SÉRIE TD 2

February 2026

1. Valeur moyenne et valeur efficace

On considère une période $T = 2\pi$.

Cas 1

Le signal vaut :

$$v(t) = \begin{cases} V_m \sin(\omega t) & \text{pour } \omega t \in \left[\frac{\pi}{3}, \pi\right] \\ V_m \sin(\omega t) & \text{pour } \omega t \in \left[\frac{4\pi}{3}, 2\pi\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Valeur moyenne

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\pi/3}^{\pi} V_m \sin x \, dx + \int_{4\pi/3}^{2\pi} V_m \sin x \, dx \right)$$

Les deux aires sont égales et opposées, donc :

$$\boxed{V_{\text{moy}} = 0}$$

Valeur efficace

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi} \left(2 \int_{\pi/3}^{\pi} V_m^2 \sin^2 x \, dx \right)$$

Or :

$$\int \sin^2 x \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$$

$$\int_{\pi/3}^{\pi} \sin^2 x \, dx = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}$$

Donc :

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{\pi} \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right)$$

$$\boxed{V_{\text{eff}} = V_m \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8\pi}}}$$

Cas 2

Le signal vaut :

$$v(t) = \begin{cases} V_m \sin(\omega t) & \text{pour } \omega t \in \left[\frac{\pi}{4}, \pi\right] \\ V_m \sin(\omega t) & \text{pour } \omega t \in \left[\frac{5\pi}{4}, 2\pi\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Valeur moyenne

$$V_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi}\left(2\int_{\pi/4}^{\pi} V_m \sin x \, dx\right)$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi} \sin x \, dx = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{V_{\text{moy}} = \frac{V_m}{\pi}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

Valeur efficace

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2\pi}\left(2\int_{\pi/4}^{\pi} V_m^2 \sin^2 x \, dx\right)$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi} \sin^2 x \, dx = \frac{3\pi}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\boxed{V_{\text{eff}} = V_m\sqrt{\frac{3}{8} + \frac{1}{4\pi}}}$$

2. Nature des signaux

- **Cas 1 :** signal **alternatif** (valeur moyenne nulle).
- **Cas 2 :** signal **continu pulsé** (valeur moyenne non nulle, signal unidirectionnel).

Exercice 2 : Caractéristiques idéales des interrupteurs

Rappel (interrupteur idéal)

Un interrupteur idéal possède les propriétés suivantes :

- En conduction : $v = 0$ et i quelconque.
- En blocage : $i = 0$ et v quelconque.
- Commutation instantanée.
- Aucune perte de puissance.

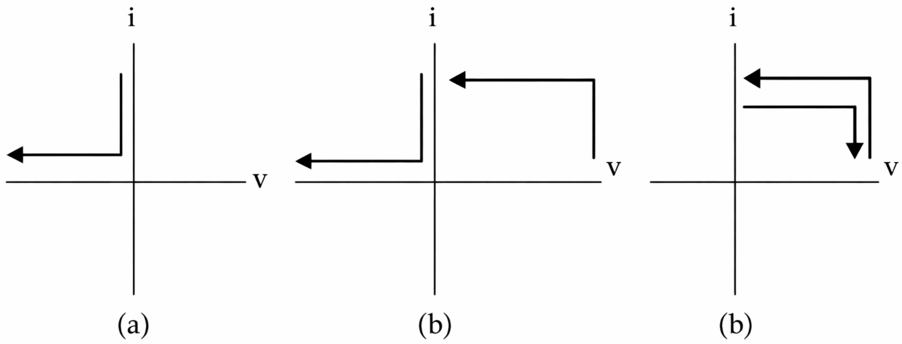

Figure 1: Caractéristiques : diode (a), thyristor (b), GTO (c)

Exercice 3

Redresseur monophasé simple alternance (P1)

Données :

$$V_m = 100\,V \qquad R = 20\,\Omega$$

La tension d'entrée est :

$$v_s(t) = V_m \sin(\omega t)$$

1) Allure de la tension de sortie

Pour une diode idéale :

$$v_o(t) = \begin{cases} V_m \sin(\omega t) & \text{si } 0 < \omega t < \pi \\ 0 & \text{si } \pi < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

C'est une sinusoïde redressée simple alternance (demi-onde positive).

