Examen de Rattrapage Physique 1

Exercice 1 : (08pts)

Dans le plan OXY, le vecteur position du point matériel **M** est donné comme suit :

$$\overrightarrow{OM} = (t^2 + 1)\vec{i} - (t - 1)^2\vec{j}$$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire de **M** ?
2. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de **M** ainsi que leurs normes ?
3. Trouver l'instant t_0 pour lequel l'ordonné du point **M** est nul. Quelle sera la vitesse de **M** à cet instant ?
4. Déterminer les intervalles du temps durant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé ?
5. Trouver les expressions des accélérations normale (a_n) et tangentielle (a_t) de son accélération. Déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire ?
6. Si la masse du point matériel est **m**, trouver sa quantité de mouvement $\vec{P}$, ainsi que la force $\vec{F}$ qu'il subi ?

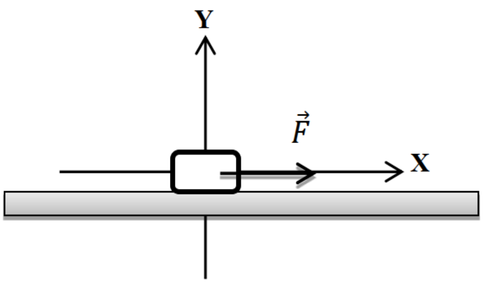
Exercice 2 : (04pts)

Un drone se déplace suivant une trajectoire en spirale telle que ses coordonnées polaires au temps t soient données par : $\rho(t) = be^{\omega t}$, $\theta(t) = \omega t$.

Ou b et ω sont des constantes positives. Dans la base des coordonnées polaires ($\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\theta$), déterminer les composantes des vecteurs position $\vec{r}(t)$, vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ à l'instant t.

Exercice 3 : (06pts)

Une boite de masse $m = 10\ kg$, posée sur un support horizontal, est tirée avec une force $\vec{F}$ (voir figure). Le contact entre la boite avec le support est caractérisé par les coefficients de frottements statique $\mu_s = 0.5$ et cinématique (dynamique) $\mu_c = 0.2$.



1. Représenter les forces appliquées sur la boite
2. Trouver la valeur minimale F_0 de la force F nécessaire pour déclencher le mouvement de la boite.
3. Donner l'intensité de la force de frottement et l'accélération correspondante pour chacune des valeurs suivantes de F : $F_1 = 50N$, $F_2 = 55N$ et $F_3 = 60N$. On prendra $g = 10ms^{-2}$.

Questions de cours : (02pts)

Enoncer le principe fondamental de la dynamique et le théorème du moment cinétique.

Bonne chance

Examen de Rattrapage Physique 1

Exercice 1 : (08pts)

Dans le plan OXY, le vecteur position du point matériel **M** est donné comme suit :

$$\overrightarrow{OM} = (t^2 + 1)\vec{i} - (t - 1)^2\vec{j}$$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire de **M** ?
2. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de **M** ainsi que leurs normes ?
3. Trouver l'instant t_0 pour lequel l'ordonné du point **M** est nul. Quelle sera la vitesse de **M** à cet instant ?
4. Déterminer les intervalles du temps durant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé ?
5. Trouver les expressions des accélérations normale (a_n) et tangentielle (a_t) de son accélération. Déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire ?
6. Si la masse du point matériel est **m**, trouver sa quantité de mouvement $\vec{P}$, ainsi que la force $\vec{F}$ qu'il subi ?

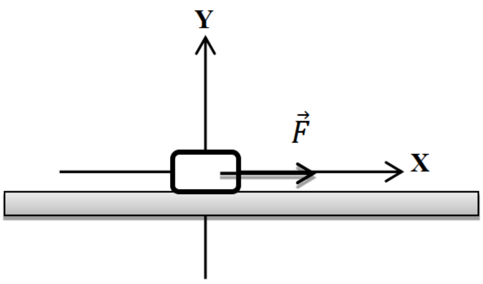
Exercice 2 : (04pts)

Un drone se déplace suivant une trajectoire en spirale telle que ses coordonnées polaires au temps t soient données par : $\rho(t) = be^{\omega t}$, $\theta(t) = \omega t$.

Ou b et ω sont des constantes positives. Dans la base des coordonnées polaires ($\vec{e}_\rho$, $\vec{e}_\theta$), déterminer les composantes des vecteurs position $\vec{r}(t)$, vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ à l'instant t.

