Corrigé de l'exercice 1 de l'EMD TRO an 2021

Une entreprise fabrique un même type de produit dans 4 unités différentes U_A, U_B, U_C et U_D. Les capacités de production journalière des 4 unités sont limitées respectivement à 30, 45, 60 et 30 unités pour U_A, U_B, U_C et U_D.

Les produits fabriqués sont livrés aux4 dépôts de ventes D_1, D_2 D_3 et D_4. Les demandes journalières des ces 4 dépôts s'élèvent respectivement à 40, 45, 50 et 30 unités pour D_1, D_2 D_3 et D_4.

Les coûts unitaires de transport depuis chaque unité de production vers chaque destination (dépôt de vente) sont indiqués dans le tableau suivant (en centaine de DA):

	Dépôt de vente D_1	Dépôt de vente D2	Dépôt de vente D_3	Dépôt de vente D_4
Unité de production U_1	22	20	24	18
Unité de production U_2	25	24	23	26
Unité de production U_3	18	23	22	16
Unité de production U_4	24	26	20	23

a) En appliquant la méthode du moindre coût, déterminer la meilleure affectation qui minimiserait le coût total de transport. Calculer sa valeur.

b) Retrouver le résultat précédent en adoptant la méthode de Vogel.

La solution obtenue est-elle unique ou multiple ? Justifier votre réponse.

Corrigé :

Réponse à la question a :

Le modèle est équilibré du fait que $\sum ai = \sum bj$ = 165 unités

CT_1	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
U_1	$\boxed{22}$	$\boxed{20}$ 30	$\boxed{24}$	$\boxed{18}$	~~30~~ 0
U_2	$\boxed{25}$ 10	$\boxed{24}$ 15	$\boxed{23}$ 20	$\boxed{26}$	~~45~~ ~~25~~ ~~10~~ 0
U_3	$\boxed{18}$ 30	$\boxed{23}$	$\boxed{22}$	$\boxed{16}$ 30	~~60~~ ~~30~~ 0
U_4	$\boxed{24}$	$\boxed{26}$	$\boxed{20}$ 30	$\boxed{23}$	~~30~~ 0
b_j	~~40~~ ~~10~~ 0	~~45~~ ~~15~~ 0	~~50~~ ~~20~~ 0	~~30~~ 0	165

CT_1 = (30) (20) + (10) (25) +(15) (24) +(20) (23) +(30) (18) +(30) (16) +(30) (20) = 3290 UM.

Testons l'optimalité de la solution de base obtenue à l'aide de la méthode de Balas-Hammer (Coûts duals)

CT_1		$v_1 = 25$ D_1	$v_2 = 24$ D_2	$v_3 = 23$ D_3	$v_4 = 23$ D_4	a_i
$u_1 = -4$	U_1	22 <	20 **-Θ** 30	24 <	18 **+Θ** >(1)	30
$u_2 = 0$	U_2	25 **-Θ** 10	24 **+Θ** 15	23 20	26 <	45
$u_3 = -7$	U_3	18 **+Θ** 30	23 <	22 <	16 **-Θ** 30	60
$u_4 = -3$	U_4	24 <	26 <	20 30	23 <	30
	b_j	40	45	50	30	

$\Theta = 10$
$\Delta CT_1 = (-1)\ (10) = -\ 10$ UM
$CT_2 = CT_1 + \Delta CT_1$
$CT_2 = 3290 - 10 = 3280$ UM

CT_2		$v_1 = 20$ D_1	$v_2 = 20$ D_2	$v_3 = 19$ D_3	$v_4 = 18$ D_4	a_i
$u_1 = 0$	U_1	22 <	20 20	24 <	18 10	30
$u_2 = 4$	U_2	25 <	24 25	23 20	26 <	45
$u_3 = -2$	U_3	18 40	23 <	22 <	16 20	60
$u_4 = 1$	U_4	24 <	26 <	20 30	23 <	30
	b_j	40	45	50	30	

Puisque l'unité monétaire est en centaine de dinars, Min CT =3280.100 = Min CT = 328000 DA

Cette solution est optimale unique car tous les signes des cases vides sont strictement négatifs (les coûts marginaux des variables hors base sont positifs).

<u>Réponse à la question b :</u>
Retrouvons maintenant les résultats obtenus avec la méthode de Vogel :

Tab. 1	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i	différences				
U_1	22	20 20	24	18 10	~~30~~ ~~20~~ 0	2	2	2	4	4
U_2	25	24 25	23 20	26	~~45~~ ~~20~~ 0	1	1	1	1	1
U_3	18 40	23	22	16 20	~~60~~ ~~20~~ 0	2	**6**	-	-	-
U_4	24	26	20 30	23	~~30~~ 0	3	3	3	**6**	-
b_j	~~40~~ 0	~~45~~ ~~25~~ 0	~~50~~ ~~20~~ 0	~~30~~ ~~10~~ 0						
différences	**4**	3	2	2						
	-	3	2	2						
	-	4	3	**5**						
	-	4	3	-						
	-	**4**	1	-						

Il s'agit de la même solution que celle présentée dans le tableau de CT_2 ; il n'est donc pas nécessaire de tester son optimalité.
Pour confirmer ce résultat, vous pouvez, bien entendu, faire appel à l'application Excel Solver.