# Redresseur triphasé P3 non commandé

## Exercice 1

Soit un redresseur triphasé $P3$ non commandé constitué par un commutateur le plus positif (cathodes communes) connecté à une tension alternative de 220/380V et alimentant une charge($R = 100\,\Omega$).

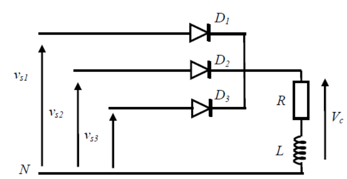



Figure 5.1 Redresseurs triphasés simple alternance *P3* à cathodes communes

### 1. Conditions pour un système triphasé équilibré

Les conditions nécessaires pour obtenir un système de tension triphasé équilibré sont :

- Même amplitude (même valeur efficace)
- Même fréquence (même pulsation $\omega = 2\pi f$)
- Tensions déphasées de 120° ($\frac{2\pi}{3}$)

### 2. Allure de la tension de charge

Voir chronogramme.

### 3. Allure de la tension aux bornes de la diode $D_3$

Voir chronogramme.
La tension supportable par cette diode est :

$$V_{D3} = -\sqrt{3}V_m = -220\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = -538,88\,\mathrm{V}$$

## 4. Valeur moyenne de la tension de charge

La valeur moyenne de la tension de charge s'exprime par :

$$V_c = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m \sin\theta \, d\theta$$

$$V_c = \frac{3V_m}{2\pi} \left[-\cos\theta\right]_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$V_c = \frac{3V_m}{2\pi} \left[-\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$V_c = \frac{3V_m}{2\pi} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}\, V_m}{2\pi}$$

## Application numérique

$$V_c = \frac{3\sqrt{3} \cdot 220\sqrt{2}}{2\pi} = 257,3\,\mathrm{V}$$

## 5. Valeur efficace de la tension de charge

La valeur efficace (quadratique) de la tension de charge est donnée par :

$$V_{c\#}^2 = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (V_m \sin\theta)^2 \, d\theta$$

$$V_{c\#}^2 = \frac{3V_m^2}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \sin^2\theta \, d\theta$$

Sachant que $\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$, on obtient :

$$V_{c\#}^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi} \left[\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{1}{2}\sin\frac{10\pi}{6} - \frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{6}\right)\right]$$

$$V_{c\#}^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi} \left[\frac{4\pi}{6} - \left(\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$$

$$V_{c\#}^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi} \left[\frac{2\pi}{3} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\right]$$

$$V_{c\#}^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$V_{c\#}^2 = V_m^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8\pi} \right)$$

$$\boxed{V_{c\#} = V_m \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}}}$$

## 6. Facteur de forme

Le facteur de forme $F$ est le rapport de la valeur efficace à la valeur moyenne :

$$F = \frac{V_{c\#}}{|V_c|}$$

$$F = \frac{V_m \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8\pi}}}{\frac{3\sqrt{3}\,V_m}{2\pi}}$$

$$\boxed{F = 1,017}$$

## 7. Taux d'ondulation

Le taux d'ondulation $\tau$ (en pourcentage) est donné par :

$$\tau = \sqrt{F^2 - 1} \times 100$$

$$\boxed{\tau = 18,3\%}$$

## 8. Courant de charge

En supposant l'inductance suffisamment grande pour lisser le courant, le courant moyen de charge est :

$$I_c = \frac{V_c}{R}$$

$$I_c = \frac{3\sqrt{3} \cdot V_m}{2\pi \cdot R}$$

## Application numérique

$$I_c = \frac{257,3}{100} = 2,57\,\mathrm{A}$$

## 9. Courant dans une phase

En régime équilibré, le courant moyen dans chaque diode (et donc dans chaque phase) est :

$$I_{c1} = \frac{I_c}{3}$$

### Application numérique

$$I_{c1} = \frac{2,57}{3} = 0,85\,\mathrm{A}$$

## 10. Panne de la diode $D_2$

En cours de fonctionnement, la diode $D_2$ est grillée (bloquée).

### Allure de la tension de charge

Voir chronogramme.

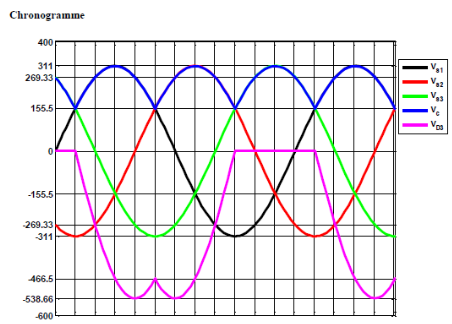


Figure 5.3. Tension de charge *Vc* et la tension aux borne de la diode *D3*

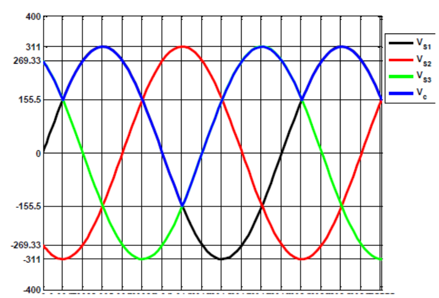


Figure 5.4. Tension de charge lorsque la diode *D2* est grillée

# Exercice 2

Soit un redresseur triphasé PD3 non commandé connecté à une tension alternative de 220/380V et alimentant une charge $R$, avec $R = 100\,\Omega$ et $L = 0\,\mathrm{mH}$. Voir chronogramme.

