

Exercice d'application sur le problème d'affectation :

Considérons le tableau suivant qui indique les coûts résultant de l'affectation de 5 ouvriers à 5 machines et cherchons la solution optimale avec la méthode de Kuhn (méthode hongroise) :

C_{ij}	M1	M2	M3	M4	M5	L_i
Ouv 1	13	9	11	5	12	5
Ouv 2	12	7	9	4	10	4
Ouv 3	13	7	7	7	11	7
Ouv 4	9	6	10	6	7	6
Ouv 5	13	9	10	6	12	6

C'_{ij}	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	8	4	6	0	7
Ouv 2	8	3	5	0	6
Ouv 3	6	0	0	0	4
Ouv 4	3	0	4	0	1
Ouv 5	7	3	4	0	6
C_j	3	0	0	0	1

C''_{ij}	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	5	4	6	0	6
Ouv 2	5	3	5	0	5
Ouv 3	3	0	0	0	3
Ouv 4	0	0	4	0	0
Ouv 5	4	3	4	0	5

Barrons les zéros avec le minimum possible de traits (verticalement ou horizontalement) qu'on désigne par « t »

Tab 1	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	5	4	6	0	6
Ouv 2	5	3	5	0	5
Ouv 3	3	0	0	0	3
Ouv 4	0	0	4	0	0
Ouv 5	4	3	4	0	5

$t = 3, n = 5 \rightarrow f = 3$

Tab 2	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	2	1	3	0	3
Ouv 2	2	0	2	0	2
Ouv 3	3	0	0	3	3
Ouv 4	0	0	4	3	0
Ouv 5	1	0	1	0	2

Barrons les zéros du tableau 2

Tab 2.1	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	2	1	3	0	3
Ouv 2	2	0	2	0	2
Ouv 3	3	0	0	3	3
Ouv 4	0	0	4	3	0
Ouv 5	1	0	1	0	2

$t = 4, n = 5 \rightarrow f = 1$

Tab 3	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	1	1	2	0	2
Ouv 2	1	0	1	0	1
Ouv 3	3	1	0	4	3
Ouv 4	0	1	4	4	0
Ouv 5	0	0	0	0	1

$t = 5 = n = 5$. Nous avons donc atteint la solution optimale. Identifions cette solution en partant du dernier tableau.

Tab 3.1	M1	M2	M3	M4	M5
Ouv 1	1	1	2	0	2
Ouv 2	1	0	1	0	1
Ouv 3	3	1	0	4	3
Ouv 4	0	1	4	4	0
Ouv 5	0	0	0	0	1

L'affectation optimale est comme suit :

Ouvrier 1 → Machine 4 → coût : 5 (voir tableau initial des coûts (C_{ij}))

Ouvrier 2 → Machine 2 → coût : 7

Ouvrier 3 → Machine 3 → coût : 7

Ouvrier 4 → Machine 5 → coût : 7

Ouvrier 5 → Machine 1 → coût : 13

Min CT = $5 + 7 + 7 + 7 + 13 = 39$ UM.

A noter que cette solution optimale est unique car il n'y a qu'une seule façon de choisir les zéros.