

Figure 1 : structure d'un solide amorphe

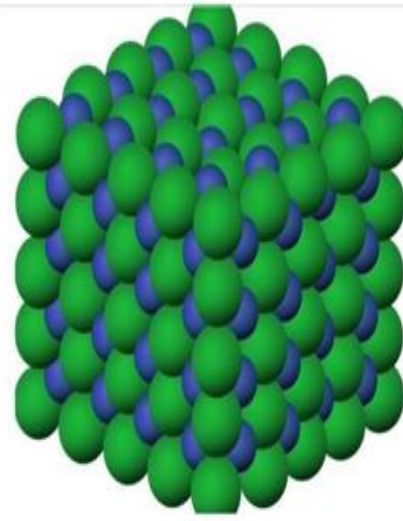
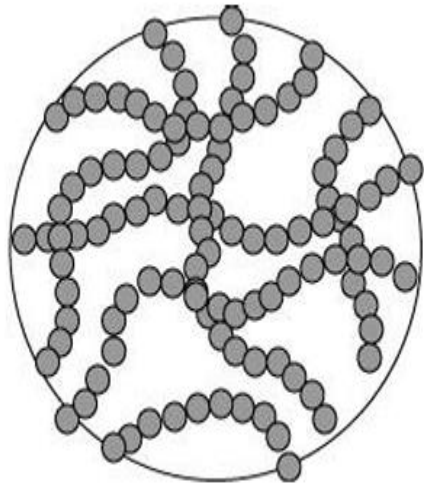
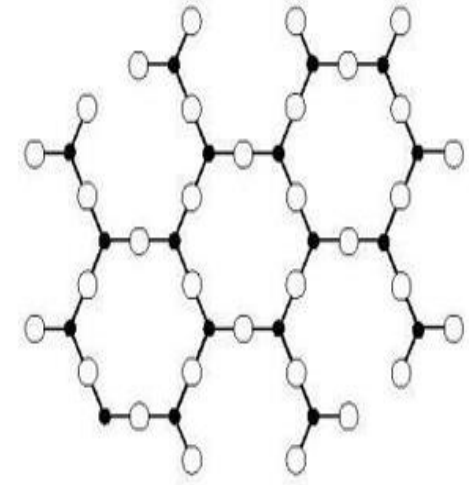


Figure 2 : structure d'un solide cristallin



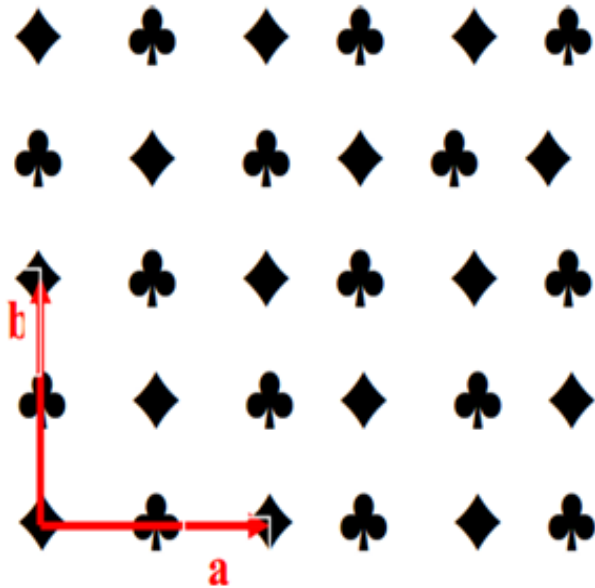
**Le réseau est un ensemble infini triplement périodique de points (appelés nœuds), c'est une entité géométrique. Ces nœuds se déduisent les uns des autres par des opérations de translation, combinaisons linéaires de trois vecteurs ( $a\vec{}$ ,  $b\vec{}$  et  $c\vec{}$ ) non coplanaires et non colinéaires :**