## 1. Allure de la tension de charge

Voir chronogramme.

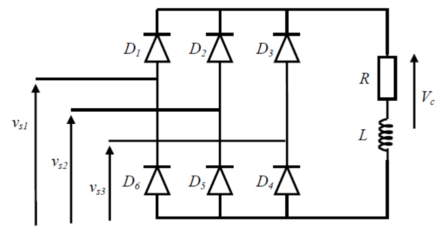


Figure 5.9 Redresseur double alternance *PD3*

## 2. Valeur moyenne de la tension de charge

La valeur moyenne de la tension de charge s'exprime par :

$$V_c = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{3\pi}{6}} (V_{s1} - V_{s2})\, d\theta$$

$$V_c = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (V_{s1} - V_{s3})\, d\theta$$

$$V_c = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} (V_{s3} - V_{s2})\, d\theta$$

Pour une des périodes, par exemple sur $\left[\frac{11\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}\right]$, on a la différence $V_{s3} - V_{s2}$ :

$$V_{s3} - V_{s2} = V_m \left(\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

En développant :

$$V_{s3} - V_{s2} = V_m \left(-\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\right)$$

$$V_{s3} - V_{s2} = \sqrt{3}\, V_m \cos\theta$$

L'intégrale de la valeur moyenne devient alors :

$$V_c = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \sqrt{3}\, V_m \cos\theta\, d\theta$$

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}\, V_m}{\pi} \left[\sin\theta\right]_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}}$$

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}\, V_m}{\pi} \left[\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right]$$

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}\, V_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\boxed{V_c = \frac{3\sqrt{3}\, V_m}{\pi}}$$

### Application numérique

Avec $V_m = 220\sqrt{2}\,\text{V}$ (tension simple de phase) :

$$V_c = \frac{3\sqrt{3}\cdot 220\sqrt{2}}{\pi}$$

$$\boxed{V_c = 514,6\,\text{V}}$$

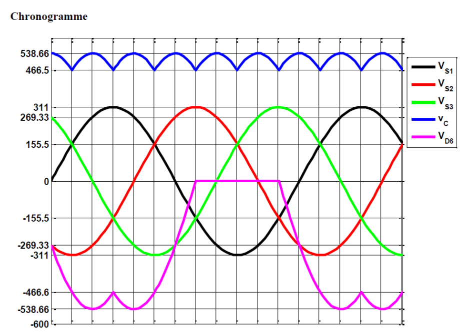
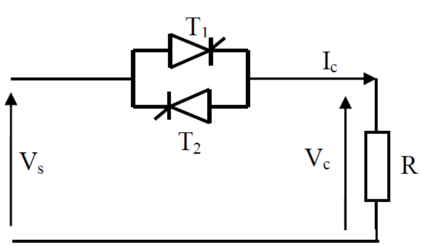



Figure 5.11. Tension de charge $Vc$ et la tension aux borne de la diode $D6$

# Exercice 3

Soit un gradateur monophasé formé de deux thyristors montés en tête-bêche (supposés parfaits), connecté à une tension alternative sinusoïdale $U = 45V$ de fréquence $f = 50Hz$, alimentant une charge résistive $R = 100\Omega$.

## 1. Schéma de montage

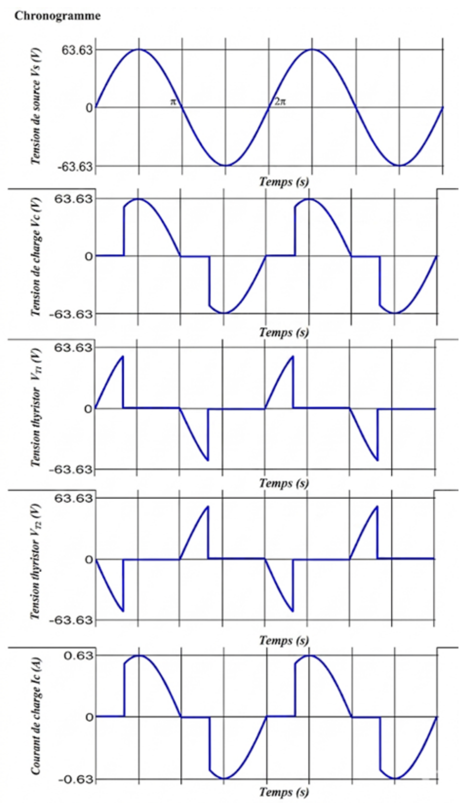



## 2. Allure de la tension de charge pour $\alpha = 60°$

## 3. Expression de la valeur efficace de la tension de charge

La valeur efficace de la tension de charge s'écrit :

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi}(V_m \sin\theta)^2\,d\theta = \frac{V_m^2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}\frac{1-\cos 2\theta}{2}\,d\theta$$




