

Exercice1 I. On considère les matrices suivantes :

$$\blacksquare A = \begin{pmatrix} 10 & 23 \\ 0 & -5 \\ -13 & 40 \end{pmatrix} = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 2}} \quad \blacksquare B = \begin{pmatrix} 12 & \dots & 91 \\ \dots & -1 & \dots \\ 21 & \dots & 19 \end{pmatrix} = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}.$$

1. Donner le format (la taille) des matrices A et B .
2. Donner la valeur de chacun de ces éléments de A : a_{12} , a_{21} et a_{32} .
3. Compléter l'écriture de la matrice B avec : $b_{32} = -4$, $b_{21} = 11$, $b_{23} = \sqrt{3}$ et $b_{12} = \frac{7}{5}$.
4. Ecrire la matrice transposée A^t et donner sa taille. Même question pour B .

II. Trouver les éléments de la matrice $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 2}}$ telles que : $a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j}(i-j) & ; \text{ si } i > j \\ 1 & ; \text{ si } i = j \\ (-1)^{i+j}(j-i) & ; \text{ si } j > i \end{cases}$

Exercice2 I. Soient les matrices suivantes :

$$\blacksquare A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \blacksquare B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \blacksquare C = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \blacksquare X = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Calculer, si possible, les expressions suivantes: $\blacksquare A + C$ $\blacksquare C - A$ $\blacksquare -2A + 3C$ $\blacksquare -2A^t + 3C^t$ $\blacksquare A + B$ $\blacksquare B - C$

$$\blacksquare AB$$
 $\blacksquare BA$ $\blacksquare B^t A^t$ $\blacksquare XB$ $\blacksquare AX$ $\blacksquare (4C) \left(\frac{1}{2}A\right)$ $\blacksquare (C + 2I_3)A$ $\blacksquare A^2$ $\blacksquare B^2$ $\blacksquare X^t X$.

II. Déterminer les matrices A et B sachant que : $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ et $A - B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

Exercice3 Calculer les déterminants suivants par les méthodes des cofacteurs et de Sarrus :

$$\blacksquare \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \quad \blacksquare \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \blacksquare \begin{vmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad \blacksquare \begin{vmatrix} -8 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}.$$

Exercice4 I. Dire si la matrice A est inversible et, le cas échéant, calculer son inverse :

$$\blacksquare A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 4 & 0 & 7 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

II. Vérifier que $A^{-1} = B$, où les matrices $\blacksquare A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ $\blacksquare B = \frac{1}{22} \begin{pmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 7 & -5 & -4 \\ 1 & -7 & -10 \end{pmatrix}$.

III. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer $A^2 - 3A + 2I_3$. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1} .

IV. Calculer la matrice inverse de A par la méthode du Pivot de Gauss-Jordan :

$$\blacksquare A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -8 \\ 3 & -3 & 7 \end{pmatrix}.$$