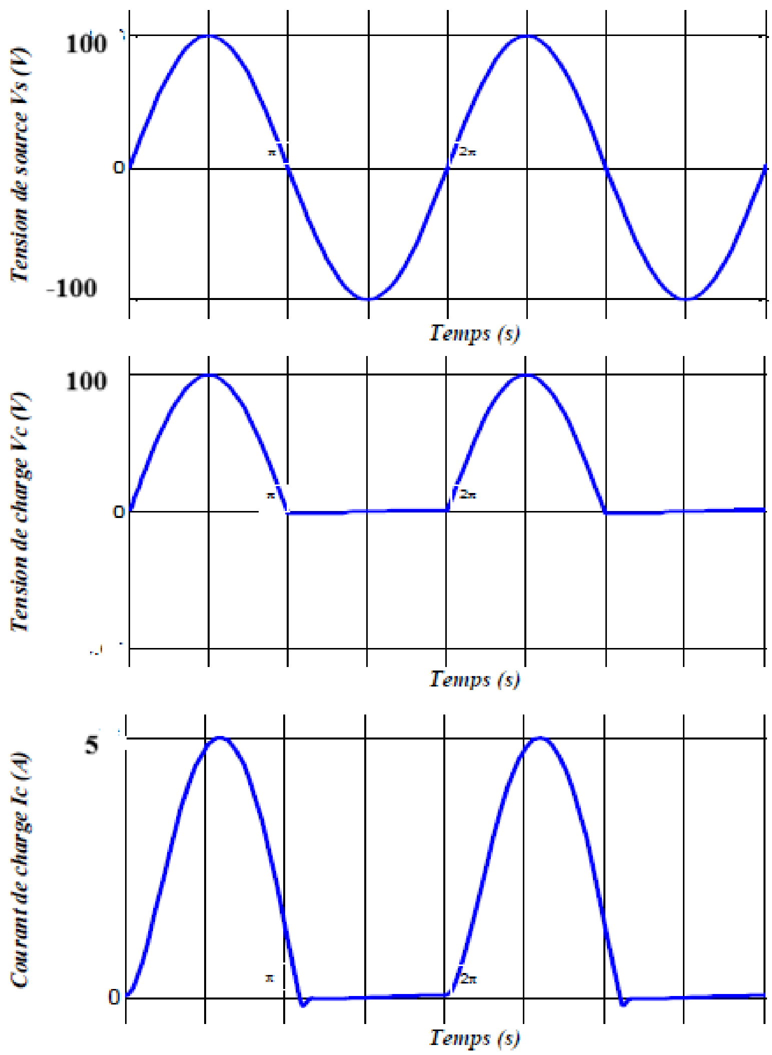

Figure 2: Allures de la tension et courant

2) Valeur moyenne et courant de charge

Valeur moyenne

$$V_{moy} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin\theta \, d\theta$$

$$V_{moy} = \frac{V_m}{2\pi} \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}$$

$$V_{moy} = \frac{V_m}{2\pi}(2)$$

$$\boxed{V_{moy} = \frac{V_m}{\pi}}$$

Numériquement :

$$V_{moy} = \frac{100}{\pi} = 31.83\,V$$

Courant moyen de charge

$$I_{moy} = \frac{V_{moy}}{R}$$

$$\boxed{I_{moy} = \frac{31.83}{20} = 1.59\,A}$$

3) Valeur efficace

$$V_{eff}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2\theta \, d\theta$$

Or :

$$\int_0^{\pi} \sin^2\theta \, d\theta = \frac{\pi}{2}$$

Donc :

$$V_{eff}^2 = \frac{V_m^2}{4}$$

$$\boxed{V_{eff} = \frac{V_m}{2}}$$

Numériquement :

$$V_{eff} = 50\,V$$

4) Tension aux bornes de la diode

$$v_D(t) = \begin{cases} 0 & 0 < \omega t < \pi \\ V_m \sin(\omega t) & \pi < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

La tension inverse maximale (PIV) :

$$\boxed{V_{PIV} = V_m = 100\,V}$$

5) Facteur de forme et taux d'ondulation

Facteur de forme

$$FF = \frac{V_{eff}}{V_{moy}}$$

$$FF = \frac{V_m/2}{V_m/\pi}$$

$$\boxed{FF = \frac{\pi}{2} = 1.57}$$

Taux d'ondulation

$$r = \sqrt{\left(\frac{V_{eff}}{V_{moy}}\right)^2 - 1}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 1}$$

$$\boxed{r = 1.21}$$

Exercise 4

On considère un redresseur monophasé simple alternance (**P1**) alimenté par une source de tension alternative de valeur efficace $45\sqrt{2}\,\mathrm{V}$, alimentant une charge composée d'une résistance $R = 100\,\Omega$ et d'une inductance $L = 100\,\mathrm{mH}$.

