

Chapitre 3 : Modélisation univariée et prévision

L'objectif de ce chapitre est celui de présenter les étapes d'étude de la stationnarité d'une série temporelle via le test de Dickey-Fuller augmenter et aussi d'élaborer des prévisions via la modélisation ARMA.

3.1 Etude de la stationnarité des séries

Dans la réalité économique il est rare de trouver un processus stationnaire, en générale les phénomènes économiques et financiers se caractérisent par une instabilité dans le temps.

Nous distinguons deux principaux processus non stationnaires :

3.1.1 Les processus TS (Trend-stationary)

Ce type de processus s'écrit comme la somme d'une fonction déterministe de temps et d'une composante stochastique stationnaire d'espérance mathématique nulle. Un processus de ce type devient stationnaire par écart à une composante déterministe qui est, dans ce cas, une fonction linéaire de temps. Formellement, un processus stationnaire Y est dit TS et s'écrit : $Y_t = f(t) + \varepsilon_t$ f : est une fonction de temps et ε_t est un processus stochastique stationnaire. Il est évident que ce processus ne satisfait pas la définition de la stationnarité puisque son espérance dépend du temps.

Le processus TS est un processus que l'on peut rendre stationnaire par une régression sur la tendance (MCO). C'est-à-dire retrancher de la valeur de la tendance estimé de la valeur de la série.

3.1.2 Les processus DS (difference- stationary)

Dans le cas d'un processus DS, le processus X_t est caractérisé par une non stationnarité de nature aléatoire.

Le processus DS est un processus que l'on peut rendre stationnaire par l'utilisation d'un filtre en différence. $(1-D)^d Y_t = \beta + \varepsilon_t$

β : Constante réelle

D : Opérateur de décalage

d : Ordre du filtre au décalage

Exemple :

$$d=1 \rightarrow (1-D) Y_t = \beta + \varepsilon_t \rightarrow Y_t = Y_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$$

Pour stationnariser ce processus, il faut procéder au filtre $(Y_t - Y_{t-1}) = \beta + \varepsilon_t$, jusqu'à ce qu'il soit stationnaire, mais il ne faut pas dépasser deux filtres, sinon elle devient inutilisable.

L'introduction de la constante β dans le processus DS permet de définir deux processus différents :

- $\beta=0 \rightarrow$ Le processus est dit sans dérive. $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Ce modèle est fréquemment utilisé pour analyser l'efficience des marchés financiers.

Pour le stationnariser, il suffit d'appliquer au processus le filtre au différence première. $(1-D) Y_t = \varepsilon_t$

$$1-D = Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t$$

- $\beta \neq 0 \rightarrow$ Le processus DS est dit avec dérive, on écrit : $Y_t = \beta + Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Pour le stationnariser : $(1-D) Y_t = \beta + \varepsilon_t$ $1-D = Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = \beta + \varepsilon_t$
 ΔY_t est un processus stationnaire

3.2 Test de racine unitaire Dickey-Fuller (DF) 1979 :

C'est un test qui permet de détecter la non stationnarité d'une série temporelle autorégressive d'ordre 1 et déterminer l'existence et la nature de la tendance (déterministe ou stochastique) dans la série. Il a pour objectif, donc, de vérifier l'hypothèse de non stationnarité contre l'hypothèse alternative de stationnarité.

On teste alors :

H_0 : La série est non stationnaire $\Phi = 1$ (existence de racine unitaire) (non stationnaire).

H_1 : La série est stationnaire $\Phi < 1$ (absence de racine unitaire) (stationnaire).

Les modèles servant de base à la construction de ces tests sont au nombre de trois.

Le principe du test est que si l'hypothèse H_0 est retenue dans l'un des trois modèles, le processus est alors non stationnaire.

1- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \rightarrow$ Modèle sans constante (DS sans dérive)

2- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + C + \varepsilon_t \rightarrow$ Modèle avec constante (DS avec dérive)

3- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + \beta t + C + \varepsilon_t \rightarrow$ Modèle avec tendance (TS)

On estime avec la méthode MCO les paramètres Φ pour les modèles (1), (2) et (3). L'estimation des coefficients et des écarts types des modèles fourni la statistique T_ϕ et la P-value associé à ces coefficients.

Règle de décision si $T_\phi > t_{\text{tablé}}$ ou (P-value inférieur à 5%). On accepte H_0 . Il existe une racine unitaire, le processus n'est pas stationnaire.

3.3 Test de racine unitaire Dickey-Fuller augmenté (ADF)

Le test DF simple est un test de stationnarité qui ne concerne que les processus autorégressifs d'ordre un ou processus AR(1). Le test de Dickey-Fuller a donc été prolongé par le test de Dickey et Fuller augmenté (ou test ADF) afin de détecter la présence d'une racine unitaire pour les processus de type AR(p).

Les tests ADF sont basés sur l'estimation par les MCO des trois modèles précédents en introduisant des variables retardées :

1- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta Y_{t-j} + \varepsilon_t$

2- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta Y_{t-j} + \beta + \varepsilon_t$

3- : $Y_t = \phi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta Y_{t-j} + \beta + C + \varepsilon_t$

Remarque :

Il convient de noter que l'application du test ADF nécessite au préalable de choisir le nombre de retard (p) introduit de sorte à ce que les résidus soient un bruit blanc (processus stationnaire).

A cet effet, on utilise les critères d'informations Akaike et Schwarz et on retient la valeur de p qui minimise ces critères d'information.

3.3.1 Stratégie du Test ADF

Etape 1 :

Estimer le modèle général avec constante et tendance (modèle 3)

Commencer à tester la signification de la tendance (trend). (Tendance significative $\rightarrow$ Le modèle est un TS $\rightarrow$ la cause de non stationnarité c'est la tendance)

Si la tendance est significative $\rightarrow$ mode retenu et tester l'hypothèse de racine unitaire.

Si la tendance, n'est pas significative $\rightarrow$ passer à l'étape 2

Etape 2 : Cette étape ne doit être appliquée que si la trend dans le modèle précédant n'est pas significative.

Estimer le modèle 2 ; tester la signification de la constante (c)

Si la constante (c) est significative $\rightarrow$ tester l'hypothèse de racine unitaire

Si la constante n'est pas significative $\rightarrow$ passer à l'étape 3.

Etape 3 : Cette étape ne doit être appliquée que si la constante dans le modèle précédant n'est pas significative.

Estimer le modèle 1 et tester l'hypothèse nulle de racine unitaire

Si la série n'est pas stationnaire, il faut la différencier et recommencer la procédure du test sur la série différenciée.

Si la série est stationnaire, la procédure du test s'arrête et l'on peut directement travailler avec la série brute.

Code Python test ADF

```
import numpy as np
import statsmodels.tsa.stattools as ts
import matplotlib.pyplot as plt

# --- 1. Générer une série aléatoire non stationnaire (marche aléatoire) ---
np.random.seed(42)
n = 200
eps = np.random.normal(size=n)
x = np.cumsum(eps) # marche aléatoire => non stationnaire

plt.plot(x)
plt.title("Exemple de série non stationnaire (Marche aléatoire)")
plt.show()

# --- 2. Appliquer le test ADF ---
adf_result = ts.adfuller(x, autolag='AIC')

print("Statistique ADF :", adf_result[0])
```

```
print("p-value :", adf_result[1])
print("Valeurs critiques :", adf_result[4])

# --- 3. Interprétation ---
if adf_result[1] < 0.05:
    print("On rejette H0 : la série est stationnaire.")
else:
    print("On ne rejette pas H0 : la série est non stationnaire.")
```

Exemple : on demande d'appliquer le test ADF sur de non stationnarité sur l'indice CAC40 de la bourse de Paris sur une période 1160 jours

H_0 : La série est non stationnaire $\Phi = 1$ (existence de racine unitaire) (non stationnaire).

