

Exercice1(10pts) I- Soit la matrice $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$ telle que :

$$a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j}(i-j) & ; \text{ si } i > j \\ 1 & ; \text{ si } i = j \\ (-1)^{i+j}(j-i) & ; \text{ si } j > i \end{cases}$$

1. Trouver la matrice A .
2. Calculer le déterminant de A par la méthode des cofacteurs.
3. Calculer : $-A^2 + 3A + 3I_3$.
4. Vérifier que la matrice inverse : $A^{-1} = -A^2 + 3A + 3I_3$.

II- Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ -15 & -10 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$

5. Donner sa matrice transposée B^t .
6. Trouver la matrice C telle que : $C \times A = B^t$.

Exercice2(04pts) Considérons le système linéaire (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} y + z = 10 \\ x + z = 30 \\ x + y = 20 \end{cases}$$

1. Ecrire le système (S) sous forme matricielle.
2. Vérifier que le système (S) est de Cramer.
3. Résoudre le système (S) par la méthode de Cramer.

Exercice3(06pts) Résoudre par la méthode de Gauss le système linéaire suivant :

$$(S) \begin{cases} -x - 2y + z = 2 \\ 2x + 4y - 4z = 1 \\ 2x + 5y - 5z = 3 \\ -x + 3y - 3z = 3 \end{cases}$$