# Exemples de réseaux

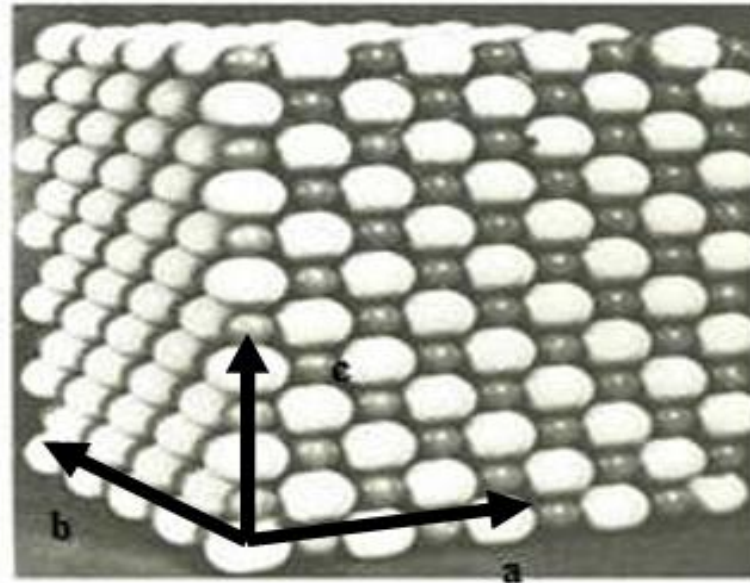
Réseau monodimensionnel



Réseau bidimensionnel



Réseau tridimensionnel



## Les nœuds d'un réseau

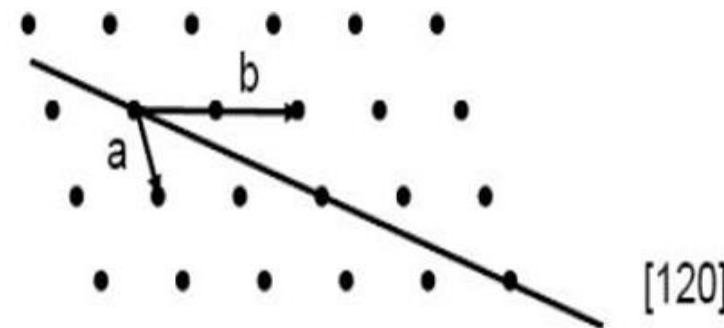
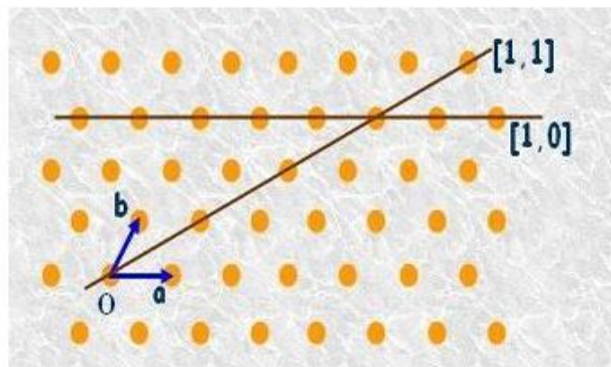
Les points du réseau où se trouvent les particules sont appelés nœuds du réseau. Ils se déduisent les uns des autres par une translation de vecteur:  $u \vec{a} + v \vec{b} + w \vec{c}$ , avec  $u, v, w$  des entiers et  $a, b, c$ , des vecteurs non coplanaires choisis de façon à avoir le plus petit module.

## Rangée réticulaire

Une rangée réticulaire est toute droite passant par deux nœuds. Elle est portée par le vecteur :

$$\underline{\vec{R}_{uvw}} = u \vec{a} + v \vec{b} + w \vec{c}$$

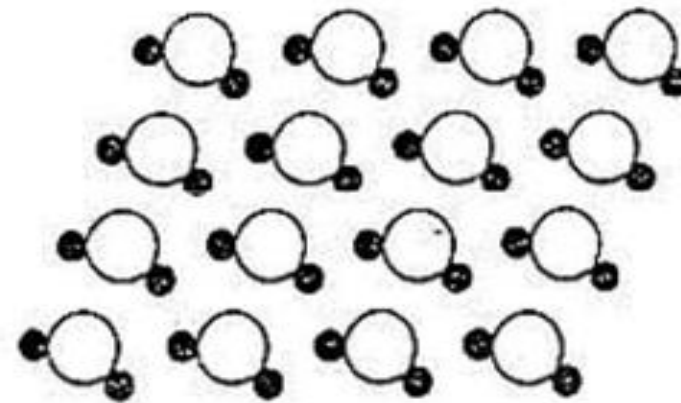
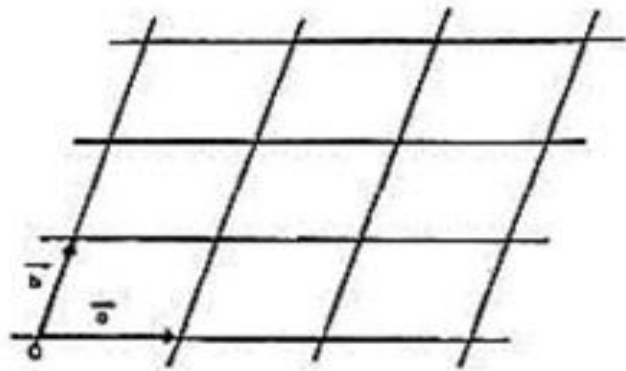
la rangée réticulaire est notée  $[u \ v \ w]$ , **Attention** : par convention  $u, v$  et  $w$  doivent être premiers entre eux



