

EX1: 13 pts.

Vérifions d'abord l'état d'équilibre du modèle:

$$\sum a_i = 100 + 90 + 60 = 250 \text{ unités} = \text{offre globale}$$

$$\sum b_j = 90 + 30 + 120 + 40 = 280 \text{ unités} = \text{demande globale}$$

$$\sum a_i \neq \sum b_j \Rightarrow \text{le modèle est déséquilibré}$$

On doit ajouter donc 1 source fictive U_f dont la capacité = $280 - 250 = 30$ unités

Appliquons maintenant la méthode de Vogel:

CT _i	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	a _i
U _A	18	8	6	11	100
U _B	14	7	4	13	90
U _C	9	10	5	7	60
U _F	M	M	M	M	30
b _j	90	30	120	40	

(5)	1	1	4
(4)	1	2	2
-	1	2	2
-	M-8	M-6	M-11
-	M-8	-	M-11
-	-	-	M-11

diff (1)
diff (1)

3

$$CT_1 = (30)(1) + (60)(6) + (10)(11) + (30)(14) + (60)(4) + (60)(9) + (30)(M) = 0$$

$$CT_1 = 1910 \text{ UM soit } 191000 \text{ DA}$$

Testons maintenant l'optimalité de la solution de base obtenue par la méthode des coûts-duals:

	$v_1=16$ P_1	$v_2=8$ P_2	$v_3=6$ P_3	$v_4=11$ P_4	
CT1					aw
$u_1=0$ U_A	18	8	6	11	100
	<	30	60	10	
$u_2=-2$ U_B	14	7	4	13	90
	30	<	60	<	
$u_3=-7$ U_C	9	10	5	7	60
	60	<	<	<	
$u_4=M-11$ U_F	M	M	M	M	30
	>(5)	<	<	30	
bj	90	30	120	40	

$$\theta = \min \{60; 30; 30\} = 30$$

$$\Rightarrow \Delta CT_1 = (-5)(30) = -150$$

$$CT_2 = CT_1 + \Delta CT_1$$

$$CT_2 = 1910 - 150 = 1760 \text{ UM}$$

soit 176000 DA

Unité y: 0,5 test 0,5

Crédit 0,5 oct ΔCT 0,5

2

	$v_1=16$ P_1	$v_2=8$ P_2	$v_3=6$ P_3	$v_4=11$ P_4	
CT2					aw
$u_1=0$ U_A	18	8	6	11	100
	<	30	30	40	
$u_2=-2$ U_B	14	7	4	13	90
	E	<	90	<	
$u_3=-7$ U_C	9	10	5	7	60
	60	<	<	<	
$u_4=M-16$ U_F	M	M	M	M	30
	30	<	<	<	
bj	90	30	120	40	

Affectation 0,5

Unité y: 0,5

test 0,5

2,5

Tous les signes des cases vides sont strictement négatifs, nous concluons donc que nous avons atteint la solution optimale

$$\text{Min } CT = CT_2 = 1760 \text{ UM soit } 176000 \text{ DA}$$

Cette solution optimale est unique du fait que tous les coûts marginaux des variables hors base (cases vides) sont strictement positifs. Ainsi, tout changement de base ne fera que détériorer la solution courante.

et noter que la demande du point de vente P_1 ne sera que partiellement satisfaite 60/90 soit $2/3$.

b) Dans le cas où les chiffres indiqués désignent plutôt des bénéfices unitaires, nous aurons donc affaire à un problème de maximisation. Ce qui nous oblige à procéder à la transformation de la matrice initiale des bénéfices en une autre à minimiser. Pour ce faire, identifions l'élément maximum des bénéfices et retranchons les éléments de la matrice initiale de ce maximum (ici 18). Appliquons ensuite la méthode des moindres coûts après pénalisation des cases fictives y compris le cas d'interdiction.

Z_1	P_1	P_2	P_3	P_4	a_i
U_A	18 0	7 10	6 12	1 7	100 10
	90	10			0
U_B	14 4	7 11	4 14	13 5	90 50
		20	30	40	30 0
U_C	9 9	M	5 13	7 11	60 0
			60		0
U_F	M	M	M	M	30 0
			30		0
b_j	90 0	30 20	120 60	40 0	

(1) transf.
(1) affect.