Exercice 3 : (06pts)

Une boite de masse $m = 10\ kg$, posée sur un support horizontal, est tirée avec une force $\vec{F}$ (voir figure). Le contact entre la boite avec le support est caractérisé par les coefficients de frottements statique $\mu_s = 0.5$ et cinématique (dynamique) $\mu_c = 0.2$.



1. Représenter les forces appliquées sur la boite
2. Trouver la valeur minimale F_0 de la force F nécessaire pour déclencher le mouvement de la boite.
3. Donner l'intensité de la force de frottement et l'accélération correspondante pour chacune des valeurs suivantes de F : $F_1 = 50N$, $F_2 = 55N$ et $F_3 = 60N$. On prendra $g = 10ms^{-2}$.

Questions de cours : (02pts)

Enoncer le principe fondamental de la dynamique et le théorème du moment cinétique.

Bonne chance

Solution

Exercice 1 : (08pts)

1) Equation de la trajectoire : $\overrightarrow{OM} = \left((t^2+1)\vec{i} - 2(t-1)^2\vec{j}\right)$ avec $\begin{cases} x = t^2+1 \\ y = -(t-1)^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} t = \sqrt{x-1} \\ y = -(t-1)^2 \end{cases}$ on remplace t dans y et on aura :

$$y = -\left(\sqrt{x-1} - 1\right)^2 \quad \text{(0.5)}$$

2) Vecteur de vitesse : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = (2t\vec{i} + (-2)\,(t-1)\vec{j})$ m/s (0.75)

La norme : $\|\vec{v}\| = V = \sqrt{(2t)^2 + (-2t+2)^2} = \sqrt{8t^2 - 8t + 4}$ m/s (0.5)

Vecteur d'accélération : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = (2\vec{i} - 2\vec{j})$ m/s^2 (0.75)

La norme : $\|\vec{a}\| = a = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}\, m/s^2$ (0.5)

3) L'instant t_0 pour lequel l'ordonné du point **M** est nul :

$$y = -(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t_0 = 1\, s \quad \text{(0.5)}$$

La vitesse de **M** à $t=t_0$ est : $V_0 = \sqrt{8(1)^2 - 8(1) + 4} = 2\, m/s$ (0.5)

4) Les intervalles du temps durant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé :

$\vec{a}.\vec{v} = a_x.v_x + a_y.v_y = (2)(2t) + (-2)(-2t+2) = 8t - 4$ (0.25)

On étudie le signe de $\vec{a}.\vec{v}$: $\vec{a}.\vec{v} = 8t - 4 = 0 \Rightarrow t = 0.5$ s (0.25)

Dans l'intervalle $[0\,,\,0.5[$ $\vec{a}.\vec{v} < 0$, le mouvement est décéléré (0.25)

Dans l'intervalle $]0.5\,,+\infty[$ $\vec{a}.\vec{v} > 0$, le mouvement est accéléré (0.25)

5) a_t, a_n et le rayon de courbure Rc de la trajectoire

- La composante tangentielle de l'accélération :

$$a_t = \frac{dV}{dt} = \frac{d\sqrt{(2t)^2 + (-2t+2)^2}}{dt} = \frac{4t-2}{\sqrt{(2t)^2 - 2t + 1}} \quad \text{(0.75)}$$

- La composante normale de l'accélération :

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{4t-2}{\sqrt{(2t)^2 - 2t + 1}}\right)^2}$$

$$a_n = \frac{2}{\sqrt{(2t)^2 - 2t + 1}} \quad \text{(0.75)}$$

- Le rayon de courbure de la trajectoire : on a

$$a_n = \frac{V^2}{R_c} \Rightarrow R_c = \frac{V^2}{a_n} \Rightarrow R_c = \frac{\left(\sqrt{(2t)^2 + (-2t+2)^2}\right)^2}{\left(\frac{2}{\sqrt{(2t)^2 - 2t + 1}}\right)}$$

$$\Rightarrow R_c = 2(2t^2 - 2t + 1)^{3/2} \quad \underline{(0.5)}$$

6) La quantité du mouvement $\vec{p}$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\vec{p} = m(2t\vec{i} + (-2t+2)\vec{j})\ Kg.m/s \quad \underline{(0.5)}$$

