

Exercice1(14pts) I- Considérons le système linéaire (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} x + 3y - z = 22 \\ 3x - y + z = 22 \\ -2x + y - 3z = 11 \end{cases}$$

1. Donner la matrice des coefficients A et la matrice augmentée \tilde{A} de (S).
2. Ecrire (S) sous la forme matricielle.

II- Calculs matriciels :

3. Compléter les deux produits matriciels suivants :

$$\blacksquare A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 12 & \dots & 5 \\ \dots & 11 & \dots \\ 7 & \dots & 12 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} \dots & 42 & \dots \\ 45 & -24 & 34 \\ \dots & 43 & \dots \end{pmatrix}.$$

4. Vérifier que : $A^3 + 3A^2 - 13A = 22I_3$.

III- La méthode de la matrice inverse :

5. Montrer que A est inversible et donner son inverse A^{-1} . (utiliser le résultat de la question 4).
6. Résoudre le système par la méthode de la matrice inverse.

IV- La méthode de Cramer :

7. Le système (S) est-il de Cramer ? Justifier !
8. Résoudre le système (S) par la méthode de Cramer.

Exercice2(06pts) Résoudre par la méthode de Gauss le système linéaire suivant :

$$(S) \begin{cases} x + 3y - 2z + 3t = 1 \\ 2x + 6y - 2z + 4t = 4 \\ 2x + 7y - 4z + 8t = 6 \end{cases}$$