$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}\left[\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta\right]_\alpha^\pi$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}\left[(\pi-\alpha) - \frac{1}{2}\big(\sin 2\pi - \sin 2\alpha\big)\right]$$

$$V_{\text{eff}} = V\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}} \quad \text{avec } V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

**Application numérique :** Pour $\alpha = 60° = \pi/3$ :

$$V_{\text{eff}} = 45\sqrt{1 - \frac{1}{3} + \frac{\sin(120°)}{2\pi}} = 45\sqrt{1 - 0{,}333 + \frac{\sqrt{3}/2}{2\pi}}$$

$$V_{\text{eff}} \approx 45\sqrt{0{,}6667 + 0{,}1378} = 45\sqrt{0{,}8045} \approx 53.56V.$$

## 4. Allures du courant de charge et de la tension aux bornes des thyristors

| Voir chronogramme |
|---|

La tension maximale supportée par chaque thyristor est :

$$V_d = -V_m = -45\sqrt{2} \approx -63.63V.$$

### 5. Valeur du courant de charge

$$I_c = \frac{V_{\text{eff}}}{R} = \frac{V}{R}\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}$$

**Application numérique :**

$$I_c = \frac{53.56}{100} \approx 0.535A.$$

### 6. Puissance dissipée dans la résistance

$$P = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{V^2}{R}\left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}\right)$$

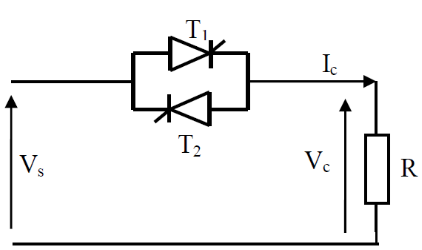
**Application numérique :**

$$P = \frac{53.56^2}{100} \approx 28.56W.$$

## Exercice 4

Soit un gradateur monophasé formé de deux thyristors montés en tête-bêche (supposés parfaits), connecté à une tension alternative sinusoïdale $U = 45V$ de fréquence $f = 50Hz$, alimentant une charge $R - L$ avec $R = 100\Omega$ et $L = 100mH$.

### 1. Schéma de montage



## 2. Allure de la tension de charge pour $\alpha = 60°$

| Voir chronogramme |
|---|

## 3. Allures du courant de charge et de la tension aux bornes des thyristors

| Chronogrammes du courant et des tensions thyristors Voir chronogramme |
|---|

La tension maximale supportée par chaque thyristor est :

$$V_T = -V_m = -45\sqrt{2} \approx -63.63V.$$

## 4. Expression de la valeur efficace de la tension de charge

Pour une charge inductive, l'angle d'extinction $\beta$ (ou $\Theta$) est supérieur à $\pi$. La tension efficace s'écrit :

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\beta}(V_m \sin\theta)^2\,d\theta = \frac{V_m^2}{\pi}\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1-\cos 2\theta}{2}\,d\theta$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}\left[\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta\right]_{\alpha}^{\beta}$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}\left[(\beta-\alpha) - \frac{1}{2}(\sin 2\beta - \sin 2\alpha)\right]$$

$$V_{\text{eff}} = V\sqrt{\frac{\beta-\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{2\pi}}$$

où $V = \dfrac{V_m}{\sqrt{2}}$ est la tension efficace de la source.

## 5. Expression du courant $i(t)$

La valeur efficace du courant de charge est :

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{Z} = \frac{V}{Z}\sqrt{\frac{\beta-\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{2\pi}}$$

avec l'impédance de la charge :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}, \quad \omega = 2\pi f = 100\pi rad/s$$

**Application numérique :**

$$\omega = 2\pi \times 50 = 314.16 rad/s$$

$$L\omega = 0.1 \times 314.16 = 31.416\Omega$$

$$Z = \sqrt{100^2 + 31.416^2} = \sqrt{10000 + 986.96} = \sqrt{10986.96} \approx 104.82\Omega$$

Pour $\alpha = 60^\circ = \pi/3$, l'angle d'extinction $\beta$ se calcule par résolution de l'équation :

$$\sin(\beta - \varphi) = \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{\beta - \alpha}{\tan\varphi}}$$

avec $\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \arctan(0.31416) \approx 17.44^\circ = 0.304$ rad.

La résolution numérique donne $\beta \approx 230^\circ = 4.014$ rad.

On peut alors calculer :

$$\frac{\beta - \alpha}{\pi} = \frac{4.014 - 1.047}{3.1416} \approx 0.944$$

$$\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{2\pi} = \frac{\sin 120^\circ - \sin 460^\circ}{2\pi} = \frac{0.866 - 0.985}{6.283} \approx -0.0189$$

$$V_{\text{eff}} = 45\sqrt{0.944 - 0.0189} = 45\sqrt{0.9251} \approx 43.27V$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{43.27}{104.82} \approx 0.413A$$

## 6. Puissance dissipée dans la résistance

$$P = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = 100 \times (0.413)^2 \approx 17.06W$$

Chronogramme