H_1 : La série est stationnaire $\Phi < 1$ (absence de racine unitaire) (stationnaire).

Etape 1 : estimation par MCO du modèle 3 (avec tendance et constante).

$$DCAC_t = -0,0084CAC_{t-1} + 14,94 + 0,0021t$$

(-2,053) (2,0) (1,11)

(*) T student calculé. $T_{table}=1,96$. $T_\varphi = -2,053$. $T_{\varphi_{tabelé}} = -3,41$

D'abord on test la significativité de la droite de tendance.

$T_c = 1,11 < T_{table} 1,96$ la droite de tendance n'est pas significative (processus n'est pas un TS). Donc on passe à l'étape 2 :

Etape 2 : on estime le modèle 2 avec MCO (avec constante)

$$DCAC_t = -0,00709CAC_{t-1} + 13,63$$

(-1,801) (1,85)

(*) T student calculé. $T_{table}=1,96$. $T_\varphi = -1,805$. $T_{\varphi_{tabelé}} = -2,86$

$T_c = 1,85 < T_{table} 1,96$ la constante n'est pas significative (le processus n'est pas un DS avec dérive). Donc on passe à l'étape 3

Etape 3 : Estimation du modèle 1 avec MCO (sans tendance et sans constante)

$$DCAC_t = 0,00174 CAC_{t-1}$$

(0,536)

$$T_\varphi = 0,536. T_{\varphi_{tabelé}} = -1,95$$

$T_\varphi > T_{\varphi_{tabelé}}$ on accepte l'hypothèse H_0 . Le processus dispose d'une racine unitaire. Le processus n'est pas stationnaire.

3.4 Les modèles autorégressifs moyennes mobiles ARMA

Il existe deux catégories de modèles pour rendre compte d'une série temporelle. Les premiers considèrent que les données sont une fonction du temps ($y = f(t)$). Cette catégorie de modèle peut être ajustée par la méthode des moindres carrés, ou d'autres méthodes itératives.

Une seconde catégorie de modèles cherche à déterminer chaque valeur de la série en fonction des valeurs qui la précède ($y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$). C'est le cas des modèles ARMA ("Auto - Regressive – Moving Average).

3.4.1 Typologies des modèles ARMA

Il existe principalement 3 types de modèle ARMA ; AR(P), MA (q) et ARMA (p,q)

3.4.1.1 Les modèles autorégressifs AR(p)

Dans le processus autorégressif d'ordre P, l'observation présente Y_t est générée par une moyenne pondérée des observations passées jusqu'à la P ième période sous la forme suivante :

$$AR(1): Y_t = \theta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$AR(2): Y_t = \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$AR(P): Y_t = \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} + \dots + \theta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où les $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ sont des paramètres à estimer. ε_t un résidu qui suit une loi normale.

Cette équation peut être écrite comme suit à l'aide de l'opérateur du décalage :

$$\varepsilon_t = (1 - \theta_1 D - \theta_2 D^2 - \dots - \theta_p D^p) Y_t$$

Caractéristique du corrélogramme

Dans le cas d'un processus AR (P) le corrélogramme simple est caractérisé par une décroissance géométrique tandis que les premières P valeurs de corrélogramme partiel sont significativement différents de 0.

Sample: 1 200 Included observations: 200					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.916	0.916	170.41	0.000	
2	0.839	-0.004	313.94	0.000	
3	0.763	-0.031	433.28	0.000	
4	0.694	0.004	532.69	0.000	
5	0.646	0.089	619.23	0.000	
6	0.619	0.112	699.11	0.000	
7	0.586	-0.045	771.00	0.000	
8	0.560	0.030	836.90	0.000	
9	0.534	0.016	897.23	0.000	
10	0.510	0.022	952.49	0.000	
11	0.490	0.031	1003.9	0.000	
12	0.473	0.010	1052.1	0.000	
13	0.458	0.021	1097.5	0.000	
14	0.439	-0.027	1139.2	0.000	
15	0.425	0.043	1178.7	0.000	

Le corrélogramme simple décroît d'une manière géométrique, tandis que le premier terme du corrélogramme partiel est différent de 0. Le modèle est un AR (1).

3.4.1.2 Le modèle moyenne mobile (moving average) MA (q)

Dans le processus de moyenne mobile d'ordre q chaque observation Y_t est générée par une moyenne pondérée d'aléa jusqu'à la $Q^{\text{ième}}$ période.

$$MA(1): Y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$MA(2): Y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}$$

$$MA(P): Y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}$$

Où les $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$ sont des paramètres à estimer. ε_t un résidu qui suit une loi normale.

Le modèle MA représente une série chronologique qui fluctue autour de sa moyenne d'une manière aléatoire.

L'équation peut être écrite à l'aide de l'opérateur de décalage suivant :

$$Y_t = (1 - \alpha_1 D - \alpha_2 D^2 - \dots - \alpha_q D^q) \varepsilon_t$$

Caractéristique du corrélogramme

Dans le cas d'un processus MA (q). Les q premières valeurs du corrélogramme simple sont significativement différentes de 0, tandis que les valeurs du corrélogramme partiel décroît géométriquement.

Sample: 1 200 Included observations: 199						
Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.521	0.521	54.902	0.000
		2	0.054	-0.298	55.504	0.000
		3	0.017	0.205	55.563	0.000
		4	-0.044	-0.220	55.962	0.000
		5	-0.004	0.222	55.966	0.000
		6	0.145	0.033	60.307	0.000
		7	0.147	0.043	64.817	0.000
		8	0.036	-0.067	65.087	0.000
		9	-0.010	0.031	65.106	0.000
		10	0.024	0.047	65.225	0.000
		11	0.023	-0.024	65.335	0.000
		12	0.019	0.016	65.412	0.000
		13	0.135	0.163	69.320	0.000
		14	0.160	-0.030	74.845	0.000
		15	0.136	0.169	78.890	0.000

Seul le premier terme du corrélogramme simple est significativement différent de 0. Tandis que les termes du corrélogramme partiel décroît géométriquement d'une façon alternée, donc c'est un MA(1)

Dans les deux processus MA (q) et AR (p), les résidus sont supposés être générés par un processus de type bruit blanc.

3.4.1.3 Les modèles ARMA (p, q)

Ils sont donc représentatifs d'un processus généré par une combinaison des valeurs passées et des erreurs passées.

$$ARMA(p, q): Y_t = \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Y_{t-2} + \dots + \theta_p Y_{t-p} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q} + V_t$$

Caractéristique du corrélogramme

Les deux corrélogramme simple et partiel sont par conséquent un mélange des deux corrélogramme des processus AR(p) et MA(q) d'où la difficulté de l'identifier graphiquement.

Les modèles AR, MA et ARMA ne sont représentatifs que des séries stationnaires.

