

Corrigé-type EMD Analyse des séries temporelles

Exercice 1 (10 pts) :

Une série stationnaire: Y_t est stationnaire si : (3pts)

- ✓ $E(y_t) = E(y_{t+m}) = \mu \forall t \text{ et } \forall m$, la moyenne est constante et indépendante du temps ;
- ✓ $\text{var}(y_t) < \infty \forall t$, la variance est finie et indépendante du temps ;
- ✓ $\text{cov}(y_t, y_{t+k}) = E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$, la covariance est indépendante du temps

Commenter les résultats du test ADF appliqué sur l'indice des termes d'échange (TOT)

Modèle 3 Test du trend:

$$H_0 : B=0$$

$$H_1 : B \neq 0$$

$T_b = |0.50| < T^{\text{ADF}} = 3.25$, on accepte $H_0 : B=0$, la tendance n'est pas significative. Le modèle 3 n'est pas adéquat, On passe à l'estimation du modèle 02 (2pts)

Modèle 2 Test de la constante :

$$\begin{cases} H_0 : C=0 \\ H_1 : C \neq 0 \end{cases}$$

$T_c = |2.21| < T^{\text{ADF}} = 2.97$, on accepte $H_0 : C=0$, la constante n'est pas significative. Le modèle 2 n'est pas approprié, On passe à l'estimation du modèle 01. (2pts)

Modèle 1 Test de ϕ :

$$\begin{cases} H_0 : \phi = 1 \\ H_1 : \phi < 1 \end{cases}$$

$T_\phi = -0.15 > T^{\text{ADF}}(5\%) = -1.94$. On accepte $H_0 : \phi = 1$, la série comporte une racine unitaire le processus est **non stationnaire**

Le processus de cette série est un processus « DS » Il convient de le rendre stationnaire par la première différence (1pt).

Modèle 1 (première différence)

Test du ϕ :

$$\begin{cases} H_0 : \phi = 1 \\ H_1 : \phi < 1 \end{cases}$$

$T_\phi = -4.69 < T^{\text{ADF}}(5\%) = -1.94$. On accepte $H_1 : \phi < 1$, le processus $D(\text{TOT})$ est **stationnaire**. (1pt)

Exercice 2 :

La **fonction d'auto-corrélation** (FAC) est la fonction notée ρ_k qui mesure la **corrélation de la série avec elle-même** décalée de k périodes. Elle permet de vérifier si la série peut être expliquée par les résidus d'estimation. (1pt)

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$$

La fonction d'auto-corrélation partielle : l'autocorrélation partielle de retard k est *considéré* comme le coefficient de corrélation partielle entre Y_t et Y_{t-k} , c'est-à-dire comme étant la corrélation entre Y_t et Y_{t-k} , **l'influence des autres variables décalées de k périodes** ($Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}$) **ayant été retirée**. Elle permet de vérifier si la série peut être expliquée par son passée. (1pt)

Les deux fonctions servent à **identifier les valeurs « P et q »** (0,5pt)

D'après la figure, $p = 7,8$ et $q = 7,8$ car le terme du retard 7 et 8 dépassent l'intervalle de confiance (0,5pt).

D'après les résultats de la régression de $D(\text{FTS } 100)$ sur $\text{AR}(7)$, le coefficient $\text{AR}(7)$ est significativement différent de zéro car **la prob du coefficient associé à $\text{AR}(7)$ est inférieur à 5%. Il peut être un $\text{AR}(7)$** (1pts). Mais il convient d'analyser les résidus à partir de sa fonction d'autocorrélation pour vérifier s'ils forment un bruit blanc. D'après la figure n° 2 du Correlogramme des résidus d'estimation $\text{AR}(7)$, aucun terme ne sort de l'intervalle de confiance. Donc il s'agit bien d'un $\text{AR}(7)$ (1pt)

D'après la table 2, Le coefficient de la moyenne mobile d'ordre 7 et 8 sont significativement différent de zéro puisque **la p-value des deux coefficients associé à $\text{MA}(7)$ et $\text{MA}(8)$ sont inférieur à 5%** (2pts).

D'après la table 3 relative aux résultats d'estimation du processus $\text{ARMA}(7,8)$, nous constatons que **la prob des deux coefficients associé à $\text{AR}(7)$ et $\text{MA}(8)$ sont inférieur à 5% donc il se peut qu'il soit un $\text{ARMA}(7,8)$** . (2pts) Mais il convient d'analyser le correlogramme des résidus d'estimation $\text{ARIMA}(7,8)$. D'après la figure 3, **Tous les termes des fonctions d'autocorrélation simple et partielle sont tous situés dans l'intervalle de confiance** matérialisé par les traits verticaux. Le résidu est assimilé à un processus de bruit blanc. L'estimation du modèle $\text{ARMA}(7,8)$ est donc validée. (0,5pt). Le processus est-il un $\text{ARIMA}(7,1,8)$? Oui car d'après les données de l'exercice, l'évolution journalière de l'indice boursier a été différencié $D(\text{FTS}100)$, donc le nombre de fois la série est différenciée est une seule fois. L'ordre d'intégration est égal à 1. Donc il s'agit bien d'un $\text{ARIMA}(7,1,8)$ (0,5pt).