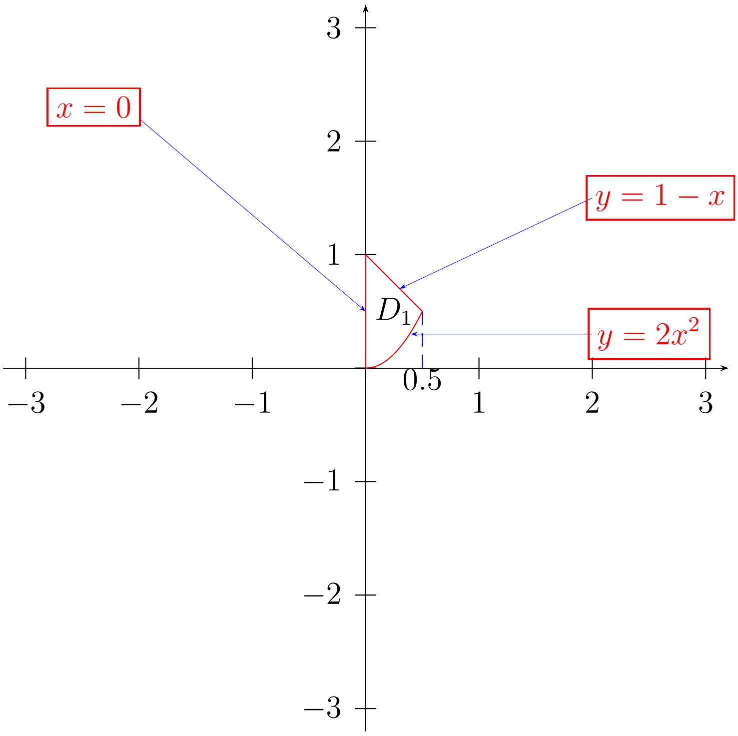
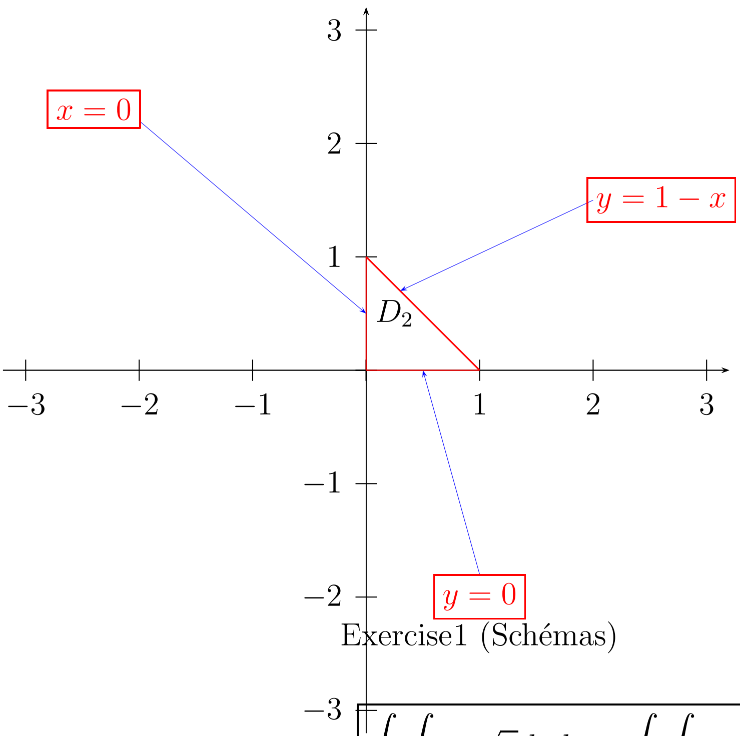
Université A/Mira de Béjaia — Année : 2016-2017.
Faculté : ST — TD de Maths 3 (Solutions) .
Départements : ELM- ELT .

Exercise 1 (Schémas)

$$\boxed{\int\int_{D_1} y\sqrt{x}dxdy = \int_0^{0.5}\left[\int_{2x^2}^{1-x} yx^{\frac{1}{2}}dy\right]dx}$$