## Rangées // sont identiques et constituent familles de rangées

### Le motif ou groupement formulaire

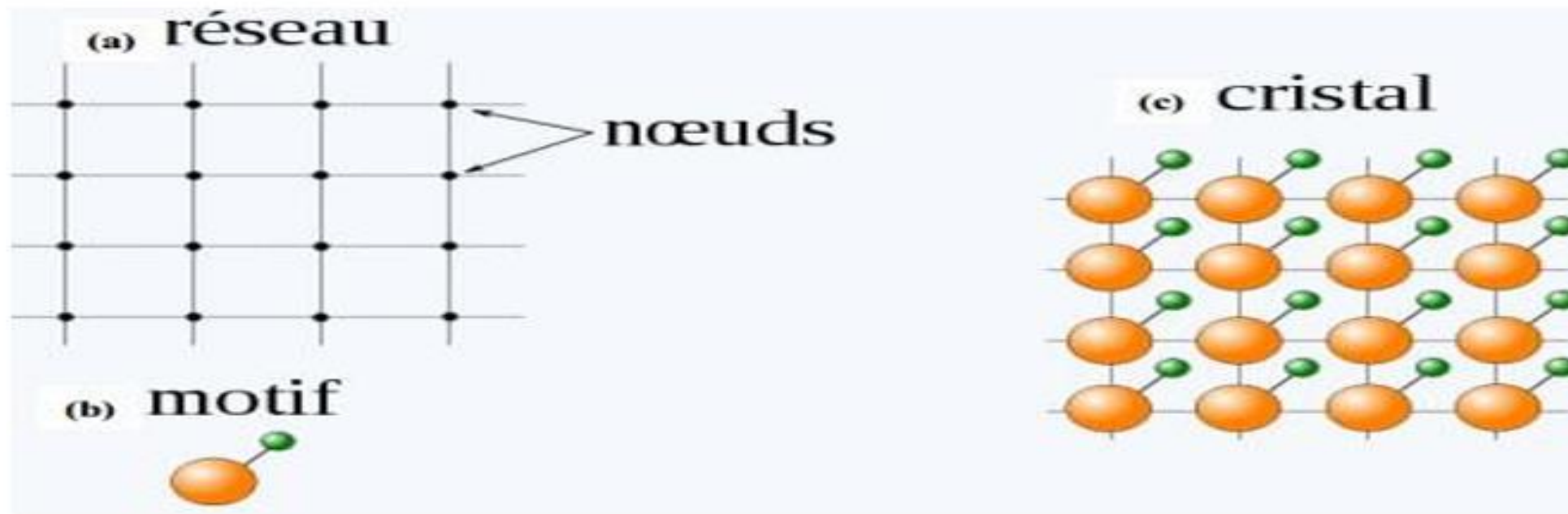
Le motif est l'entité chimique de base constituant le cristal: c'est l'atome, la molécule ou les groupements ioniques occupant les nœuds du réseau cristallin.



