

Examen de thermodynamique des solutions

Exercice 1

1/ Dans le modèle de Van Laar l'enthalpie libre molaire d'excès est donnée par l'expression

$$\text{sui vante : } g^E / RT = \frac{Ax_1Bx_2}{Ax_1+Bx_2}$$

- Déterminer l'expression de g_1^E / RT .

2/ Dans le modèle semi-empirique de Wilson l'enthalpie libre molaire d'excès et le logarithme du coefficient d'activité pour un mélange à plusieurs constituants sont données par les expressions

$$\text{sui vantes : } g^E / RT = - \sum_{i=1}^N x_i \ln \left[\sum_{j=1}^N \Lambda_{ij} x_j \right]$$

$$\ln \gamma_i = 1 - \ln \left(\sum_{j=1}^N \Lambda_{ij} x_j \right) - \sum_{k=1}^N \frac{\Lambda_{ki} x_k}{\sum_{j=1}^N \Lambda_{kj} x_j}$$

Avec :
$$\Lambda_{ij} = \frac{v_j^*}{v_i^*} \exp \left(- \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{ii}}{RT} \right)$$

- Déterminer pour un mélange binaire l'expression de l'enthalpie libre molaire d'excès g^E / RT et l'expression simplifiée du $\ln \gamma_1$.

Exercice 2

Les logarithmes des coefficients d'activité, déterminés à partir des valeurs expérimentales d'équilibre liquide-vapeur du mélange binaire : composé (1) + composé (2) à 318 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous où x_1 est la fraction molaire du composé (1) :

x_1	0.18	0.29	0.40	0.51	0.60	0.72	0.82
$\ln \gamma_1$	0.16	0.12	0.09	0.06	0.04	0.02	0.01
$\ln \gamma_2$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.12	0.16

1/ A partir des valeurs du tableau, calculer en joule par mole les enthalpies libres molaires d'excès correspondantes (g^E).

2/ En utilisant le modèle des solutions régulières, calculer pour chaque fraction molaire du tableau ci-dessus, l'enthalpie libre molaire d'excès. $g^E = (\delta_1 - \delta_2)^2 v \varphi_1 \varphi_2$

3/ Comparer entre les valeurs calculées à partir du tableau et celles calculées par le modèle et conclure.

Données : $R=8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

	$V_i^* / \text{ml mol}^{-1}$	$\delta_i / (\text{J/ml})^{0.5}$
Composé (1)	53	22.6
Composé (2)	90.4	17.2

Corrigé

Exercice 1 : (5 Points)

1/ Le modèle de Van Laar : (2.5)

$$g^E/RT = \frac{Ax_1Bx_2}{Ax_1+Bx_2}$$

$$g_1^E/RT = \ln\gamma_1 = \left[\frac{\partial(G^E/RT)}{\partial n_1} \right]_{T,P,n_2} = g^E/RT - x_2 \frac{d(g^E/RT)}{dx_2}$$

$$G^E/RT = (n_1 + n_2) g^E/RT$$

$$G^E/RT = (n_1 + n_2) \frac{Ax_1Bx_2}{Ax_1+Bx_2} = \frac{An_1Bn_2}{An_1+Bn_2}$$

$$\left[\frac{\partial(G^E/RT)}{\partial n_1} \right]_{T,P,n_2} = \frac{ABn_2(An_1 + Bn_2) - AABn_1n_2}{(An_1 + Bn_2)^2}$$

$$\left[\frac{\partial(G^E/RT)}{\partial n_1} \right]_{T,P,n_2} = A \left[\frac{Bn_2}{An_1 + Bn_2} \right]^2 = A \left[\frac{Bx_2}{Ax_1 + Bx_2} \right]^2$$

$$\boxed{g_1^E/RT = \ln\gamma_1 = A \left(\frac{Bx_2}{Ax_1 + Bx_2} \right)^2}$$

2/ Le modèle de Wilson : $g^E/RT = -\sum_{i=1}^N x_i \ln \left[\sum_{j=1}^N \Lambda_{ij} x_j \right]$

$$\ln\gamma_i = 1 - \ln \left(\sum_{j=1}^N \Lambda_{ij} x_j \right) - \sum_{k=1}^N \frac{\Lambda_{ki} x_k}{\sum_{j=1}^N \Lambda_{kj} x_j}$$