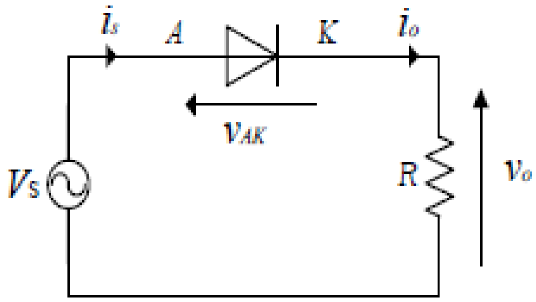

Figure 3: redresseur monophasé simple alternance à diode

1. **Tracer l'allure de la tension de sortie (Voir chronogramme)**

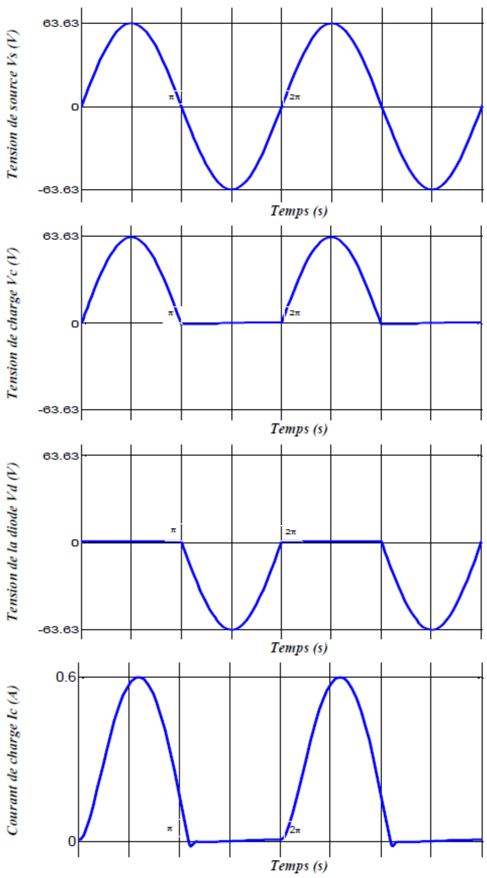

Figure 4: chronogram (with freewheeling diode)

2. **Déterminer l'expression de la valeur moyenne de la tension de sortie (avec DRL)**

$$V_c = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} V_m \sin\theta \, d\theta = \frac{V_m}{2\pi}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{V_m}{2\pi}\left[1+1\right]$$