RESEAU DE NŒUDS + MOTIF



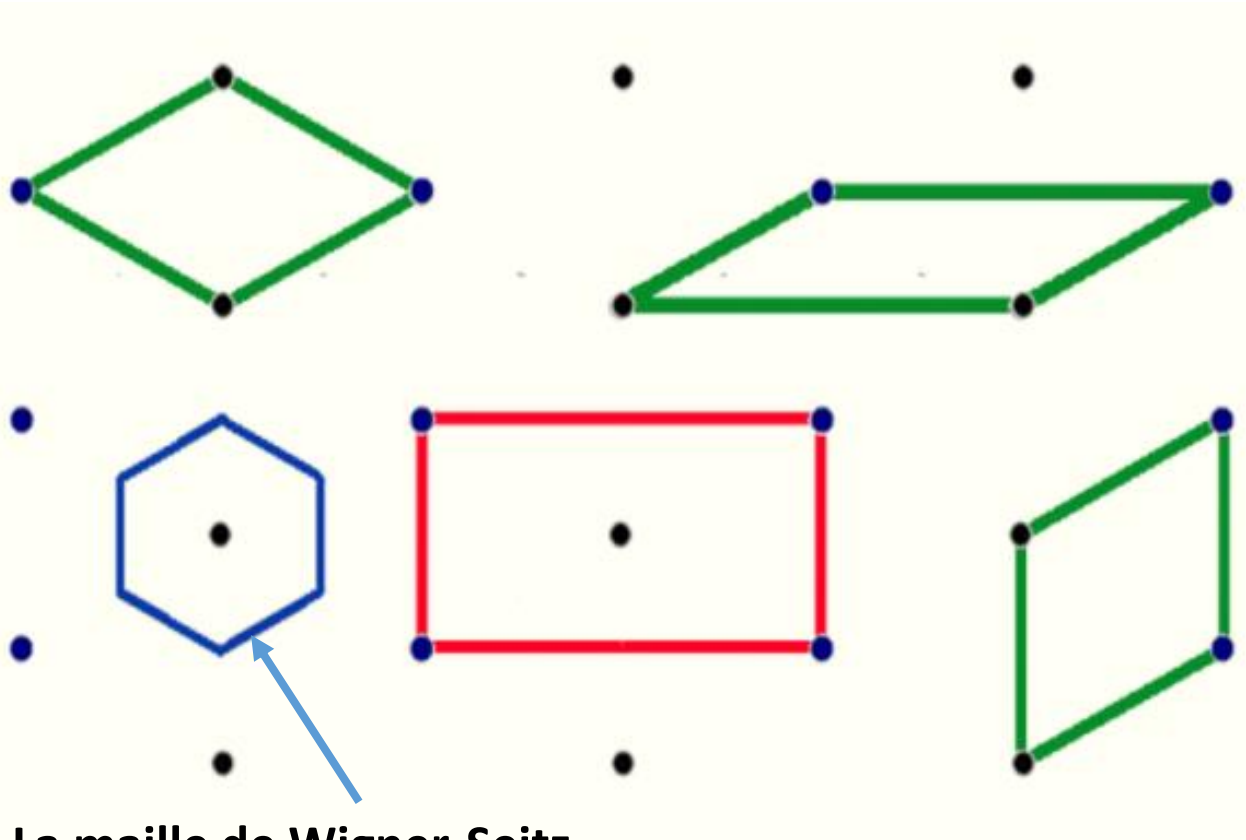
STRUCTURE CRISTALLINE



## La maille cristalline

On appelle maille la structure géométrique la plus simple qui par translation dans les trois directions de l'espace, permet de générer le réseau cristallin dans son ensemble.

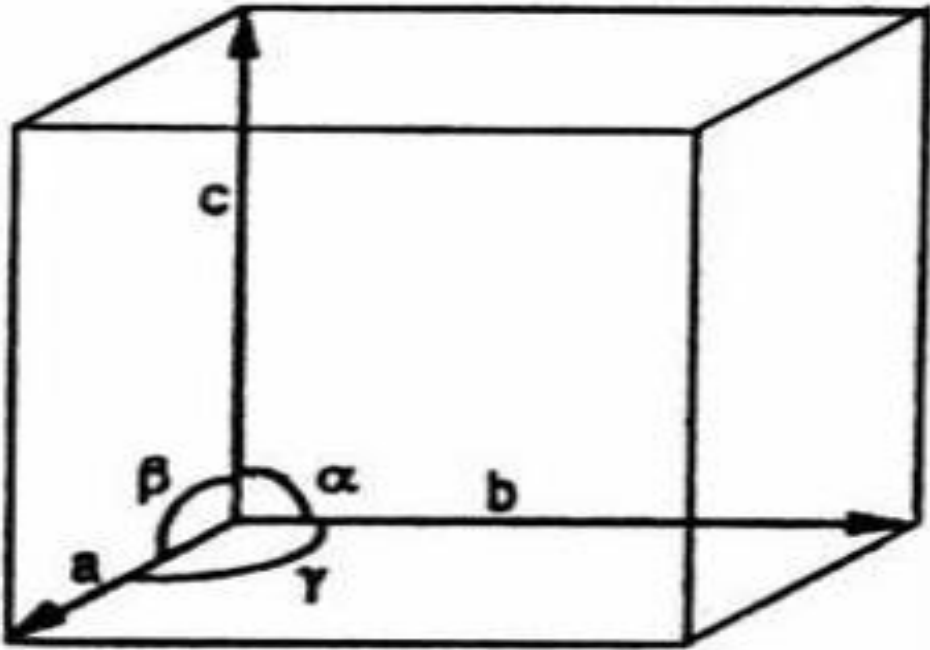
Dans le cas d'un réseau **bidimensionnel**, la maille est représentée par un **parallélogramme**, la maille est définie par deux paramètres linéaires et un paramètre angulaire. (rectangle ; carré ; losange)