La force $\vec{F}$:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m(2\vec{i} - \vec{j})\ N \quad \underline{(0.5)}$$

Exercice 2 : (04pts)

- Vecteur position $\vec{r}$(t) :

$$\rho(t) = be^{\omega t}\ ;\ \theta(t) = \omega t$$

$$\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM} = \rho\vec{e}_\rho\ \underline{(0.5)} = (be^{\omega t})\vec{e}_\rho\ \underline{(0.5)}$$

- Vecteur vitesse $\vec{v}$(t) :

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega\ \underline{(0.5)};\ \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{e}_\theta = \omega\vec{e}_\theta\ \underline{(0.5)}\ ;\ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{e}_\rho = -\omega\vec{e}_\rho\ \underline{(0.5)}$$

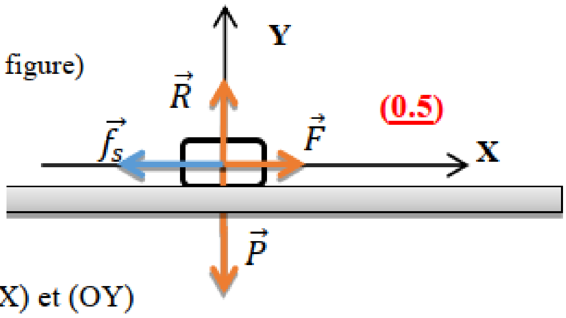
$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\ \underline{(0.25)} = (b\omega e^{\omega t})\left[\vec{e}_\rho + \vec{e}_\theta\right]\ \underline{(0.5)}$$

- Vecteurs accélération $\vec{a}$(t) :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\ \underline{(0.25)} = (2b\omega^2 e^{\omega t})\vec{e}_\theta\ \underline{(0.5)}$$

<u>Exercice 3</u> : (06pts)

<u>Partie 1: A l'équilibre</u>



1. Représentation des forces agissant sur la boite (voir la figure)
2. En appliquant le PFD sur la boite :

$\sum \vec{F}_{ex} = m\,\vec{a} = \vec{0}\left(\vec{a} = \vec{0} : en\ équlibre\right)$ **(0.25)**

$\Rightarrow \vec{F} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f_s} = \vec{0}$ **(0.25)**

La projection de l'équation vectorielle sur les axes (OX) et (OY)

$$\begin{cases}(OX):\ F - f_s = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1) & \textbf{(0.25)}\\ (OY): R - P = 0 \ldots\ldots\ldots \quad (2) & \textbf{(0.25)}\end{cases}$$

La valeur minimale de la force d'entrainement F_0

De (1) : $F_0 = f_s$ **(0.25)**

On a $f_s = \mu_s R = \mu_s P$ **(0.25)**

Donc $F_0 = \mu_s P$ A.N. $F_0 = 50N$ **(0.5)**

3. La valeur de $\vec{f_s}$ et de l'accélération $\vec{a}$:

$F_1 = 50N = F_0$, la boite est immobile. $f_s = F_1 = 50N$ **(0.25)**
$a = 0$ **(0.25)**

$F_2 = 55N > F_0$, la boite est mobile

En appliquant le PFD : $\sum \vec{F}_{ex} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f_s} = m\,\vec{a}$ **(0.25)**

Par projection :
$$\begin{cases}(OX):\ F - f_c = m\,a \ \Rightarrow\ a = \dfrac{F_x - f_c}{m} & \textbf{(0.5)}\\ (OY): R - P = 0 \Rightarrow R = P & \textbf{(0.5)}\end{cases}$$

$f_s = \mu_c R = \mu_c P = 20N$ **(0.5)** $a = \dfrac{F - f_c}{m} = 3.5ms^{-2}$ **(0.5)**

$F_2 = 60N > F_0$, la boite est mobile $f_s = \mu_c R = \mu_c P = 20N$ **(0.25)**

$a = \dfrac{F - f_c}{m} = 4ms^{-2}$ **(0.5)**

<u>Questions de cours</u> : (02pts)

Le principe fondamental de la dynamique : $\sum \boldsymbol{\vec{F}_{ext}} = \boldsymbol{m\vec{a}}$ **(1)**

Le théorème du moment cinétique : $\dfrac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum \boldsymbol{\tau}(\vec{F}_{ext})$ **(1)**