Pour un mélange binaire : (2.5)

$$g^E/RT = -[x_1 \ln(\Lambda_{11}x_1 + \Lambda_{12}x_2) + x_2 \ln(\Lambda_{21}x_1 + \Lambda_{22}x_2)] \text{ avec } \Lambda_{11} = \Lambda_{22} = 1$$

$$\boxed{g^E/RT = -[x_1 \ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) + x_2 \ln(\Lambda_{21}x_1 + x_2)]}$$

$$\ln\gamma_1 = 1 - \ln(\Lambda_{11}x_1 + \Lambda_{12}x_2) - \left[\frac{\Lambda_{11}x_1}{\Lambda_{11}x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{\Lambda_{21}x_2}{\Lambda_{21}x_1 + \Lambda_{22}x_2} \right]$$

$$\ln\gamma_1 = 1 - \ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - \left[\frac{x_1}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{\Lambda_{21}x_2}{\Lambda_{21}x_1 + x_2} \right]$$

$$\ln\gamma_1 = -\ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - \left[-1 + \frac{x_1}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{\Lambda_{21}x_2}{\Lambda_{21}x_1 + x_2} \right]$$

$$\ln\gamma_1 = -\ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - \left[-\frac{x_1 + \Lambda_{12}x_2}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{x_1}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{\Lambda_{21}x_2}{\Lambda_{21}x_1 + x_2} \right]$$

$$\ln\gamma_1 = -\ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) - \left[-\frac{\Lambda_{12}x_2}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} + \frac{\Lambda_{21}x_2}{\Lambda_{21}x_1 + x_2} \right]$$

$$\boxed{\ln\gamma_1 = -\ln(x_1 + \Lambda_{12}x_2) + x_2 \left[\frac{\Lambda_{12}}{x_1 + \Lambda_{12}x_2} - \frac{\Lambda_{21}}{x_2 + \Lambda_{21}x_1} \right]}$$

Exercice 2 (15 Points)

1/ Calcul des g^E à partir des valeurs du tableau :

$$g^E = x_1 g_1^E + x_2 g_2^E$$

$$g_1^E = RT \ln \gamma_1 \text{ et } g_2^E = RT \ln \gamma_2$$

$$g^E = RT(x_1 \ln \gamma_1 + x_2 \ln \gamma_2)$$

X1	$\ln \gamma_1$	$\ln \gamma_2$	$g^E (Exp)/J \text{ mol}^{-1}$
0.18	0.16	0.01	97.8
0.29	0.12	0.02	129.5
0.4	0.09	0.04	158.6
0.51	0.06	0.06	158.6
0.6	0.04	0.08	148.0
0.72	0.02	0.12	126.8
0.82	0.01	0.16	97.8

2/ Calcul des g^E avec le modèle des solutions régulières : $g^E = (\delta_1 - \delta_2)^2 v \varphi_1 \varphi_2$

$$v = x_1 V_1^* + x_2 V_2^* ; \varphi_1 = \frac{x_1 V_1^*}{x_1 V_1^* + x_2 V_2^*} \text{ et } \varphi_2 = \frac{x_2 V_2^*}{x_1 V_1^* + x_2 V_2^*} = 1 - \varphi_1$$

X1	v	φ_1	φ_2	$g^E (SR)/J \text{ mol}^{-1}$
0.18	83.67	0.11	0.89	246.5
0.29	79.55	0.19	0.81	361.6
0.4	75.44	0.28	0.72	444.5
0.51	71.33	0.38	0.62	489.5
0.6	67.96	0.47	0.53	493.4
0.72	63.47	0.60	0.40	443.8
0.82	59.73	0.73	0.27	345.2

3/ Comparaison : $\Delta g^E = |g^E (SR) - g^E (Exp)|$

$g^E (Exp)/J \text{ mol}^{-1}$	$g^E (SR)/J \text{ mol}^{-1}$	$\Delta g^E /J \text{ mol}^{-1}$
97.8	246.5	148.7
129.5	361.6	232.1
158.6	444.5	285.9
158.6	489.5	330.9
148.0	493.4	345.4
126.8	443.8	316.9
97.8	345.2	247.5

Conclusion : nous remarquons que l'écart entre les valeurs de g^E , calculées par le modèle des solutions régulières et celles calculées à partir des données expérimentales est très important, ce que veut dire que la solution n'est pas une solution régulière.