La maille de Wigner-Seitz

**Différents types de mailles dans un réseau en 2 dimensions**

Dans le cas d'un réseau **tridimensionnel**, la maille est un **parallélépipède** (polyèdre à six faces, dont les faces sont des parallélogrammes)



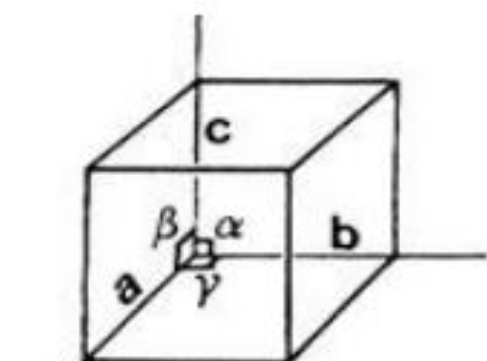
Une maille est dite simple si elle contient un seul nœud.  
Une maille est dite multiple si elle contient plusieurs nœuds.  
La plus petite maille cristalline permettant de décrire tout le cristal est appelée maille élémentaire.

**Schéma d'une maille cristalline**

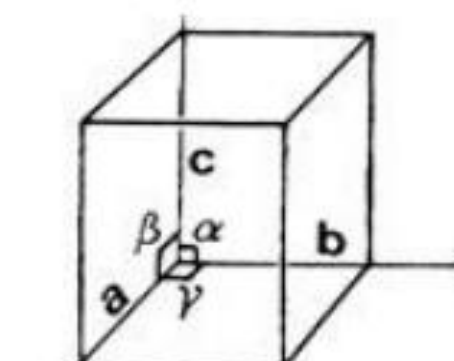
**Tableau 1 : Les 7 systèmes cristallins**

<b>Système</b>	<b>Longueurs des vecteurs directeurs des axes</b>	<b>Angles entre les axes</b>
Cubique	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Quadratique ou tétragonal	$a = b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Orthorhombique	$a \neq b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$
Monoclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \quad \beta \neq 90^\circ$
Triclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a=b \neq c$	$\alpha=\beta= 90^\circ \quad \gamma=120^\circ$
Rhomboédrique	$a=b=c$	$\alpha=\beta= \gamma \neq 90^\circ$

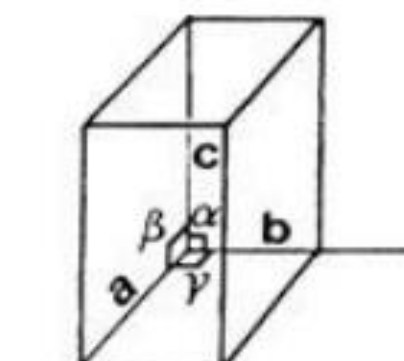
# Les sept systèmes cristallins



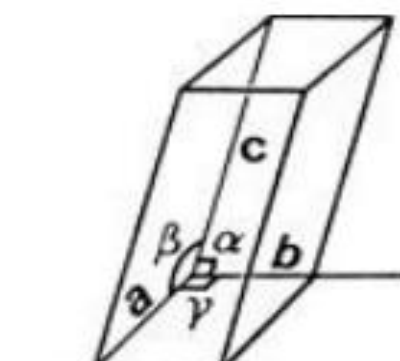
cubique  
 $a=b=c$   $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$



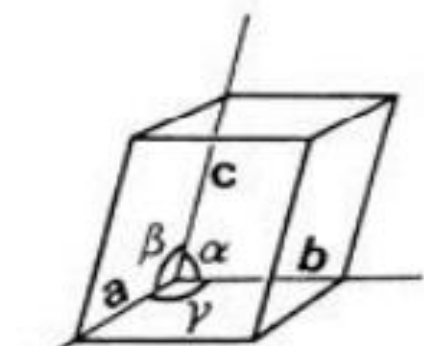
quadratique  
 $a=b \neq c$   $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$



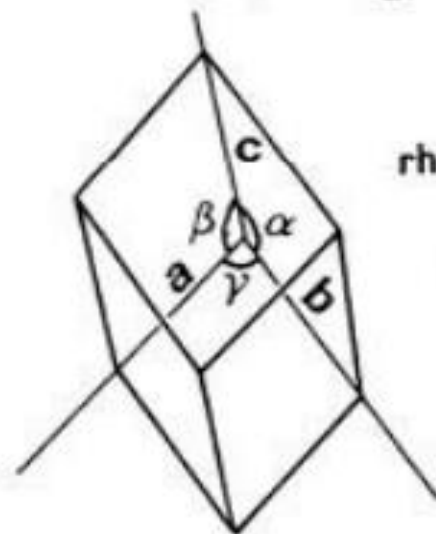
orthorhombique  
 $a \neq b \neq c$   $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$



