

Examen de Physique 1

Session normale

Exercice 1 (5 points) :

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile dans le système de coordonnées cartésiennes $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$x(t) = 2t - 1 \quad \text{et} \quad y(t) = 4t^2 + 3.$$

- 1- Trouver l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
 - 2- Déterminer les vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ ainsi que leurs modules.
 - 3- Déterminer les vecteurs accélération tangentielle $\vec{a}_T(t)$ et accélération normale $\vec{a}_N(t)$ ainsi que leurs modules.
- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire R_C .

Exercice 2 (6 points) :

Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel M , dans le système des coordonnées cartésiennes, sont données par :

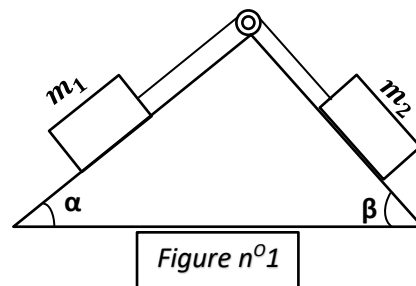
$$\begin{cases} x(t) = ae^{-\omega t} \cos(\omega t) \\ y(t) = ae^{-\omega t} \sin(\omega t) \end{cases} \quad \text{avec } (a, \omega \text{ sont des constantes positives}).$$

- 1- Trouver la dimension de la constante a .
- 2- Déterminer les coordonnées polaires $\rho(t)$ et $\theta(t)$ du mouvement. Dans la base locale des coordonnées polaires $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$, déduire l'expression du vecteur position $\vec{OM}$.
- 3- Trouver l'équation de la trajectoire $\rho(\theta)$.
- 4- Déterminer l'expression polaire des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$, puis en déduire leurs normes.
- 5- Que peut-on conclure sur la nature du mouvement du point M ?

Exercice 3 (6 points) :

Soit le système de la figure ci-dessous constitué de deux masses m_1 et m_2 , reliées par un fil inextensible passant par une poulie. La masse du fil et celle de la poulie sont négligeables.

Données : $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $\mu_s = 0.4$; $\mu_D = 0.2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Partie I (régime statique)

- 1) En utilisant la deuxième loi de Newton (PFD), déterminer la condition d'équilibre reliant les deux masses.
- 2) Si la masse totale des deux masses est **11 kg**, calculer m_1 et m_2 .

Partie II (régime dynamique) : $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 7 \text{ kg}$ et le mouvement se fait dans le sens allant de m_1 vers m_2 .

- 1) Calculer l'accélération prise par les deux masses.
- 2) Déduire la force de tension du fil.

Questions de cours (3 points) :

- 1) Énoncer le théorème du moment cinétique (TMC).
- 2) Quelle est la différence entre une force conservative et non conservative (donner un exemple pour chacune) ?
- 3) En partant du théorème de l'énergie cinétique (TEC), établir le théorème de l'énergie mécanique (TEM).

Corrigé + barème

Recommandations

- Veuillez appliquer le barème tel quel.
➤ Il ne faut pas attribuer de note pour les formules et les expressions parachutées

Exercice 1 (5 pts) :

Données : $x(t) = 2t - 1$ (1) et $y(t) = 4t^2 + 3$ (2)

1- L'Équation de la trajectoire :

De (1), $t = \frac{x+1}{2}$

0,25

On remplace dans y(t): $y = (x + 1)^2 + 3$

0,5

Sa nature :

0,5

C'est une *parabole*.

2- Vitesse et accélération dans la base cartésienne :

Vecteur vitesse $\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j}$

0,25

$\vec{v}(t) = 2\vec{i} + 8t\vec{j}$

0,25

Module de la vitesse $\|\vec{v}\| = \sqrt{(2)^2 + (8t)^2} = \sqrt{4 + 64t^2}$

0,25

Vecteur accélération $\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j}$

0,25

$\vec{a}(t) = 8\vec{j}$

0,25

Module de l'accélération $\|\vec{a}\| = \sqrt{(8)^2} = \sqrt{64} = 8$

0,25

3- Accélérations tangentielle et normale – Rayon de courbure :

Accélération tangentielle : $\vec{a}_T = a_T \vec{u}_T = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} \vec{u}_T$

0,25

$a_T = \frac{64t}{\sqrt{4+64t^2}}$

0,5

Accélération normale : $\vec{a}_N = a_N \vec{u}_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} \vec{u}_N$

0,25

$a_N = \sqrt{64 - \left(\frac{64t}{\sqrt{4+64t^2}}\right)^2} = \frac{16}{\sqrt{4+64t^2}}$

0,5

Rayon de courbure : $R_c = \frac{\|\vec{v}\|^2}{a_N}$

0,25

$$R_c = \frac{(\sqrt{4+64t^2})^2}{\frac{16}{\sqrt{4+64t^2}}} = \frac{(4+64t^2)^{3/2}}{16}$$