Tableau récapitulatif

MODELE	ACF	PACF
AR(P)	décroissance exponentielle	coupée après p
MA(Q)	coupée après q	décroissance exponentielle
ARMA(P,Q)	décroissance exponentielle	décroissance exponentielle

Source : établi par l'auteur

Code Python AR (1)

```
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

np.random.seed(42)
n = 200
phi = 0.7
eps = np.random.normal(size=n)
x = np.zeros(n)
for t in range(1, n):
    x[t] = phi * x[t-1] + eps[t]

fig, axes = plt.subplots(1,2, figsize=(10,4))
sm.graphics.tsa.plot_acf(x, lags=20, ax=axes[0])
sm.graphics.tsa.plot_pacf(x, lags=20, ax=axes[1])
plt.show()
```

Code Python MA (1)

```
theta = 0.8
eps = np.random.normal(size=n)
x = np.zeros(n)
for t in range(1, n):
    x[t] = eps[t] + theta * eps[t-1]
```

Code Python ARMA (1,1)

```
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

# Paramètres ARMA(1,1)
phi = 0.6 # coefficient AR(1)
theta = 0.5 # coefficient MA(1)
```

```
n = 300    # taille de l'échantillon

np.random.seed(123)
eps = np.random.normal(size=n)
x = np.zeros(n)

# Simulation du processus ARMA(1,1)
for t in range(1, n):
    x[t] = phi * x[t-1] + eps[t] + theta * eps[t-1]

# Tracé ACF et PACF
fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 4))
sm.graphics.tsa.plot_acf(x, lags=20, ax=axes[0])
axes[0].set_title("ACF du processus ARMA(1,1)")

sm.g
```

3.4.1.3 Les extensions aux processus ARIMA et SARIMA

Dans le cas d'une série de type TS, il faut d'abord stationnariser la série en retranchant la tendance de la série par la méthode MCO. Puis, d'utiliser la méthode de Box-Jenkins pour identifier l'ordre p et q du processus. Dans ce cas, le modèle est toujours un ARMA (p, q).

Dans le cas d'une série de type DS, il faut stationnariser la série par différenciation et déterminer l'ordre d'intégration I . Puis la série différenciée est étudiée par la méthode de Box-Jenkins pour identifier les valeurs de p et q . Cette série est de type ARIMA (p, I, q).

Le modèle SARIMA permet d'intégrer un ordre de différenciation lié à une saisonnalité.

3.5 La méthode Box-Jenkins

La méthode Box-Jenkins permet d'étudier une série chronologique à partir de ses caractéristiques afin de déterminer dans la famille des modèles ARMA le plus adapté pour représenter le phénomène observé.

Les étapes de la méthodologie

La méthodologie de Box et Jenkins comporte essentiellement cinq étapes :

Étape 1 : L'étude de stationnarité des séries, la désaisonnalisation des séries ou l'application du filtre de différenciation dans le cas des séries non stationnaires.

Étape 2 : Visualiser les ACF et les PACF empiriques pour identifier les paramètres p et q appropriés.

Étape 3 : Estimation des paramètres du (des) modèle(s) sélectionné(s).

Étape 4 : Diagnostique et tests adéquation du modèle.

Étape 5 : Prévision : La dernière étape consiste à effectuer la prévision des valeurs futures de la série à travers le modèle retenu.

3.5.1 L'étape d'identification de p et q

Cette première étape a pour objet de trouver les valeurs des paramètres « P et q » des processus ARMA. A cette fin, nous nous basons sur l'étude des fonctions d'autocorrélation simple et d'autocorrélations partielles. Nous donnons quelques règles simples facilitant la recherche des paramètres « P et q ».

-Si le corrélogramme simple n'a que ses « q » premiers termes différents de zéro, (max =3) et que les termes d'autocorrélations partielles diminuent lentement nous pouvons pronostiquer un MA(q).

- Si corrélogramme partiel n'a que ses « p » premiers termes différents de zéro, (max P=3) et que les autocorrélations simples diminuent lentement, cela caractérise un processus AR(p).

A l'issu de cette étape d'identification, nous pouvons sélectionner un ou plusieurs modèles. Il convient à présent, d'estimer chaque modèle sélectionné, ce qui constitue l'objet de la deuxième étape de procédure de BOX-JENKINS.

Code Python pour identifier p et q

```
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

# Simulation d'une série ARMA(2,1) pour illustration
np.random.seed(42)
n = 300
phi = [0.5, -0.3] # AR(2)
theta = [0.4] # MA(1)
arma_process = sm.tsa.ArmaProcess(np.r_[1, -np.array(phi)], np.r_[1, np.array(theta)])
x = arma_process.generate_sample(nsample=n)

# Tracer ACF et PACF
fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(12,4))
sm.graphics.tsa.plot_acf(x, lags=20, ax=axes[0])
axes[0].set_title("ACF de la série simulée")
sm.graphics.tsa.plot_pacf(x, lags=20, ax=axes[1])
axes[1].set_title("PACF de la série simulée")
plt.show()
```

3.5.2 L'estimation des paramètres

Après avoir identifié les valeurs « P et q » d'un ou plusieurs processus ARMA, l'étape suivante consiste à estimer les coefficients associés aux termes autorégressifs et moyens mobiles. Dans certains cas, notamment dans le cas d'un AR(P), il est possible d'appliquer la méthode MCO. De façon générale, on utilise la méthode de maximum de vraisemblance. Cette méthode repose sur l'hypothèse de normalité des résidus.

Code Python pour l'estimation

Prenons un exemple où nous voulons estimer un modèle **ARMA(2,1)** sur une série simulée.

```
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

# --- 1. Simulation d'une série ARMA(2,1) ---
np.random.seed(42)
n = 300
phi = [0.5, -0.3] # AR(2)
theta = [0.4] # MA(1)

# Processus ARMA avec statsmodels
arma_process = sm.tsa.ArmaProcess(np.r_[1, -np.array(phi)], np.r_[1, np.array(theta)])
x = arma_process.generate_sample(nsample=n)

plt.plot(x)
plt.title("Série simulée ARMA(2,1)")
plt.show()

# --- 2. Estimation du modèle ARMA(2,1) ---
model = sm.tsa.ARIMA(x, order=(2,0,1)) # (p,d,q) avec d=0 car stationnaire
results = model.fit()

print(results.summary())

# --- 3. Extraction des coefficients estimés ---
print("Coefficients AR:", results.arparams)
print("Coefficients MA:", results.maparams)

# --- 4. Vérification des résidus ---
residuals = results.resid
fig, axes = plt.subplots(1,2, figsize=(12,4))
axes[0].plot(residuals)
axes[0].set_title("Résidus du modèle ARMA(2,1) estimé")

sm.graphics.tsa.plot_acf(residuals, lags=20, ax=axes[1])
axes[1].set_title("ACF des résidus")
plt.show()
```

3.5.3 La validation des processus ARMA

Au début de cette étape, on dispose de plusieurs processus ARMA

Souvent, il n'est pas facile de déterminer un modèle unique qui représente le processus générateur de données, et il n'est pas rare de tomber dans la situation d'estimation de plusieurs

modèles à l'étape initiale. Le modèle qui est finalement choisi est celui considéré comme le meilleur basé sur un ensemble de critères de contrôle et de diagnostic.

Ces critères comprennent :

- Les t-tests de significativité des paramètres estimés.
- Analyse des résidus (normalité, absence d'autocorrélation, homoscedasticité)
- Les critères d'informations.
- Les résidus issus d'une estimation doivent vérifier quelques propriétés statistiques :
 - La normalité.
 - Absence d'autocorrélation.
 - Homoscedasticité.

3.5.4 La prévision

Lorsque le modèle ARMA est validé, les prévisions peuvent être calculées pour un horizon de quelques périodes limités car la variance de l'erreur de prévision augmente très vite avec l'horizon.