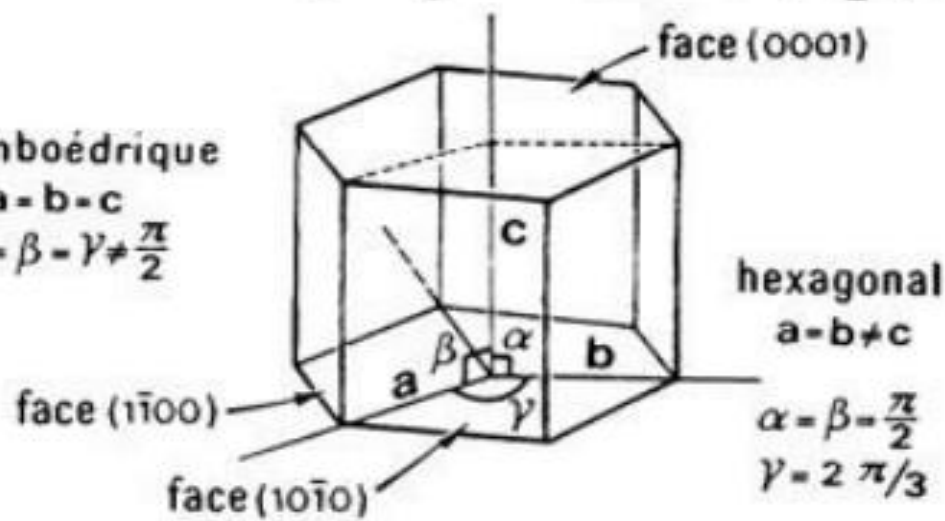
monoclinique  
 $a \neq b \neq c$   $\alpha=\gamma=\frac{\pi}{2} \neq \beta$



triclinique  
 $a \neq b \neq c$   $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \frac{\pi}{2}$



rhomboédrique  
 $a=b=c$   
 $\alpha=\beta=\gamma \neq \frac{\pi}{2}$



hexagonal  
 $a=b \neq c$   
 $\alpha=\beta=\frac{\pi}{2}$   
 $\gamma=2\pi/3$

Pour compter le nombre de nœuds « contenus » dans une maille élémentaire, il faut tenir compte de fait que les sommets du polyèdre appartiennent simultanément à un nombre **p** de mailles **adjacentes**, chacun d'eux comptera donc pour **1/P** nœuds. Une maille élémentaire contient toujours un nombre **entier N** de nœuds.

### La multiplicité (z):

La multiplicité  $z$  d'une maille cristalline représente le nombre de motifs (ou groupements formulaires) appartenant à cette maille.

**z = 1** : maille simple ou primitive

**z > 1** : maille multiple

- Maille simple ou primitive (P) :  $8 \times \frac{1}{8} = 1$  nœud/maille

- Maille centrée (I) :  $8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$  nœuds/maille

- Maille à faces centrées (F) :  $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$  nœuds/maille

- Maille à bases centrées (A ou B ou C) :  $8 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{2} = 2$  nœuds/maille

## La compacité :

La compacité représente le rapport du volume occupé par les  $z$  particules appartenant à la maille au volume total de la maille. Si on assimile les particules à des sphères de même rayon  $r$ , la compacité  $C$  peut être calculée par la relation:

**$C = \text{volume occupé par les atomes} / \text{volume de la maille}$**

$$C = \frac{z \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{V_{\text{maille}}} \quad \text{avec} \quad V_{\text{maille}} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$$

## La Masse volumique $\rho$ et la densité $d$ d'un solide :

$$\rho = \frac{\text{masse du solide (en g/cm}^3\text{)}}{\text{Son volume}}$$

Si on se réfère à une maille:  $\rho = \frac{\text{masse de la maille}}{\text{volume de la maille}}$

masse de la maille =  $z \times$  masse du motif =  $z \times$  Masse molaire du motif /  $N$

$$\text{D'où } \rho = \frac{z M_{\text{motif}}}{N v_{\text{maille}}}$$

$z$  = nombre de motifs par maille ;  $M_{\text{motif}}$  = masse molaire du motif ;