0,5

Exercice 2 (6 Pts) :

$$\begin{cases} x(t) = ae^{-\omega t} \cos(\omega t) \\ y(t) = ae^{-\omega t} \sin(\omega t) \end{cases} \text{ avec } (a > 0, \omega > 0)$$

1- Dimension de la constante a :

$x(t)$ et $y(t)$ sont des longueurs $[x(t)] = [y(t)] = L$

$(e^{-\omega t})$ et $(\cos(\omega t))$ sont sans dimension $\Rightarrow [e^{-\omega t}] = [\cos(\omega t)] = [\sin(\omega t)] = 1$

$$\Rightarrow [a] = [x(t)] = [y(t)] = L$$

2- Coordonnées polaires $\rho(t)$ et $\theta(t)$ et vecteur position

$$\rho(t) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\rho(t) = \sqrt{a^2 e^{-2\omega t} (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)} = ae^{-\omega t}$$

$$\tan(\theta(t)) = \frac{y(t)}{x(t)} = \tan(\omega t)$$

$$\theta(t) = \omega t$$

Vecteur position (dans la base polaire)

$$\overrightarrow{OM} = \rho(t)\vec{e}_\rho = ae^{-\omega t}\vec{e}_\rho$$

3- Équation de la trajectoire $\rho(\theta)$

On élimine le temps t :

$$t = \frac{\theta}{\omega}$$

$$\rho(\theta) = ae^{-\omega(\theta/\omega)} = ae^{-\theta}$$

4- Vecteurs vitesse et accélération en base polaire

Rappels :

$$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

Vecteur vitesse :

$$\vec{v} = -a\omega e^{-\omega t}\vec{e}_\rho + a\omega e^{-\omega t}\vec{e}_\theta = a\omega e^{-\omega t}(-\vec{e}_\rho + \vec{e}_\theta)$$

Norme de la vitesse

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 \omega^2 e^{-2\omega t} (1 + 1)} = a\omega\sqrt{2}e^{-\omega t}$$

Vecteur accélération

$$\vec{a} = (\omega^2 a e^{-\omega t} - \omega^2 a e^{-\omega t}) \vec{e}_\rho + (-2\omega^2 a e^{-\omega t}) \vec{e}_\theta = -2\omega^2 a e^{-\omega t} \vec{e}_\theta$$

0,5

Norme de l'accélération

$$\|\vec{a}\| = 2\omega^2 a e^{-\omega t}$$

0,5

5- La nature du mouvement :

La vitesse v décroît exponentiellement avec le temps, $a < 0 \Rightarrow$

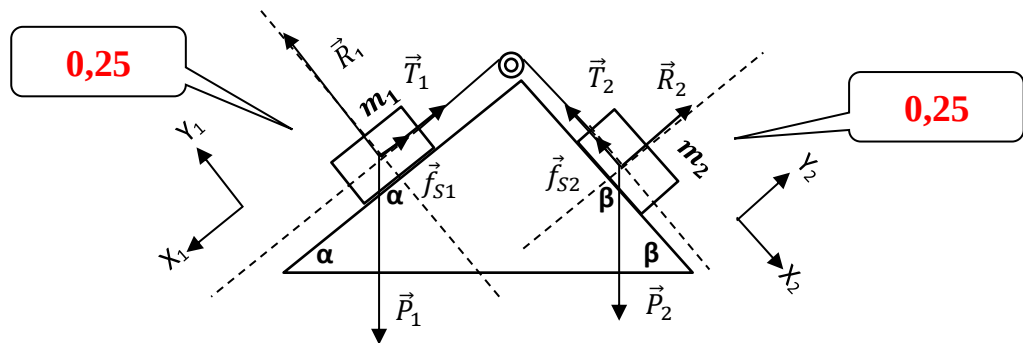
0,5

Le mouvement est de type curviligne décéléré.

Exercice 3 (6 points) :

Partie I (régime statique)

1) Condition d'équilibre statique :



0,25

0,25

En appliquant le PFD aux deux masses : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

0,25

Masse m_1 :

0,25

0,25

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{f}_{s1} + \vec{T}_1 = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} m_1 g \sin(\alpha) - \mu_s R_1 - T_1 = 0 \\ R_1 = m_1 g \cos(\alpha) \end{cases} \Rightarrow m_1 g (\sin(\alpha) - \mu_s \cos(\alpha)) - T_1 = 0 \text{ (a)}$$

Masse m_2 :

0,25

0,25

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_{s2} + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} m_2 g \sin(\beta) - \mu_s R_2 - T_2 = 0 \\ R_2 = m_2 g \cos(\beta) \end{cases} \Rightarrow m_2 g (\sin(\beta) - \mu_s \cos(\beta)) - T_2 = 0 \text{ (b)}$$