2

Z_1	$v_1=1$	$v_2=11$	$v_3=14$	$v_4=5$	a_i
$u_1=-1$ U_A	0	10	12	7	100
	90	10	>(1)	<	
$u_2=0$ U_B	4	11	14	5	90
	<	20	30	40	
$u_3=-1$ U_C	9	M	13	11	60
	<	<	60	<	
$M=14$ $u_4=$ U_F	M	M	M	M	30
	<	<	30	<	
b_j	90	30	120	40	

$$\theta = 10$$

$$\Delta Z_1 = (-1)(10) = -10$$

avec v_j (0,5)
test (0,5)
affect (0,5)
avant (0,5)

2

		$v_1 = -12$	$v_2 = -3$	$v_3 = 0$	$v_4 = -9$	
z_j		P_1	P_2	P_3	P_4	a_i
$u_1 = 12$	u_A	0	10	12	7	100
		90	<	10	<	
$u_2 = 14$	u_B	4	M	14	5	90
		<	30	20	40	
$u_3 = 13$	u_C	9	M	13	M	60
		<	<	60	<	
$u_4 = M$	u_F	M	M	M	M	30
		<	<	30	<	
b_j		90	30	120	40	

Affect $(0,5)$
 Query $(0,5)$
 test $(2,5)$
 $z = (0,5)$

2

Nous avons atteint la solution optimale (Max des bénéfices) :

$$\text{Max } z = 90(18) + 10(6) + 30(7) + (20)4 + 60(5) + 40(13) + 0$$

$$\text{Max } z = 2790 \text{ UM soit } 279000 \text{ DA.}$$

Cette solution optimale est unique.

Ex 2 : Récapitulons les données du problème :

	L_1	L_2	Hectares culti	Eau disp
F_1	x_{11}	x_{12}	10 ha	70000 l
F_2	x_{21}	x_{22}	12 ha	90000 l
Surface/L	9 ha	13 ha		
Eau l/ha	8000 l/ha	7500 l/ha		
CA	130 UM/ha	110 UM/ha		
Coûts	90 UM/ha	80 UM/ha		

En outre, la charge de travail doit être uniforme sur les deux fermes.

Soit : x_{ij} le nbre d'hectares à cultiver dans la ferme i ($i=1,2$) au profit du légume j ($j=1,2$).

Ainsi: X_{11} désigne le nbre d'hectares dans F_1 à cultiver pour L_1 .

X_{12}	"	"	"	"	"	"	"	L_2
X_{21}	"	"	"	"	F_2	"	"	L_1
X_{22}	"	"	"	"	"	"	"	L_2

Calculons le CA : $CA = 130 (X_{11} + X_{21}) + 110 (X_{12} + X_{22})$ (0,5)

Coût total : $CT = 90 (X_{11} + X_{21}) + 80 (X_{12} + X_{22})$ (0,5)

Max $Z = CA - CT \Rightarrow \text{Max } Z = 40 X_{11} + 40 X_{21} + 30 X_{12} + 30 X_{22}$ (0,5)

$X_{11} + X_{21} \leq 9$ surface cultivable du L_1 (0,5)

$X_{12} + X_{22} \leq 13$ " " " L_2 (0,5)

$X_{11} + X_{12} \leq 10$ surface max à cultiver dans F_1 (0,5)

$X_{21} + X_{22} \leq 12$ " " " " F_2 (0,5)

$8000 X_{11} + 7500 X_{12} \leq 70000$ Eau à utiliser dans F_1 (0,5)

$8000 X_{21} + 7500 X_{22} \leq 90000$ " " " F_2 (0,5)

$\frac{X_{11} + X_{12}}{10} = \frac{X_{21} + X_{22}}{12}$ Uniformité de la charge de travail (1)

$X_{ij} \geq 0$ Conditions de non-négativité des variables de décision (0,5)

7