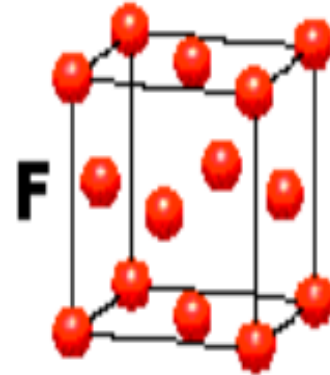
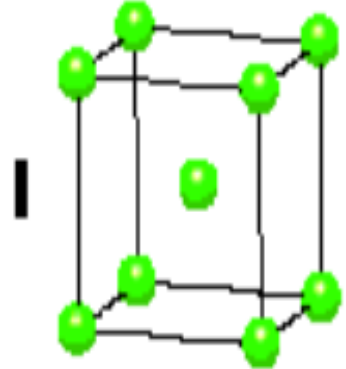
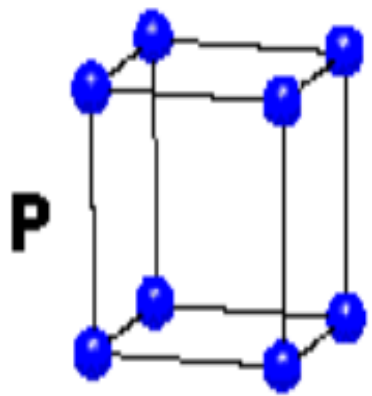
$N$  = nombre d'Avogadro ;  $V_{\text{maille}}$  = volume de la maille

**$d$  = masse d'un certain volume du solide (sans unités)  
masse du même volume d'eau**

# Les 14 réseaux de Bravais

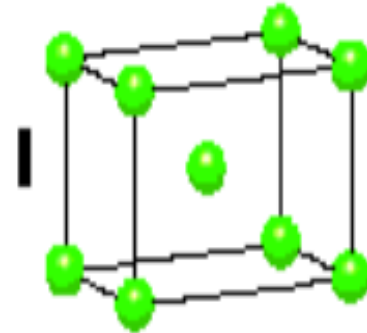
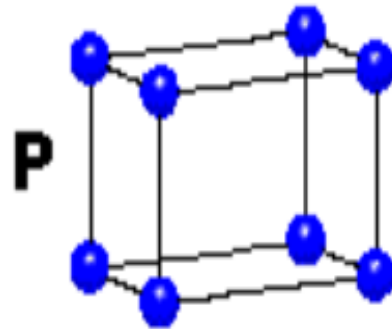
## Cubique

$$a = b = c$$
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



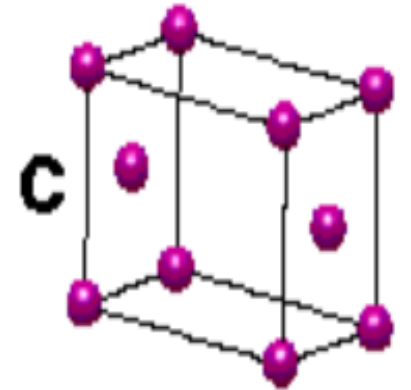
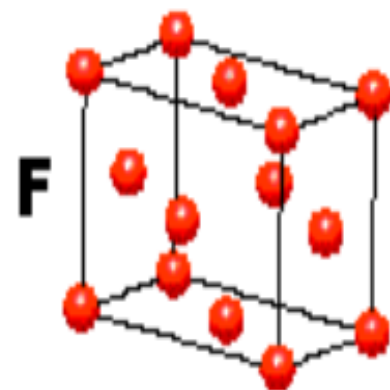
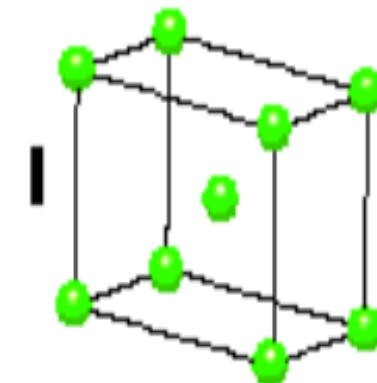
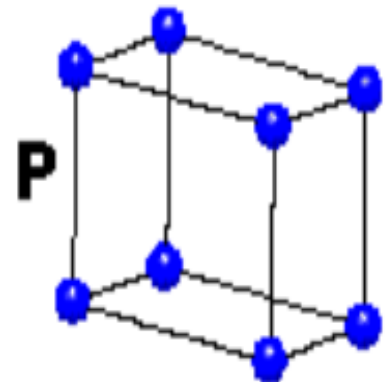
## Quadratique