Code Python pour la prévision

Voici un exemple complet avec un modèle **ARMA(2,1)** :

```
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import matplotlib.pyplot as plt

# --- 1. Simulation d'une série ARMA(2,1) ---
np.random.seed(42)
n = 300
phi = [0.5, -0.3] # coefficients AR
theta = [0.4]     # coefficient MA

arma_process = sm.tsa.ArmaProcess(np.r_[1, -np.array(phi)], np.r_[1, np.array(theta)])
x = arma_process.generate_sample(nsample=n)

plt.plot(x)
plt.title("Série simulée ARMA(2,1)")
plt.show()

# --- 2. Estimation du modèle ARMA(2,1) ---
model = sm.tsa.ARIMA(x, order=(2,0,1)) # (p,d,q)
results = model.fit()
print(results.summary())

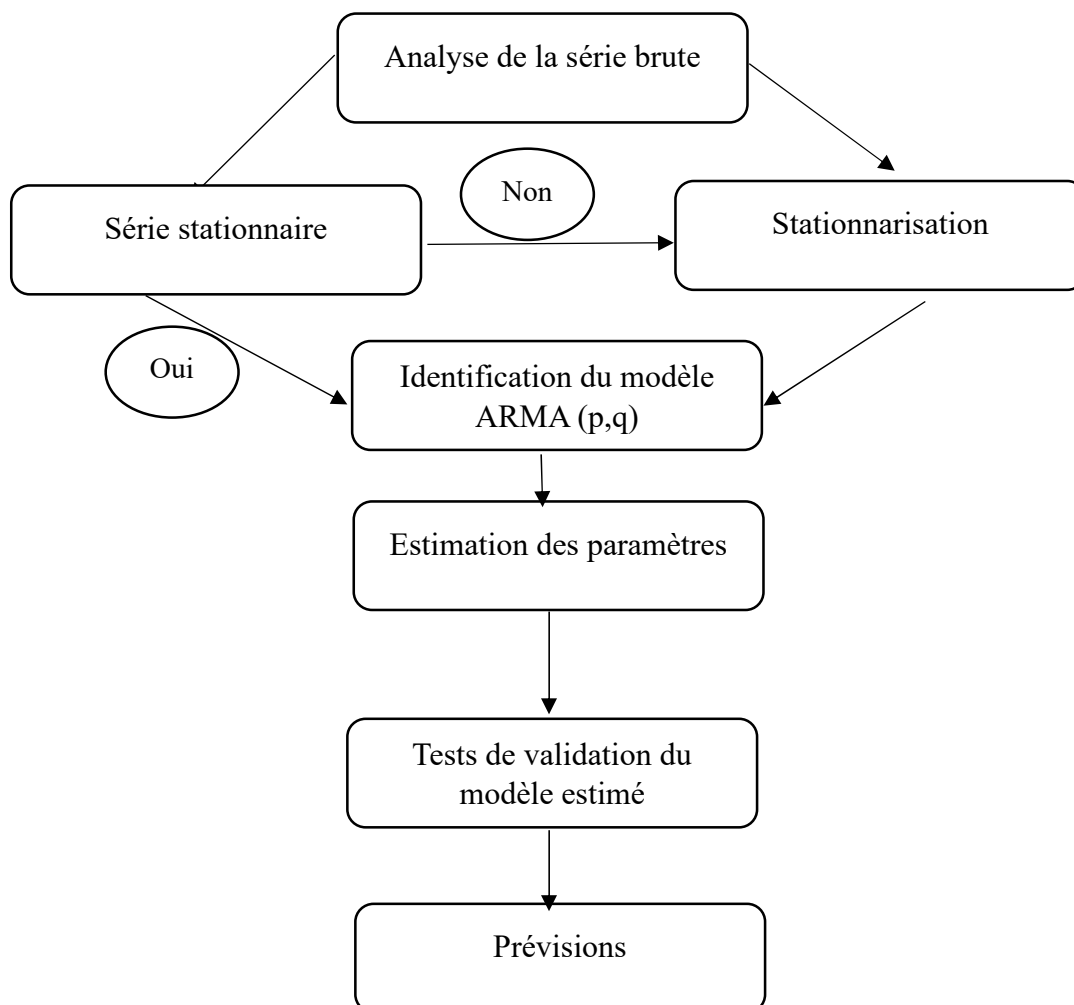
# --- 3. Prévisions sur 20 pas en avant ---
forecast = results.get_forecast(steps=20)
mean_forecast = forecast.predicted_mean
conf_int = forecast.conf_int()
```

```
# --- 4. Visualisation ---
plt.figure(figsize=(10,5))
plt.plot(x, label="Série observée")
plt.plot(range(n, n+20), mean_forecast, color="red", label="Prévisions")
plt.fill_between(range(n, n+20),
                 conf_int.iloc[:, 0],
                 conf_int.iloc[:, 1],
                 color="pink", alpha=0.3, label="Intervalle de confiance 95%")
plt.legend()
plt.title("Prévision avec modèle ARMA(2,1)")
plt.show()
```

Interprétation

- `results.get_forecast(steps=20)` → génère une prévision à **20 pas en avant**.
- `forecast.predicted_mean` → valeurs prévues.
- `forecast.conf_int()` → intervalles de confiance (95% par défaut).
- On compare la série observée avec les prévisions et leur incertitude.

Schéma qui résume la procédure ARMA



Source : établi par l'auteur

Série d'exercice n°3

Exercice n°1 :

Nous avons appliqué le test ADF sur la série de l'évolution de PIB réel au Canada sur la période 1970-2019. Les tableaux de 1 à 4 représentent les sorties de logiciel sur Eviews. $t_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$

Tableau 1

Null Hypothesis: PIB has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.110203	0.9168
Test critical values:		
1% level	-4.156734	
5% level	-3.504330	
10% level	-3.181826	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PIB)
Method: Least Squares
Date: 12/12/23 Time: 17:53
Sample (adjusted): 1971 2019
Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PIB(-1)	-0.049126	0.044249	-1.110203	0.2727
C	3.96E+10	1.94E+10	2.044585	0.0466
@TREND(1970)	2.14E+09	1.47E+09	1.449273	0.1540

Tableau 2

Null Hypothesis: PIB has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	1.784431	0.9996
Test critical values:		
1% level	-3.571310	
5% level	-2.922449	
10% level	-2.599224	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PIB)
Method: Least Squares
Date: 12/12/23 Time: 17:54
Sample (adjusted): 1971 2019
Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PIB(-1)	0.014010	0.007851	1.784431	0.0808
C	1.57E+10	1.03E+10	1.526512	0.1336

Tableau 3

Null Hypothesis: PIB has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	8.813855	1.0000
Test critical values: 1% level	-2.613010	
5% level	-1.947665	
10% level	-1.612573	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PIB)
Method: Least Squares
Date: 12/12/23 Time: 17:55
Sample (adjusted): 1971 2019
Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PIB(-1)	0.025195	0.002859	8.813855	0.0000

Tableau 4

Null Hypothesis: D(PIB,2) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.155015	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.616203	
5% level	-1.948140	
10% level	-1.612320	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