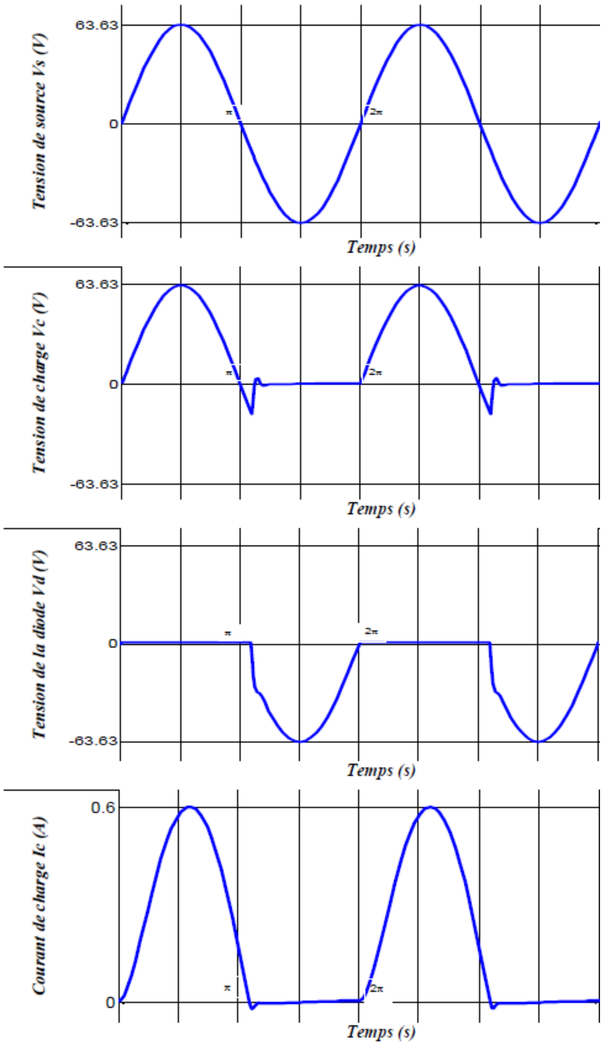

Figure 5: chronogram (without freewheeling diode)

$$V_c = \frac{V_m}{\pi}$$

Numerical application:

$$V_c = \frac{45\sqrt{2}}{\pi} \approx 20.25\,\mathrm{V}$$

Déduire la valeur du courant de charge:

$$I_c = \frac{V_c}{R} = \frac{45\sqrt{2}}{\pi \cdot 100} \approx 0.20\,\mathrm{A}$$

3. **Déterminer l'expression de la valeur efficace de la tension de sortie (avec DRL).** :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} (V_m \sin\theta)^2 \, d\theta}$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\theta \, d\theta = \frac{V_m^2}{4\pi} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2\theta) \, d\theta$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{4\pi} \left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} = \frac{V_m^2}{4\pi} \cdot \pi$$

Simplify:

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_m}{2}$$

Application numérique:

$$V_{\text{eff}} = \frac{45\sqrt{2}}{2} \approx 31.81\,\text{V}$$

4. **Tracer l'allure de la tension aux bornes de la diode (avec DRL et sans DRL) (Voir chronogramme)**

   La tension supportable par cette diode est:

$$V_d = -V_m = -45\sqrt{2} \approx -63.63\,\text{V}$$

5. **Déduire la valeur du facteur de forme et le taux d'ondulation**

   Form factor:

$$F = \frac{V_{\text{eff}}}{|V_c|} = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$$

   Ripple factor:

$$\tau = \sqrt{F^2 - 1} \cdot 100 \approx 121\%$$

Exercise 6

Soit un redresseur monophasé double alternance (**PD2**) connecté à une tension alternative 45 V, alimentant une charge composée d'une résistance $R = 100\,\Omega$ et d'une inductance $L = 100\,\text{mH}$.

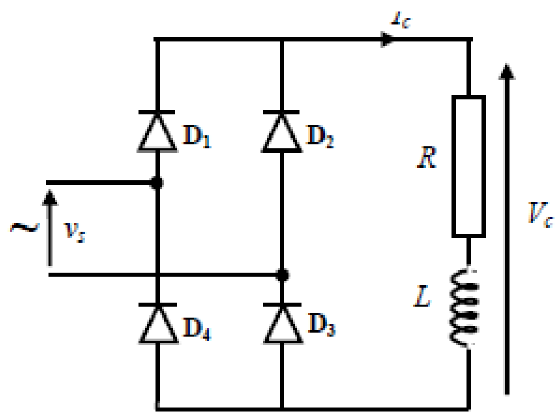

Figure 6: Redressement double alternance à pont de Graetz (PD2)

1. **Tracer l'allure de la tension de charge, courant de charge et l'allure de la tension aux bornes de la diode D2 (Voir chronogramme)** La tension supportable par cette diode est:

$$V_d = -V_m = -45\sqrt{2} \approx -63.63\,\text{V}$$

2. **Déterminer l'expression de la valeur moyenne de la tension de sortie**

$$V_c = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} V_m \sin\theta \, d\theta = \frac{V_m}{\pi}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{V_m}{\pi}[1+1]$$