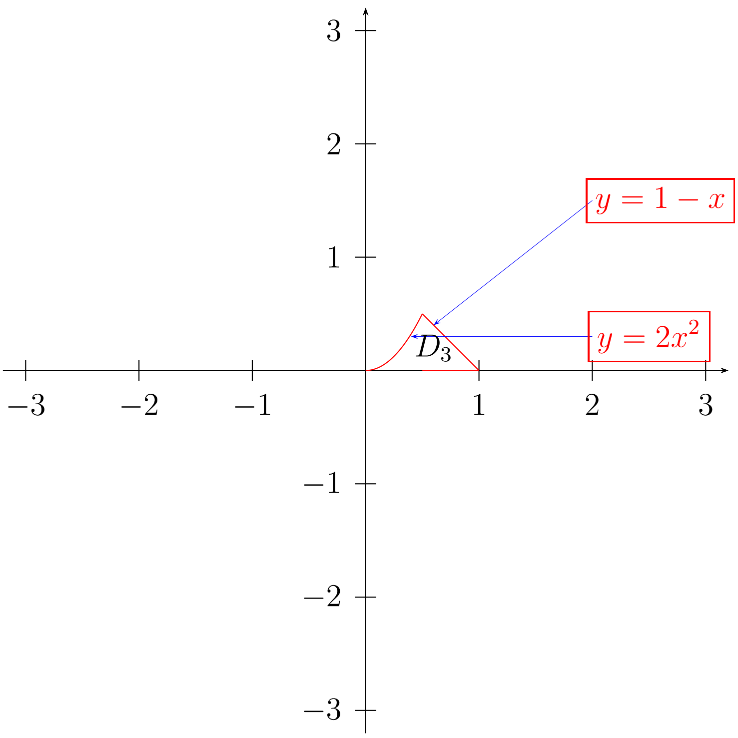
$$\boxed{\int\int_{D_2} y\sqrt{x}dxdy = \int_0^1 \left[\int_0^{1-x} yx^{\frac{1}{2}}dy\right]dx}$$



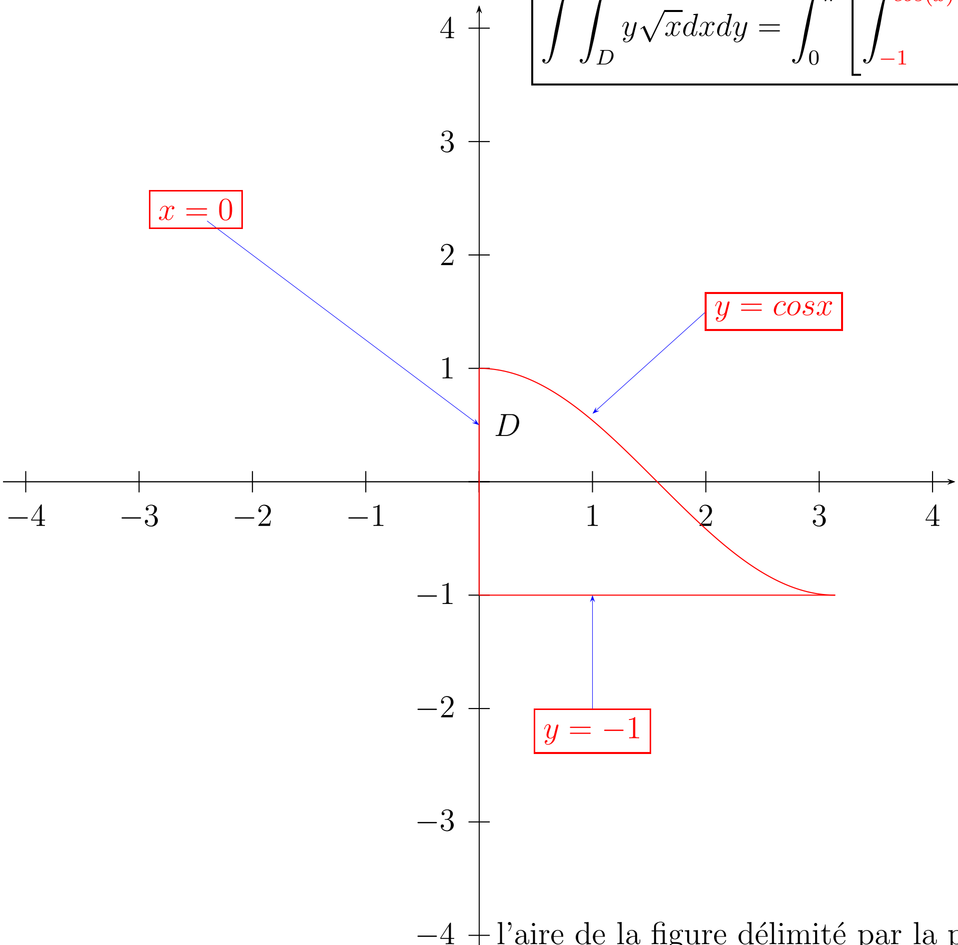
Exercise1 (Schémas)