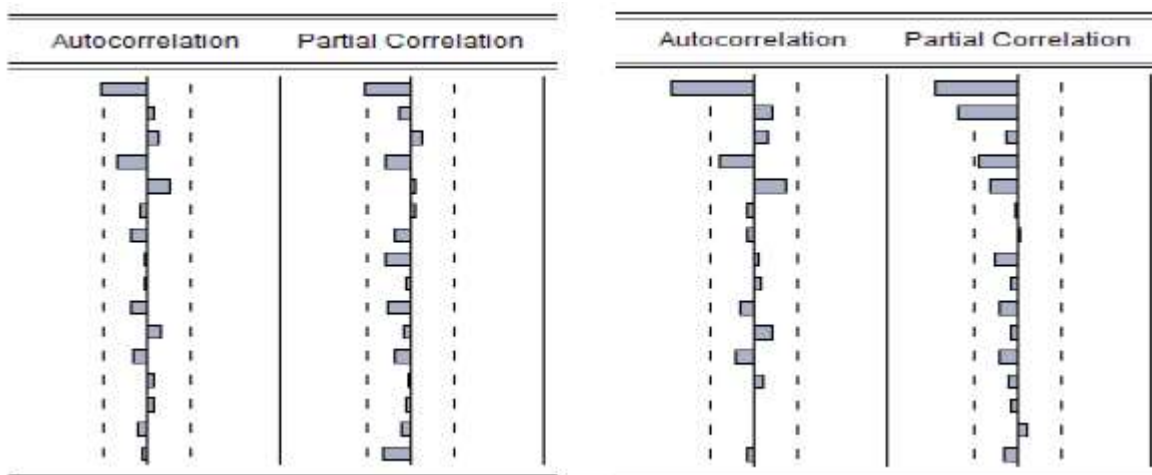
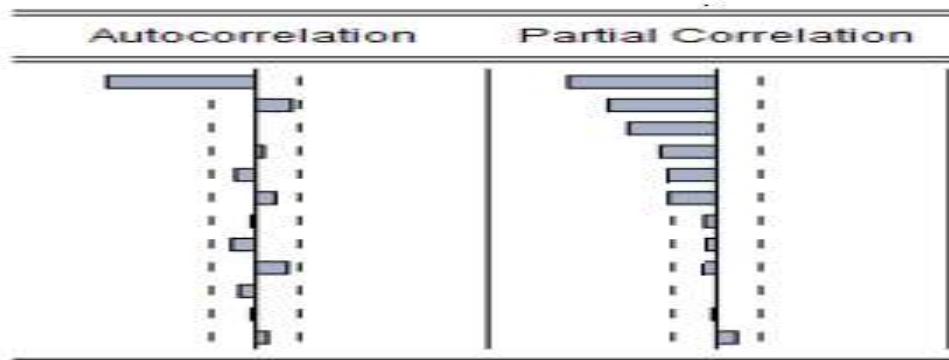
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PIB,3)
Method: Least Squares
Date: 12/12/23 Time: 17:56
Sample (adjusted): 1974 2019
Included observations: 46 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PIB(-1),2)	-1.869847	0.204243	-9.155015	0.0000
D(PIB(-1),3)	0.513222	0.130089	3.945146	0.0003

1. Dérouler le test ADF et Interpréter les résultats des tableaux de 1 à 3.
2. Quel est le type de cette série.
3. Si la série n'est pas stationnaire, quelle est la meilleure méthode de stationnarisation ?
4. Que représente le tableau n°4. Interpréter le résultat

Exercice n°2

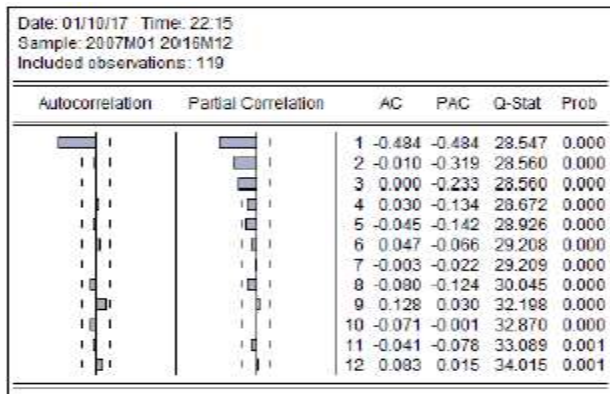
Sample: 1 200 Included observations: 200					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.916	0.916	170.41	0.000	
2	0.839	-0.004	313.94	0.000	
3	0.763	-0.031	433.28	0.000	
4	0.694	0.004	532.69	0.000	
5	0.646	0.089	619.23	0.000	
6	0.619	0.112	699.11	0.000	
7	0.586	-0.045	771.00	0.000	
8	0.560	0.030	836.90	0.000	
9	0.534	0.016	897.23	0.000	
10	0.510	0.022	952.49	0.000	
11	0.490	0.031	1003.9	0.000	
12	0.473	0.010	1052.1	0.000	
13	0.458	0.021	1097.5	0.000	
14	0.439	-0.027	1139.2	0.000	
15	0.425	0.043	1178.7	0.000	



Identifier les modèles correspondant à chaque corrélogramme.

Exercice n°3

La consommation d'électricité dans une entreprise est modélisée comme suit :



1. Selon ce corrélogramme quel est le type de la série ?

Nous avons estimé les deux modèles suivants :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.711840	0.090654	-7.852247	0.0000
AR(2)	-0.457440	0.104420	-4.380775	0.0000
AR(3)	-0.231031	0.092051	-2.509824	0.0135

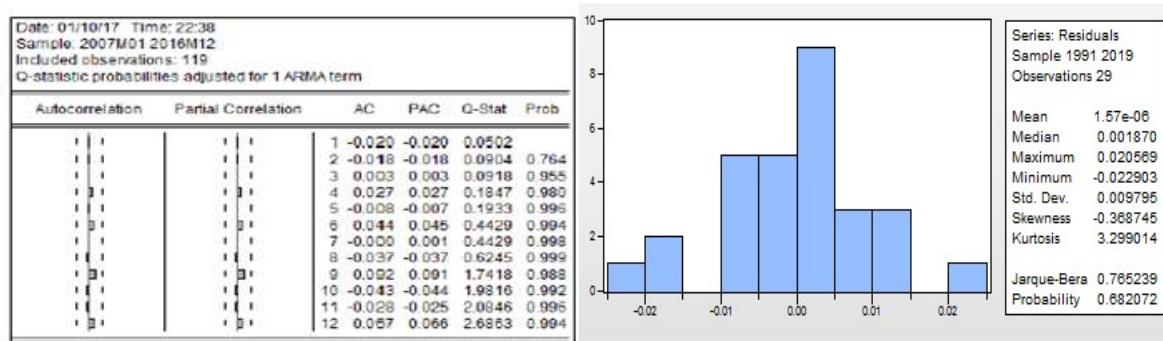
R-squared	0.353025	Mean dependent var	116.4307
Adjusted R-squared	0.341574	S.D. dependent var	43868.46
S.E. of regression	35596.37	Akaike info criterion	23.82340
Sum squared resid	1.43E+11	Schwarz criterion	23.89461
Log likelihood	-1378.757	Hannan-Quinn criter.	23.85231
Durbin-Watson stat	2.078233		

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MA(1)	-0.763300	0.059914	-12.73995	0.0000

R-squared	0.377231	Mean dependent var	463.6208
Adjusted R-squared	0.377231	S.D. dependent var	43734.67
S.E. of regression	34513.54	Akaike info criterion	23.74446
Sum squared resid	1.41E+11	Schwarz criterion	23.76781
Log likelihood	-1411.795	Hannan-Quinn criter.	23.75394
Durbin-Watson stat	2.026625		

2. Quel est le modèle qui correspond aux données de la série ?
3. Ecrire le modèle retenu sous forme d'une équation linéaire.
4. Le paramètre estimé est-il significatif ? avec $t_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$
5. Expliquer les valeurs des paramètres R^2 , R^2 corrigé et la statistique de Durbin-watson.

Les deux graphes ci-dessous représentent les résidus



6. La série des résidus est-elle stationnaire ?
7. Effectuer le test de Jarque-Berra.
8. A l'issue de ces deux tests le modèle est-il valide ?