$$V_c = \frac{2V_m}{\pi}$$

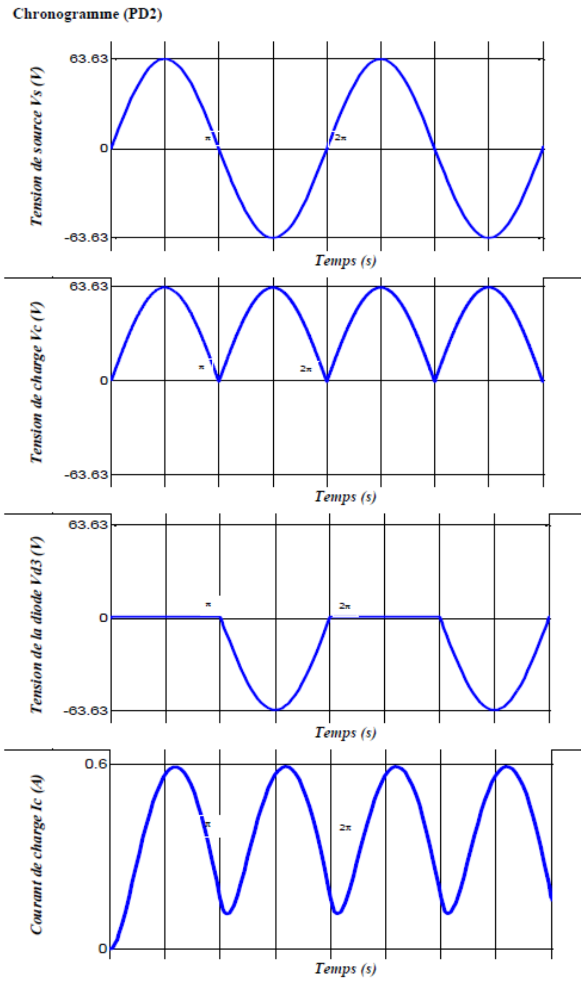

Figure 7: chronograme PD2

Numerical application:

$$V_c = 2\frac{45\sqrt{2}}{\pi} \approx 40.5\,\mathrm{V}$$

Déterminer l'expression de la valeur efficace de la tension de sortie :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} (V_m \sin\theta)^2 \, d\theta}$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{\pi}\int_0^{\pi} \sin^2\theta \, d\theta = \frac{V_m^2}{2\pi}\int_0^{\pi} (1-\cos 2\theta) \, d\theta$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}\left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} = \frac{V_m^2}{2\pi}\cdot\pi$$

Simplify:

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_m}{sqrt2}$$

Application numérique:

$$V_{\text{eff}} = \frac{45\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \approx 45\,\mathrm{V}$$

Déduire la valeur du facteur de forme et le taux d'ondulation

Form factor:

$$F = \frac{V_{\text{eff}}}{|V_c|} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$$

Ripple factor:

$$\tau = \sqrt{F^2 - 1} \cdot 100 \approx 48\%$$

3. **D**éduire la valeur du courant de charge:

$$I_c = \frac{V_c}{R} = \frac{2 * 45\sqrt{2}}{\pi \cdot 100} \approx 0.40\,\text{A}$$

Exercise 7

Soit un redresseur monophasé double alternance (**PT2**) connecté à une tension alternative de valeur max 220 V, alimentant une charge composée d'une résistance $R = 10\,\Omega$ et d'une inductance $L = 10\,\text{H}$ et d'une source $E = 100\,\text{V}$.

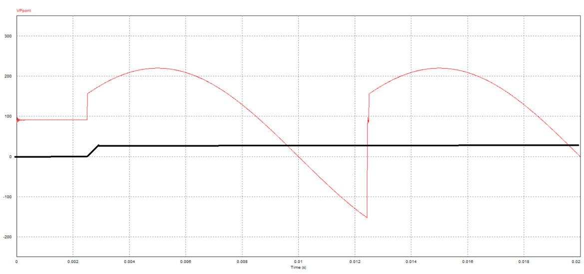

Figure 8: V AND I PONT

Le thyristor TH_1 conduit de α à $\pi + \alpha$, alors on obtient 10 ms.

Valeur moyenne :

$$V_{\text{moy}} = \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \frac{2V_{\text{max}}}{2\pi} \sin(\theta)\, d\theta$$

$$= \frac{V_{\text{max}}}{\pi} \left[-\cos(\pi + \alpha) + \cos(\alpha)\right]$$

$$= \frac{220\sqrt{2}}{\pi} = 100\,\text{V}$$