Propriété

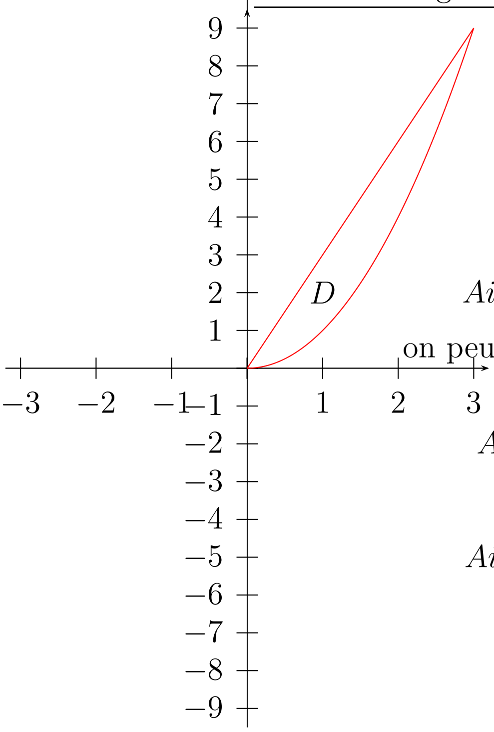
$$\boxed{\int\int_{D_3} y\sqrt{x}dxdy = \int\int_{D_2} y\sqrt{x}dxdy - \int\int_{D_1} y\sqrt{x}dxdy}$$



$$\boxed{\int\int_D y\sqrt{x}dxdy = \int_0^{\pi}\left[\int_{-1}^{cos(x)}(x+y)dy\right]dx}$$



l'aire de la figure délimité par la parabole $y=x^2$ et la dropite $y=3x$



$$Aire(D) = \int\int_D dxdy = \int_0^3\left[\int_{x^2}^{3x}dy\right]dx$$

$$Aire(D) = \int\int_D dxdy = \int_0^3\left[3x-x^2\right]dx = \frac{9}{2}$$

on peut calculer cette intégrale par une autre méthode

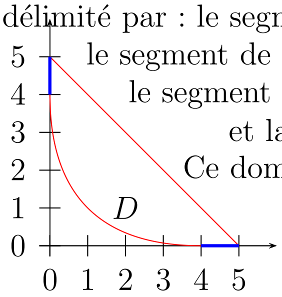
$$Aire(D) = \int\int_D dxdy = \int_0^9\left[\int_{\frac{y}{3}}^{\sqrt{(y)}}dx\right]dy$$

$$Aire(D) = \int\int_D dxdy = \int_0^9\left[y^{\frac{1}{2}}-\frac{y}{3}\right]dy = \frac{9}{2}$$

l'aire de la figure délimité par : $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2$, $y+x=5$.

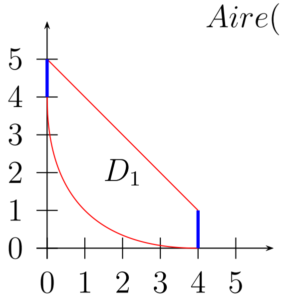
Ici le domaine (D) est délimité par : le segment de droite (en rouge) d'équation $y=5-x$,
le segment de droite (en blue et sur l'axe des x) d'équation $y=0$,
le segment de droite (en blue et sur l'axe des y) d'équation $x=0$
et la courbe (en rouge) d'équation $y=(2-\sqrt{x})^2$.
Ce domaine n'est pas régulier, on décompose (D)en deux domaines D_1 et D_2 réguliers.

Remarquer :
$\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \Longleftrightarrow y=(2-\sqrt{x})^2$
Mais sans oublier $x, y \in [0 \quad 4]$.

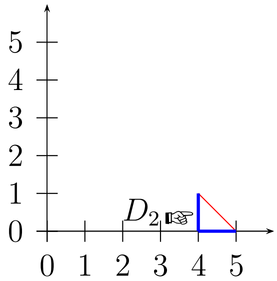


Voici comment faire le découpage de D

$$Aire(D)=\int\int_D dxdy=\int\int_{D_1} dxdy+\int\int_{D_2} dxdy$$



$+$



$$\int\int_{D_1} dxdy=\int_0^4\left[\int_{(2-\sqrt{x})^2}^{5-x} dy\right]dx$$

$$\int\int_{D_2} dxdy=\int_4^5\left[\int_{0}^{5-x} dy\right]dx$$

L'aire de la surface du plan $z=2$ découpée par le cylindre $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$.

Rappel : Soit (S) une surface dans l'espace définie par $z=f(x,y)$, (D) le domaine de projection de (S) sur le plan (OXY).

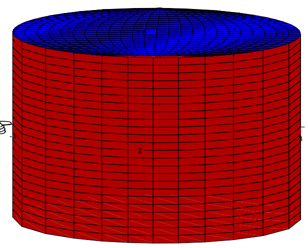
$$\text{Aire } (S)=\int\int_D \sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}dxdy$$

Dans notre cas, $f(x,y)=2$ ce qui donne

$$\text{Aire } (S)=\int\int_D dxdy=Aire(D)$$

(S) la surface en bleu

cylindre (en rouge) d'équation $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ ☞



la projection de (S) (en bleu) sur le plan (OXY) donne le domaine (D) (voir fichier 2)