Exercice n°4

I. L'analyse de la série de l'évolution de la production des véhicules d'une usine a donné les résultats suivants

Tableau n°1

```

=====
ADF Test Statistic  -0.171071    1%   Critical Value -2.5858
                        5%   Critical Value -1.9432
                        10%  Critical Value -1.6174
=====
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
LS // Dependent Variable is D(IMCVS)
Sample(adjusted): 1986:06 1994:12
Included observations: 103 after adjusting endpoints
=====
      Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
      IMCVS(-1)      -0.757236    0.099610   -7.601969    0.0000
      IMCVS(-2)      -0.526650    0.118880   -4.430104    0.0000
      IMCVS(-3)      -0.323768    0.118462   -2.733085    0.0074
      IMCVS(-4)      -0.145994    0.098802   -1.477645    0.1427
=====

```

Tableau n°2

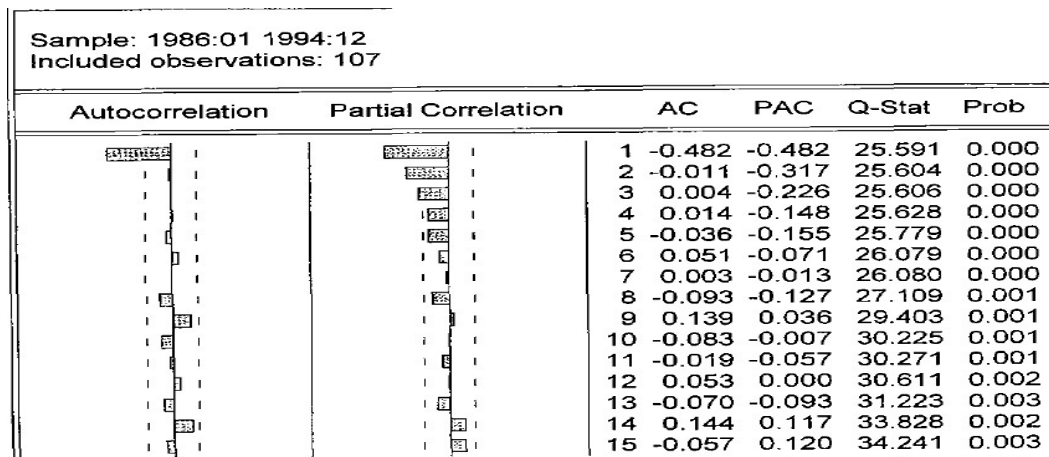
```

=====
ADF Test Statistic  -2.171071    1%   Critical Value -2.5858
                        5%   Critical Value -1.9432
                        10%  Critical Value -1.6174
=====
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
LS // Dependent Variable is D(IMCVS)
Sample(adjusted): 1986:06 1994:12
Included observations: 103 after adjusting endpoints
=====
      Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
      D(IMCVS(-1))    -0.757236    0.099610   -7.601969    0.0000
      D(IMCVS(-2))    -0.526650    0.118880   -4.430104    0.0000
      D(IMCVS(-3))    -0.323768    0.118462   -2.733085    0.0074
      D(IMCVS(-4))    -0.145994    0.098802   -1.477645    0.1427
=====

```

1. Que représentent les tableaux 1 et 2
2. La série est-elle stationnaire ? justifier votre réponse

Le corrélogramme de la série stationnariser par différenciation est donné comme suit :



3. A partir de ce corrélogramme identifier le modèle de la série. Justifier votre réponse.

II. L'estimation de la série stationnariser a donné le résultat suivant :

```

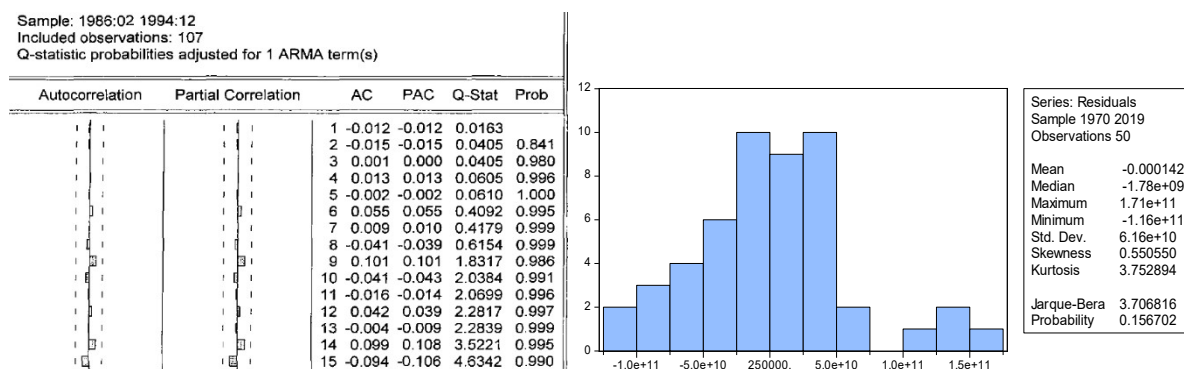
=====
LS // Dependent Variable is DIMCVS
Sample(adjusted): 1986:02 1994:12
Included observations: 107 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 5 iterations
=====
Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
MA(1)         -0.775847    0.060771   -12.76680    0.0000
=====
R-squared      0.381379    Mean dependent var 56.49497
Adjusted R-squared 0.381379    S.D. dependent var 22285.87
S.E. of regression 17528.39    Akaike info criter 19.55246
Sum squared resid 3.26E+10    Schwarz criterion 19.57744
Log likelihood -1196.883    Durbin-Watson stat 2.014163
=====

```

4. Donner l'équation linéaire du modèle estimé.

5. Le paramètre estimé est-il significativement différent de 0 ? $T_{Table} = 1,96$

III. Le corrélogramme des résidus est donnée comme suit :



6. Les résidus sont-ils stationnaire ? Justifier votre réponse.

7. Les résidus suivent-ils une loi normale ? Justifier votre réponse.

8. Quel est le type du modèle d'origine ?

9. Le modèle est-il valide ? Justifier votre réponse ?

Exercice n°5

On considère une série temporelle simulée Y_t donnée par un processus ARMA(1,1) défini par:

$$Y_t = 0,7 Y_{t-1} + \varepsilon_t + 0,5\varepsilon_{t-1}$$

1. Simuler 300 observations de ce processus à l'aide de Python.
2. Représenter la fonction d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF).
3. Identifier à l'aide de ces graphiques un modèle ARMA plausible.
4. Estimer les paramètres du modèle ARMA(p, q) retenu.
5. Vérifier si les résidus du modèle sont non autocorrélés (test de Ljung-Box).
6. Effectuer une prévision sur les 20 prochaines périodes.

Solution de l'exercice n°1

1. Les tableaux représentent des sorties de logiciel Eviews en ce qui concerne l'application du test de stationnarité ADF.

Tableau n°1 : représente l'application du test ADF sur le modèle III (modèle avec tendance et avec constante).

$$\text{III- } Y_t = \varphi Y_{t-1} + \beta t + C + \varepsilon_t$$

Nous appliquons le test de Student sur le paramètre tendance afin de voir si elle est significative ou pas.

$$H_0 : T=0$$

$$H_1 : T \neq 0$$

D'après le tableau, la statistique de student calculée est égale à 1,44 inférieur à la $t_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$

Ce qui permet d'accepter H_0 . Egalement la P-value associé à cette statistique (0,15) est supérieur à la valeur critique de 5%. Ce qui permet aussi d'accepter l'hypothèse H_0 .

Donc la tendance n'est pas significative.

Dans ce cas, nous passons au modèle 2 (modèle avec constante).

