficient de convection moyen lors de l'écoulement d'une huile de transformateur à la vitesse de 0.6 m/s dans un tube de diamètre 8mm et de longueur 1m. La température moyenne de l'huile est de 80 °C et la température de paroi du tube est de 20°C.

On donne  $\nu = 3.66 \text{E-}6$  m²/s,  $\lambda = 0.11$  W/m°C,  $Pr = 80$ .

**Exercice n°14**

Une plaque plane horizontale de  $0.5 \times 0.5$  est à la température de  $40^\circ\text{C}$ . Est plongé dans l'eau à  $20^\circ\text{C}$ . Les propriétés physiques de l'eau à la température moyenne sont :  $\lambda = 0.5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $\rho = 979 \text{ Kg/m}^3$ ,  $c = 4180 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$ ,  $\mu = 0.434 \text{ Kg/ms}$ ,  $B = 5.6 \text{ E-4}$ .

- 1- Calculer le coefficient moyen de transfert convectif plaque-eau.
- 2- Calculer le flux de chaleur évacué.
- 3- On veut évacuer grâce à un écoulement d'air horizontal le même flux qu'en 2, donner la vitesse que doit avoir l'air pour le faire, déduire le nombre de Reynolds correspondant. On donne:  $\lambda = 0.025 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $\mu = 2 \text{ E-6 Kg/ms}$ ,  $c = 1005 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$ ,  $\rho = 1 \text{ Kg/m}^3$ .

**Exercice n°15**

On désire chauffer d'un débit d'eau de  $30 \text{ g/s}$  à une température au moins égale à  $35^\circ\text{C}$ . L'eau dont on dispose est  $10^\circ\text{C}$  on la réchauffe en plaçant une partie de la tubulure dans un bain thermostaté à  $40^\circ\text{C}$ . En supposant le régime thermique établi dès l'entrée dans le bain déterminer la longueur minimum à immerger.

$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ ,  $\mu = 0.001 \text{ Kg/ms}$ ,  $\lambda = 0.67 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  et  $c = 4180 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$ .

Le diamètre intérieur du tuyau est de  $6 \text{ mm}$  et le diamètre extérieur de  $8 \text{ mm}$ .

La conductivité thermique du tube en cuivre est de  $300 \text{ USI}$ . Le coefficient d'échange convectif  $h = 5000 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ .

- 1- Si l'on avait supposé le régime non établi dès l'entrée, quelle différence au niveau de la longueur y aurait-il?
- 2- Quelle est la distance d'établissement?

## **RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

Bousaid , « Cours de transfert thermique INGM Boumerdes 1993.

Bouheraoua Mustapha « Contribution à la modélisation thermique d'un Moteur asynchrone à Bassel ASSAAD, Thèse de l'université de Technologie de Compiègne «Contribution à la prise en compte des aspects thermiques des machines électriques dans un environnement mécatronique», 2015.

Jean-Francois SACADURA « Initiation aux transferts thermiques », 1980.

Frank Kreith, Raj M. Manglik et Mark S. Bohn « Principles of Heat Transfer », Seventh edition.

JOHN H. LIENHARD IV et JOHN H. LIENHARD V A « Heat Transfer » Textbook Third Edition, Cambridge Massachusetts, U.S.A.

Jack Philip Holman « Heat Transfer », Tenth edition McGraw-Hill Companies, 2010.

J. Crabol Transfert de chaleur, T1, T2, T3 Edition Masson, Paris, 1992.

José Ouin Transferts thermiques « Rappels de cours et applications » Editions Casteilla, 1998

Incropera De Witt, Berman Lavine, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Sixth Edition.

Gilles Romuald Guedia Guemo « Modélisation et caractérisation thermique de machines électriques synchrones à aimants permanents» thèse de doctorat , Institut National des Sciences Appliquées de Lyon France 2017.

Mathieu Kirouac « Développement de modèles analytiques thermiques pour des machines à aimants permanents » Mémoire Maîtrise en génie électrique université LAVAL Québec, Canada , 2015.

Pierre-Olivier Jandaud « Étude et optimisation aérothermique d'un alterno-démarreur »  
Thèse de doctorat Valenciennes France 2013.

Yves BERTIN « Refroidissement des machines électriques tournantes » Techniques de l'Ingénieur D3460, Mai 1999.