$$a = b \neq c$$
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$



## Orthorhombique

$$a \neq b \neq c$$
$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$$

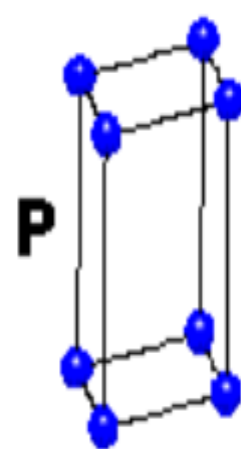


## Hexagonal

$$a = b \neq c$$

$$\alpha = \beta = 90^\circ$$

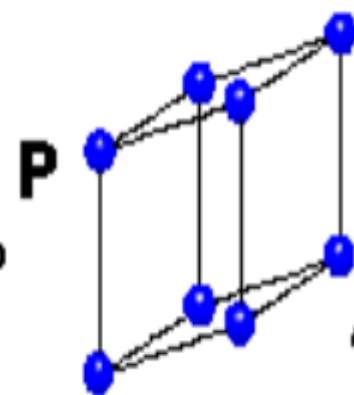
$$\gamma = 120^\circ$$



## Trigonal

$$a = b = c$$

$$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$$



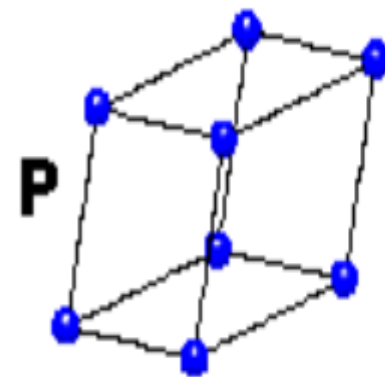
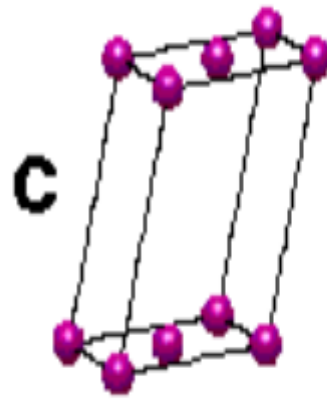
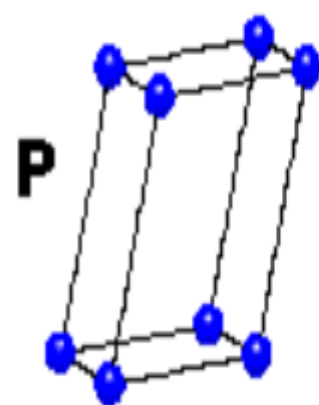
4 types de réseau

## Monoclinique

$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha = \gamma = 90^\circ$$

$$\beta \neq 120^\circ$$



## Triclinique

$$a \neq b \neq c$$

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$$

4 types de réseau

P Primitif

I centré

F toutes faces centrées

C 1 face centrée

+ 7 systèmes cristallins

= 14 réseaux de BRAVAIS

## Un plan réticulaire (indices de Miller)

**Un plan réticulaire** est un plan passant par les nœuds d'un réseau cristallin, caractérisant l'organisation atomique dans un solide. Ces plans, définis par trois nœuds non colinéaires, sont organisés en familles parallèles et équidistantes, repérées par des indices de Miller (hkl)

**Indices de Miller** : déterminent l'orientation du plan. Un plan coupe les axes du réseau aux fractions  $\frac{a}{h}$ ,  $\frac{b}{k}$ ,  $\frac{c}{l}$ .

En pratique, on procède de la façon suivante :

- \*On détermine les coordonnées des intersections du plan avec les axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  en fonction des longueurs  $a$ ,  $b$  et  $c$  ;
- \*On prend les inverses de ces intersections ;
- \*On réduit les trois fractions au plus petit commun dénominateur ;
- \*On prend les trois numérateurs ainsi obtenus représentant les trois indices  $h$ ,  $k$  et  $l$  par rapport aux trois axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ .

Prenons leurs inverses  $1/x$ ,  $1/y$ ,  $1/z$  et multiplions les par leur plus petit commun multiple. On obtient trois nombres premiers entre eux  $h$ ,  $k$  et  $l$  qui sont les indices de Miller du plan

**Si le plan // Ox donc  $h=0$**

**Si le plan // Oy donc  $k=0$**

**Si le plan // oz donc  $l=0$**

**un plan peut être // à 2 axes**

**2 indices peuvent être =0**

**Exemple** : Soit la face représentée sur la figure ci-dessous ; déterminer les indices de Miller (hkl) de cette face

Les coordonnées des intersections du plan avec les axes Ox , Oy et Oz sont  $(1/2, \infty, 1)$

Les inverses de ces intersections ;  $(2, 0, 1)$

Les indices de Miller (hkl) sont  $(201)$