Tableau n°2

$$\text{II 2- } Y_t = \varphi Y_{t-1} + C + \varepsilon_t$$

Nous appliquons le test de Student sur le paramètre constante afin de voir si elle est significative ou pas.

$$H_0 : C=0$$

$$H_1 : C \neq 0$$

D'après le tableau, la statistique de student calculée est égale à 1,52 inférieur à la $t_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$

Ce qui permet d'accepter H_0 . Egalement la P-value associé à cette statistique (0,13) est supérieur à la valeur critique de 5%. Ce qui permet aussi d'accepter l'hypothèse H_0 .

Donc la constante n'est pas significative.

Dans ce cas, nous passons au modèle 1 (sans tendance et sans constante).

Tableau n°3

$$Y_t = \varphi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Nous appliquons le test de racine unitaire sur ce modèle.

H_0 : La série est non stationnaire $\Phi = 1$ (existence de racine unitaire) (non stationnaire).

H_1 : La série est stationnaire $\Phi < 1$ (absence de racine unitaire) (stationnaire).

$$T_\varphi = 8,8138 \quad T_{\varphi\text{tabelé}} = -1,9476. \text{ (au seuil de 5\%).}$$

$T_\varphi > T_{\varphi\text{tabelé}}$ on accepte l'hypothèse H_0 . Le processus dispose d'une racine unitaire. Le processus n'est pas stationnaire.

2. La série est de Type DS sans dérive (série non stationnaire, sans tendance et sans constante).

3. La série est de type DS sans dérive la meilleure méthode de stationnarisation c'est l'application du filtre de différentiation. $(1-D)^d Y_t = \beta + \varepsilon_t$

β : Constante réelle

D : Opérateur de décalage

d : Ordre du filtre au décalage

4. Le tableau n°4 représente la série en première différence (application du filtre $d=1$).

Donc, nous appliquons le test de racine unitaire sur ce modèle.

H_0 : La série est non stationnaire $\Phi = 1$ (existence de racine unitaire) (non stationnaire).

H_1 : La série est stationnaire $\Phi < 1$ (absence de racine unitaire) (stationnaire).

$$T_\varphi = -9,155 \quad T_{\varphi\text{tabelé}} = -1,9481. \text{ (au seuil de 5\%).}$$

$T_\varphi < T_{\varphi\text{tabelé}}$ on rejette H_0 et on accepte l'hypothèse H_1 . Le processus ne dispose pas d'une racine unitaire. Le processus est stationnaire.

Puisque nous avons appliqué une seule différentiation ($d=1$) pour rendre cette série stationnaire.

Donc cette série est intégrée d'ordre (1). PIB I(1).

Solution de l'exercice n°2

Graphe n°1 : AR(1). Baisse graduelle du corrélogramme simple et il y a un seul terme qui sort de l'intervalle de confiance dans le corrélogramme partiel.

Graphe n°2 : MA(1). Baisse graduelle du corrélogramme partiel et il y a un seul terme du corrélogramme simple qui sort de l'intervalle de confiance.

Graphe n°3 : ARMA (1,1). Un seul terme du corrélogramme simple et un seul terme du corrélogramme partiel qui sortent de l'intervalle de confiance.

Graphe n°4 : ARMA (2,1) deux termes du corrélogramme partiel et un seul terme du corrélogramme simple qui sortent de l'intervalle de confiance.

Solution de l'exercice n°3

1. MA(1) : Baisse graduelle du corrélogramme partiel et il y a un seul terme du corrélogramme simple qui sort de l'intervalle de confiance.
2. Le modèle qui correspond aux données de la série c'est le modèle qui figure dans le tableau n°2.
3. L'écriture du modèle sous forme d'équation linéaire :

$$MA(1): Y_t = \varepsilon_t - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} \quad \text{donc} \quad Y_t = \varepsilon_t - 0,763 \varepsilon_{t-1}$$

4. Test de Student sur le paramètre estimé :

$$H_0: b = 0$$

$$H_1: b \neq 0$$

Nous avons $T_c = 12,793 > T_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$ nous rejetons l'hypothèse H_0 et nous acceptons $H_1 \rightarrow$ Le paramètre est significativement différent de 0.

5. Explication des paramètres

R^2 , R^2 corrigé=0,377 (une valeur de proche de 0) donc le modèle dispose d'un faible ajustement.

Durbin Watson =2,02 proche de la valeur de 2 ce qui permet de confirmer l'absence du problème d'autocorrélation.

6. Test de stationnarité des résidus :

L'ensemble des termes sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance ce qui permet de dire que les résidus sont stationnaires.

7. Test sur la loi normale des résidus (test de Jarque-Berra) :

H_0 : La série suit une loi normale

H_1 : La série ne suit pas une loi normale

P_value associée à la statistique de Jarque-Berra est égale à 0,682 supérieur au seuil critique de 0,05, ce qui permet d'accepter l'hypothèse H_0 . Donc la série des résidus suit une loi normale.

8. La validité du modèle :

Le paramètre MA (1) est significativement différent de 0.

Le modèle dispose d'un faible ajustement.

L'absence du problème d'autocorrélation.

Les résidus sont stationnaires.

La série des résidus suit une loi normale.

Nous avons 4 critères bons et un seul critère qui est mauvais. Donc le modèle est valide.

Solution de l'exercice n°4

1. Les deux tableaux représente l'application du test ADF sur la série de l'investissement.
2. Nous appliquons le test de racine unitaire sur le tableau n°1.

H_0 : La série est non stationnaire $\Phi = 1$ (existence de racine unitaire) (non stationnaire).

H_1 : La série est stationnaire $\Phi < 1$ (absence de racine unitaire) (stationnaire).

$T_\phi = -0,17$, $T_{\phi\text{tabelé}} = -1,9476$. (au seuil de 5%).

$T_\phi > T_{\phi\text{tabelé}}$ on accepte l'hypothèse H_0 . Le processus dispose d'une racine unitaire. Le processus n'est pas stationnaire.

Nous appliquons le test de racine unitaire sur le tableau n°2 c'est-à-dire la série de l'investissement après la première différenciation.

$T_\phi = -2,17107$, $T_{\phi\text{tabelé}} = -1,9476$. (au seuil de 5%).

$T_\phi < T_{\phi\text{tabelé}}$ on accepte l'hypothèse H_0 . Le processus ne dispose pas d'une racine unitaire. Le processus est stationnaire.

3. Identification du modèle ARMA (p,q)

Le corrélogramme simple dispose d'un seul terme qui sort de l'intervalle de confiance tandis que le corrélogramme partiel présente une baisse graduelle. Le modèle est un MA (1)

4. L'équation du modèle

$$Y_t = -0,77e_{t-1}$$

5. Test de Student sur le paramètre estimé :

$H_0: b = 0$

$H_1: b \neq 0$

Nous avons $T_c = 12,766 > T_{n-2}^{\alpha/2} = 1,96$ nous rejetons l'hypothèse H_0 et nous acceptons $H_1 \rightarrow$ Le paramètre est significativement différent de 0.

6. La stationnarité des résidus

L'ensemble des termes résiduels sont à l'intérieur de l'intervalle de confiance donc les résidus sont stationnaires.

7. Test sur la loi normale des résidus (test de Jarque-Berra) :

H_0 : La série suit une loi normale

H_1 : La série ne suit pas une loi normale

P_value associée à la statistique de Jarque-Berra est égale à 0,1587 supérieur au seuil critique de 0,05, ce qui permet d'accepter l'hypothèse H_0 . Donc la série des résidus suit une loi normale.

