

Problèmes de formulation

Exercice n° 1 :

Une compagnie possède trois mines de charbon : A, B et C. La mine A produit quotidiennement 2 tonnes de charbon de qualité supérieure, 4 tonnes de qualité normale et 5 tonnes de qualité inférieure. La mine B produit par jour respectivement 1 tonne, 3 tonnes et 4 tonnes de chacune de ces trois qualités. La mine C produit par jour 1 tonne de charbon de qualité supérieure, 2 tonnes de qualité normale et 3 tonnes de qualité inférieure.

La compagnie minière doit produire au moins 80 tonnes de charbon de qualité supérieure, 90 tonnes de qualité normale et 100 tonnes de qualité inférieure pour satisfaire la demande mensuelle qui s'adresse à elle.

Les prix de vente sont fixés à 300 UM par tonne de charbon de qualité supérieure, 250 UM par tonne de charbon de qualité normale et à 200 UM par tonne de charbon de qualité inférieure.

Formuler le problème sous forme d'un programme linéaire en sachant que le coût de production journalier est de 1200 UM dans la mine A, 1000 UM dans la mine B et 800 UM dans la mine C et qu'il n'est pas possible de travailler au-delà de 22 jours durant le mois et ce dans chaque mine.

Exercice n° 2 :

Dans une usine, on assemble des téléviseurs et des machines à laver. Les pièces détachées sont fournies par un grossiste. Les 10 ouvriers de l'usine travaillent chacun 8 heures par jour. Un ouvrier met 2 heures et 15 minutes pour assembler et régler un téléviseur. Il met 1 heure et 30 minutes pour assembler une machine à laver.

Le responsable du service commercial estime qu'afin de satisfaire la demande inopinée des commandes, il faut au moins assembler 20 téléviseurs et 10 machines à laver chaque jour. Les pièces détachées nécessaires ont un coût respectif de 160 unités monétaires (UM) pour un téléviseur et 100 UM pour une machine à laver. Les services financiers ne permettent pas de dépasser une dépense journalière de 6000 UM pour les pièces détachées.

L'usine revend les téléviseurs à raison de 200 UM par unité et les machines à lever à raison de 160 UM par unité.

Formuler le problème à résoudre sous forme d'un programme linéaire.

Corrigé

Corrigé de l'exercice de formulation n°1 :

Récapitulons les données du problème dans ce tableau :

Mine	Produits fabriqués			Coût/j
	QS	QN	QI	
A	2	4	5	1200
B	1	3	4	1000
C	1	2	3	800
Production min	80 t	90 t	100 t	
Prix de vente/t	300/t	250/t	200/t	

On ne peut travailler au-delà de 22 jours durant le mois et ce dans les 3 mines.

Désignons par X_1 : le nombre de jours de travail durant le mois à consacrer dans la mine A

X_2 : le nombre de jours de travail durant le mois à consacrer dans la mine B

X_3 : le nombre de jours de travail durant le mois à consacrer dans la mine C

Calculons le chiffre d'affaires journalier dans chaque mine ainsi que la recette nette qui en résulte :

$$\text{CA (Mine A)} = 2(300) + 4(250) + 5(200) = 600 + 1000 + 1000 = 2600 \text{ UM}$$

$$\text{Donc la Recette nette journalière dans la mine A : RN(A)} = 2600 - 1200 = 1400 \text{ UM/j}$$

$$\text{CA (Mine B)} = 1(300) + 3(250) + 4(200) = 300 + 750 + 800 = 1850 \text{ UM}$$

$$\text{Donc la Recette nette journalière dans la mine B : RN(B)} = 1850 - 1000 = 850 \text{ UM/j}$$

$$\text{CA (Mine C)} = 1(300) + 2(250) + 3(200) = 300 + 500 + 600 = 1400 \text{ UM}$$

$$\text{Donc la Recette nette journalière dans la mine C : RN(C)} = 1400 - 800 = 600 \text{ UM/j}$$

D'où Max Z (Recette nette totale mensuelle des 3 mines) = $1400 X_1 + 850 X_2 + 600 X_3$

S/C : $2 X_1 + X_2 + X_3 \geq 80 \rightarrow$ contrainte associée à la production minimale du produit 1 (QS)

$4 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3 \geq 90 \rightarrow$ contrainte associée à la production minimale du produit 2 (QN)

$5 X_1 + 4 X_2 + 3 X_3 \geq 100 \rightarrow$ contrainte associée à la production minimale du produit 3 (QI)

$$X_1 \leq 22$$

$$X_2 \leq 22$$

$$X_3 \leq 22$$

$$X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0 ; X_3 \geq 0$$

NB : il convient également de noter que le chiffre d'affaires est calculé sur la base des quantités des produits fabriqués alors qu'il devrait être calculé sur la base des quantités vendues. Ce qui revient à supposer que l'on adopte l'hypothèse selon laquelle on admet que tout ce qui est produit est vendu.

Corrigé de l'exercice de formulation n°2 :

Synthétisons les énoncés du problème dans ce tableau :

Produits assemblés	Main d'œuvre (h)	Demande minimale	Coûts en pièces dét	Prix de vente unitaire
TV	2,25	20	160 UM	200 UM
ML	1,5	10	100 UM	160 UM
Disponibilités	$10 \times 8 h = 80 h$			

Désignons par :

X_1 : le nombre de téléviseurs à assembler et à régler par jour

X_2 : le nombre de machines à laver à assembler par jour

Calculons d'abord le chiffre d'affaires : $CA = 200 X_1 + 160 X_2$

Le coût d'utilisation des pièces détachées : $CT = 160 X_1 + 100 X_2$

On dégage la recette nette : $RN = CA - CT = (200 X_1 + 160 X_2) - (160 X_1 + 100 X_2) = 40 X_1 + 60 X_2$ à maximiser

D'où : $\text{Max } Z = 40 X_1 + 60 X_2$ (fonction économique : recette nette totale)

S/C : $2,25 X_1 + 1,5 X_2 \leq 80 \rightarrow$ Contrainte d'emploi de main d'œuvre

$X_1 \geq 20 \rightarrow$ Contrainte associée à la quantité minimale de TV à assembler

$X_2 \geq 10 \rightarrow$ Contrainte associée à la quantité minimale de ML à assembler

$160 X_1 + 100 X_2 \leq 6000 \rightarrow$ Contrainte associée à la limitation du budget

$X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0 \rightarrow$ Contraintes de non-négativité des variables de décision.