0,25

Comme $T_1 = T_2 = T$ (fil inextensible et de masse négligeable):

0,25

0,5

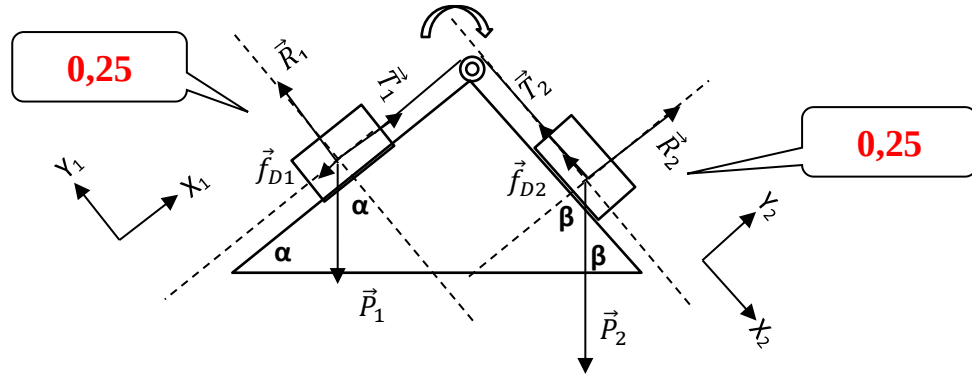
$$(a) - (b) \Rightarrow m_1 (\sin(\alpha) - \mu_s \cos(\alpha)) - m_2 (\sin(\beta) - \mu_s \cos(\beta)) = 0 \Rightarrow m_1 - 4.47 m_2 = 0 \text{ (c)}$$

2) m_1 et m_2

$$\begin{cases} m_1 - 4.47 m_2 = 0 \text{ (c)} \\ m_1 + m_2 = 11 \text{ kg (d)} \end{cases} \Rightarrow \text{(d)} - \text{(c)} \Rightarrow m_2 = 2 \text{ kg} \Rightarrow m_1 = 9 \text{ kg}$$

Partie II (régime dynamique)

1) Accélération prise par les deux masses



En appliquant le PFD aux deux masses : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

Masse m_1 :

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{f}_{D1} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow \begin{cases} T_1 - m_1 g \sin(\alpha) - \mu_D R_1 = m_1 a_1 \\ R_1 = m_1 g \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_1 - m_1 g (\sin(\alpha) + \mu_D \cos(\alpha)) = m_1 a_1 \quad (a)$$

Masse m_2 :

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f}_{D2} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow \begin{cases} m_2 g \sin(\beta) - \mu_D R_2 - T_2 = m_2 a_2 \\ R_2 = m_2 g \cos(\beta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_2 g (\sin(\beta) - \mu_D \cos(\beta)) - T_2 = m_2 a_2 \quad (b)$$

Comme $T_1 = T_2 = T$ et $a_1 = a_2 = a$ (fil inextensible et de masse négligeable):

$$(a) + (b) \Rightarrow a = \frac{g}{m_1 + m_2} [m_2 (\sin(\beta) - \mu_D \cos(\beta)) - m_1 (\sin(\alpha) + \mu_D \cos(\alpha))] = 2.43 \text{ m/s}^2$$

2) La force de tension du fil

$$T = m_1 [g (\sin(\alpha) + \mu_D \cos(\alpha)) + a] = 36.65 \text{ N}$$

Questions de cours (3 Pts) :

1- Théorème du moment cinétique (TMC)

0,5

Dans un référentiel galiléen, la **dérivée temporelle du moment cinétique** d'un système physique, par rapport à un point fixe, est **égale au moment résultant des forces extérieures** exercées sur ce dernier :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{ext})$$

0,25

2- Différence entre force conservative et force non conservative

0,25

- a- Une force conservative est **une force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi.**

0,25

Exemple : la force de gravitation, la force élastique d'un ressort, la force électrostatique.

- b- Une force non conservative est **une force dont le travail dépend du chemin suivi.**

0,25

Exemple : les forces de frottement solide-solide, les forces de frottement solide-fluide.

0,25

3- Théorème de l'énergie mécanique (TEM) à partir du théorème de l'énergie cinétique (TEC)

Le théorème de l'énergie cinétique (TEC) : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$

0,25

$$\vec{F}_{ext} = \vec{F}_{conservative} + \vec{F}_{non\ conservative},$$

donc $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{conservative}) + \sum W(\vec{F}_{non\ conservative})$.

0,25

Sachant que le travail d'une force conservative est relié à l'énergie potentielle par $W(\vec{F}_{conservative}) = -\Delta E_p$,

0,25

et l'énergie mécanique est définie comme $E_m = E_c + E_p$,

0,25

le théorème de l'énergie mécanique (TEM) prend la forme suivante:

$$\Delta E_m = \sum W(\vec{F}_{non\ conservative})$$

0,25