8. Le modèle d'origine

Tandis que la série a été stationnarisé (application d'une seule différentiation), le modèle d'origine est un ARIMA (0, 1, 1).

9. La validité du modèle

Le paramètre MA (1) est significativement différent de 0.

Le modèle dispose d'un faible ajustement ($R^2 = 0,38$).

L'absence du problème d'autocorrélation (La statistique de Durbin-Watson proche de 2).

Les résidus sont stationnaires.

La série des résidus suit une loi normale.

Nous avons 4 critères bons et un seul critère qui est mauvais. Donc le modèle est valide et il peut être utilisé pour faire des prévisions.

Solution de l'exercice n°5

1. Simulation du processus ARMA(1,1)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from statsmodels.tsa.arima_process import ArmaProcess
```

```
# Définition du modèle ARMA(1,1)
ar = np.array([1, -0.7]) # 1 - 0.7L
ma = np.array([1, 0.5]) # 1 + 0.5L
```

```
arma_process = ArmaProcess(ar, ma)
np.random.seed(42)
y = arma_process.generate_sample(nsamples=300)
```

```
plt.figure(figsize=(10,4))
plt.plot(y)
plt.title("Série simulée ARMA(1,1)")
plt.xlabel("Temps")
plt.ylabel("Valeur")
plt.grid(True)
plt.show()
```


Les 20 premières valeurs simulées

Temps	Valeur simulées
1	0.4967
2	0.8055
3	1.5650
4	2.1892
5	1.8004
6	1.2521
7	1.2658
8	1.3989
9	0.9175
10	0.5527
11	0.5361
12	1.1120
13	1.7698
14	1.6943
15	1.0354
16	0.4560
17	0.2741
18	0.8683
19	1.2148
20	0.9132

2. La fonction du ACF et PACF

```
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf
```

```
fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(12,4))
plot_acf(y, ax=ax[0], lags=30)
plot_pacf(y, ax=ax[1], lags=30)
ax[0].set_title("ACF de la série")
ax[1].set_title("PACF de la série")
plt.show()
```

Interprétation

- L'ACF décroît exponentiellement → présence d'un terme MA.
- La PACF décroît lentement → présence d'un terme AR.

Un modèle ARMA(1,1) est donc plausible.

3. Estimation du modèle

```
from statsmodels.tsa.arima.model import ARIMA
```

```
# Estimation d'un ARMA(1,1) (équivalent ARIMA(1,0,1))
```

```
model = ARIMA(y, order=(1,0,1))
results = model.fit()
print(results.summary())
```

Commentaires :

- Les coefficients estimés sont proches de 0.7 (AR) et 0.5 (MA).
- Le test de significativité ($p\text{-value} < 0.05$) indique que les paramètres sont statistiquement significatifs.

4. Test de Ljung Box

```
from statsmodels.stats.diagnostic import acorr_ljungbox
```

```
residuals = results.resid
```

```
# Graphique des résidus
plt.figure(figsize=(10,4))
plt.plot(residuals)
plt.title("Résidus du modèle ARMA(1,1)")
plt.grid(True)
plt.show()
```

```
# ACF et PACF des résidus
fig, ax = plt.subplots(1,2, figsize=(12,4))
plot_acf(residuals, ax=ax[0], lags=30)
plot_pacf(residuals, ax=ax[1], lags=30)
ax[0].set_title("ACF des résidus")
ax[1].set_title("PACF des résidus")
plt.show()
```

```
# Test de Ljung-Box
ljung_box = acorr_ljungbox(residuals, lags=[10], return_df=True)
print(ljung_box)
```

Interprétation

- Les p-values du test de Ljung-Box sont > 0.05 , les résidus sont non autocorrélés.
- Le modèle est donc bien spécifié.

6. Prévisions

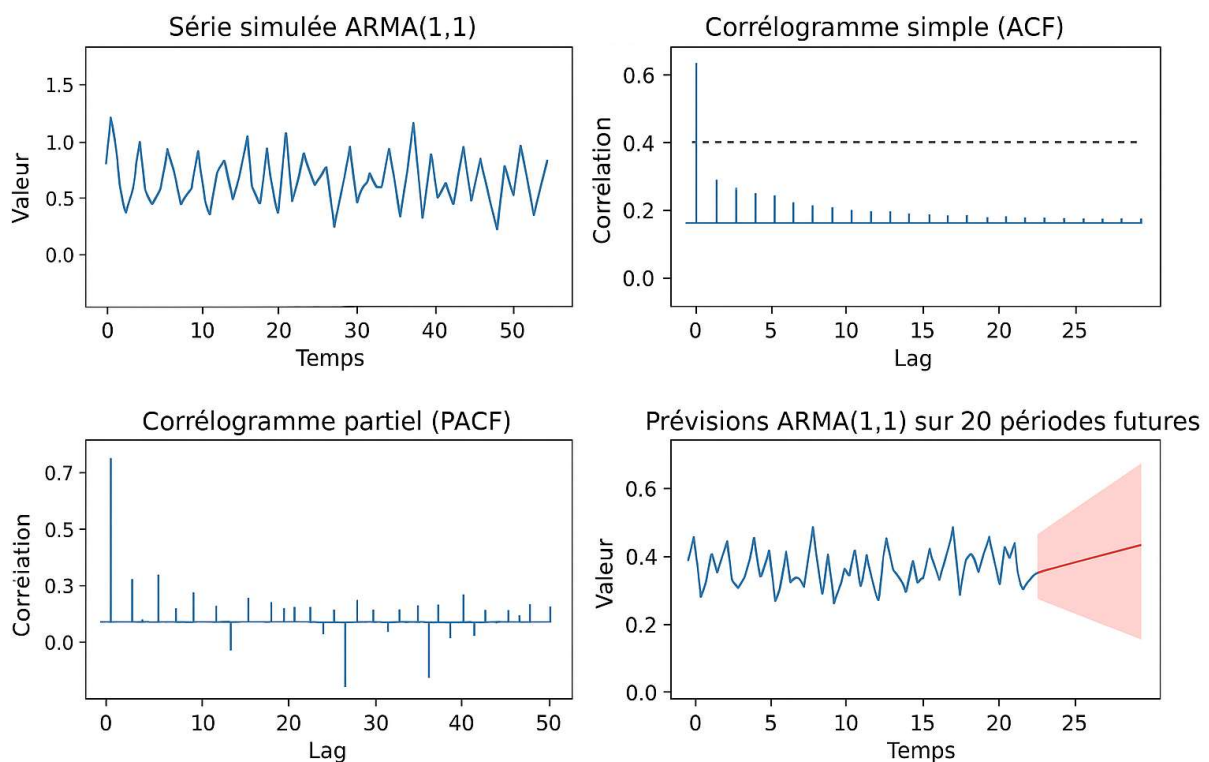
```
# Prédiction à 20 pas
forecast = results.get_forecast(steps=20)
mean_forecast = forecast.predicted_mean
conf_int = forecast.conf_int()
```

```
# Tracé
plt.figure(figsize=(10,4))
```

```
plt.plot(y, label="Série observée")
plt.plot(np.arange(300, 320), mean_forecast, label="Prévision", color='red')
plt.fill_between(np.arange(300, 320),
                conf_int.iloc[:,0],
                conf_int.iloc[:,1],
                color='pink', alpha=0.3)
plt.title("Prévisions ARMA(1,1) à 20 périodes")
plt.xlabel("Temps")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Commentaires :

- Les prévisions suivent la tendance moyenne de la série.
- L'incertitude augmente avec l'horizon de prévision.



Source : Etabli via Python