

Exercice1(10pts) I- Soient les matrices A et B telles que:

$$A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer : $a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{32}a_{23} + a_{13}a_{21}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31}$.
2. Calculer la transposée de B , puis donner le format de B et de sa transposée.
3. Calculer les deux produits suivants : $\blacksquare B^t \times A \blacksquare A^t \times B$.

II- La matrice Inverse :

4. Calculer le déterminant de A en développant suivant les cofacteurs de la 2^{ème} colonne.
5. Dire pourquoi A est-elle inversible ?
6. Calculer la matrice inverse de A par la méthode de Gauss-Jordan.

III- La résolution de l'équation matricielle :

7. Calculer : $3I_3 - 2A$.
8. En utilisant la matrice inverse de A , trouver la matrice X telle que :

$$AX = 3A - 2A^2 + I_3$$

Exercice2(04pts) Soit le système d'équations linéaires (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

1. Donner la matrice des coefficients A et la matrice augmentée \tilde{A} du système (S) .
2. Ecrire le système (S) sous la forme matricielle.
3. Vérifier que le système (S) est de Cramer.
4. Résoudre le système (S) par la méthode de Cramer.

Exercice3(06pts) Résoudre par la méthode de Gauss le système suivant :

$$(S) \begin{cases} x + 2y - z + 2t = 0 \\ 2x + 4y - 3z + 2t = 0 \\ -x - 2y + 3z + 2t = 0 \end{cases}$$

Fin du sujet